

УДК 534.535

Г. В. КУЛАК<sup>1</sup>, Г. В. КРОХ<sup>1</sup>, Т. В. НИКОЛАЕНКО<sup>1</sup>, П. И. РОПОТ<sup>2</sup>, О. В. ШАКИН<sup>3</sup>

**ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ДВУМЕРНЫХ КВАЗИБЕЗДИФРАКЦИОННЫХ  
СВЕТОВЫХ ПУЧКОВ ПРИ АКУСТООПТИЧЕСКОМ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ  
В ОДНООСНЫХ КРИСТАЛЛАХ**

<sup>1</sup>Мозырский государственный педагогический университет им. И. П. Шамякина

<sup>2</sup>Институт физики им. Б. И. Степанова НАН Беларуси

<sup>3</sup>Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения  
(Санкт-Петербург, Россия)

(Поступила в редакцию 16.05.2014)

**Введение.** Для целей оптимизации акустооптических (АО) устройств (модуляторов, дефлекторов, процессоров) необходимо знать, какое влияние оказывает поляризация и амплитудное распределение световых пучков на характеристики дифрагированного света [1]. К настоящему времени хорошо изучена дифракция гауссовых световых пучков на ультразвуке [1–4]. При этом в работах [1, 2] применен спектральный метод расчета дифрагированных световых пучков, а в [3, 4] – метод Римана для расчета дифракции ограниченных световых пучков. В статье [3] исследовано влияние затухания ультразвука на поляризационные и энергетические характеристики световых пучков, в работе [4] – влияние оптической гиротропии. Квазибездифракционные световые пучки находят широкое применение в области нелинейной кристаллооптики (см. [5]). Так, с использованием БСП реализовано большинство известных нелинейно-оптических взаимодействий, ранее изученных для пучков гауссова типа (самовоздействие, генерация гармоник, параметрическое преобразование частоты и др.). Показано [5], что в кристаллах парателлуриата возможна поляризационно-независимая модуляция бесселевых световых пучков, т. е. эффективность брэгговской дифракции не зависит от состояния поляризации падающего пучка. Значительный интерес для целей АО-преобразования могут иметь двумерные квазибездифракционные пучки, которые сохраняют свойство бездифракционности только в плоскости АО-взаимодействия. Такие пучки, например, могут быть сформированы с помощью бипризмы при прохождении через нее, в общем случае, супергауссового пучка. Тогда за бипризмой в результате дифракции формируется так называемый косинус-супергауссов пучок, являющийся двумерным квазибездифракционным пучком. Представляет интерес исследовать особенности АО-преобразования для случая, когда АО-взаимодействие совпадает с плоскостью квазибездифракционности косинус-супергауссового пучка.

В настоящей работе с использованием двумерной теории связанных волн рассмотрена брэгговская АО-дифракция косинус-супергауссовых световых пучков (КСГП), распространяющихся вблизи оптической оси одноосного гиротропного кристалла, на бегущей ультразвуковой (УЗ) волне. Предложено теоретическое обоснование преобразования формы КСГП, дифрагированных на ультразвуке.

**Теоретические результаты и обсуждение.** Предположим, что область, занятая ультразвуком, занимает пространство между плоскостями  $z = 0$  и  $z = l$ . Световой пучок с некоторым распределением амплитуды распространяется в плоскости  $XZ$  под углом  $\varphi_1$  к фронту УЗ-волны и дифрагирует под углом  $\varphi_2$ . Геометрия АО-взаимодействия и схема расположения волновых векторов света ( $k_{o,e}, k'_{o,e}$ ) и ультразвука ( $K_{1,2}$ ) представлена на рис. 1.

Плоская УЗ- волна имеет вектор смещения вида [1]:

$$U = U_0 \exp[i(Kx - \Omega t)], \quad (1)$$

где  $\Omega = 2\pi f$  – центральная частота УЗ-источника,  $U_0$  – амплитуда УЗ-волны;  $K = \Omega/v$ , ( $v$  – фазовая скорость УЗ-волны). УЗ-волна создает периодическое в пространстве и во времени измене-

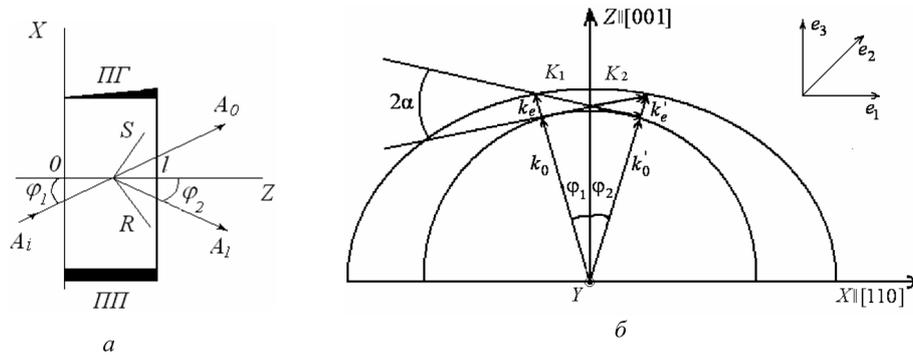


Рис. 1. Геометрия анизотропной акустооптической дифракции ограниченных световых пучков (ПП – пьезопреобразователь, ПГ – поглотитель) (а); схема расположения преломленной и дифрагированной плосковолновых компонент КСГП в плоскости дифракции кристалла  $\text{TeO}_2$  ( $K_{1,2}$  – волновые векторы ультразвука;  $k_{0,e}, k'_{0,e}$  – волновые векторы преломленной и дифрагированной волн;  $2\alpha$  – угол между акустическими векторами  $K_1$  и  $K_2$ ;  $e_{1,2,3}$  – единичные векторы) (б)

ние тензора диэлектрической проницаемости  $\Delta\epsilon_{ij}$ , связанное с тензором упругих деформаций  $U_{ik} = (\nabla_k U_i + \nabla_i U_k)/2$  и тензором фотоупругих постоянных  $p_{ijkl}$ .

Из уравнений Максвелла и материальных уравнений следует волновое уравнение для напряженности светового поля в области, занятой ультразвуком [1, 3]. Решение волнового уравнения ищем в виде суммы двух связанных волн с медленно изменяющимися амплитудами:

$$E = e_{\tau_0} A_0(x, z) e^{i[k_0 r - \omega t]} + e_{\tau_1} A_1(x, z) e^{i[k_1 r - \omega_1 t]}, \quad (2)$$

где  $e_{\tau_{0,1}}$  – единичные векторы эллиптической поляризации дифрагированных волн;  $\omega_1 = \omega \pm \Omega$ , где  $\omega$  – частота световой волны;  $k_{0x} = (\omega/c)n_0 \sin \varphi_1$ ,  $k_{0z} = (\omega/c)n_0 \cos \varphi_1$ ,  $k_{1x} = \{[(\omega \pm \Omega)/\tilde{n}]\} n_1 \sin \varphi_2$ ,  $k_{1z} = \{[(\omega \pm \Omega)/c]\} n_1 \cos \varphi_2$  – волновые векторы падающей и дифрагированной волн;  $c$  – скорость света в вакууме;  $n_0 = \sqrt{\epsilon_{ij} \tilde{k}_0 \tilde{k}_0}$ ,  $n_1 = \sqrt{\epsilon_{ij} \tilde{k}_1 \tilde{k}_1}$ , где  $\tilde{k}_0$  ( $\tilde{k}_1$ ) – единичные векторы в направлении распространения дифрагированной волны нулевого (первого) порядка. Подставив выражение (2) в волновое уравнение для напряженности светового пол  $E$  получим систему уравнений связанных волн

$$\frac{\partial A_0}{\partial s} + i\gamma_0 A_1 = 0, \quad \frac{\partial A_1}{\partial r} + i\gamma_1 A_0 = 0, \quad (3)$$

где коэффициенты связи мод выражаются через свертки тензора диэлектрической проницаемости  $\Delta\epsilon_{ij}$  с векторами поляризации  $\gamma_{0,1} = k(e_{\tau_{0,1}}^* \Delta\epsilon^* e_{\tau_{1,0}}) / 4\sqrt{n_0 n_e \cos(\alpha - \varphi_1) \cos(\alpha + \varphi_2)}$ , причем  $k = 2\pi/\lambda_0$  (знак «\*» означает комплексное сопряжение,  $\lambda_0$  – длина световой волны в вакууме);  $s = z \sin \varphi_2 - x \cos \varphi_2$ ,  $r = z \sin \varphi_1 + x \cos \varphi_1$ ;  $n_0$  ( $n_e$ ) – обыкновенный (необыкновенный) показатели преломления кристалла. При таком подходе из-за малой длины АО-взаимодействия не учитывается изменение фазового волнового фронта светового пучка.

Предполагается, что падающий световой пучок имеет косинус-супергауссово амплитудное распределение [7]:  $A(r') = A_{0n} \exp[-(r'^{2n}/2w^{2n})] \cos(k\gamma r')$ , где  $\gamma$  – угол между центральными волновыми векторами интерферирующих супергауссовых пучков;  $w$  – полуширина супергауссовой составляющей пучка;  $n$  – параметр супергауссовости. Амплитуда пучка  $A_{0n}$  находится из условия нормировки  $A_{0n} = \left[ \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(-r'^{2n}/w^{2n}) \cos^2(k\gamma r') dr' \right]^{-1/2}$ .

Если искать решение системы уравнений (3) методом Римана [3, 4] с использованием граничных условий  $A_0(z=0) = A$ ,  $A_1(z=0) = 0$ , то общее решение для дифрагированных волн нулевого  $A_0(r)$  и первого  $A_1(s)$  порядка можно представить в виде

$$A_0(r) = A(r) - 0,5v \int_{-1}^{+1} A[r - l(1 - \xi) \sin \varphi_1] \frac{J_1[v\sqrt{1 - \xi^2}]}{\sqrt{1 - \xi^2}} d\xi, \quad (4)$$

$$A_1(s) = 0,5i \int_{-1}^{+1} A[l(1-\xi)\sin\varphi_2 - s] J_0[v\sqrt{1-\xi^2}] d\xi, \quad (5)$$

где  $v$  – коэффициент АО-модуляции на монохроматической УЗ-волне частотой  $\Omega$ ;  $l$  – длина АО-взаимодействия;  $J_0(x)$ ,  $J_1(x)$  – функции Бесселя первого рода нулевого и первого порядков соответственно.

Величина  $v$  определяется сверткой тензора приращений диэлектрической проницаемости  $\Delta\varepsilon_{ij}$  с единичными векторами эллиптической поляризации  $e_{\tau_{0,1}} = (e_{p,2} + i\tau_{o,e}e_{2,p})/\sqrt{1+\tau_{o,e}^2}$  ( $e_p$  – единичный вектор, перпендикулярный направлению распространения дифрагированной волны и лежащий в плоскости дифракции;  $e_2$  – единичный вектор, перпендикулярный плоскости дифракции;  $\tau_{o,e}$  – эллиптичности дифрагированных волн), т. е.  $v \sim (e_{\tau_{0,1}}^* \Delta\hat{\varepsilon} e_{\tau_{0,1}})$  [6].

Расчеты проводились для анизотропной АО-дифракции световых волн, распространяющихся вблизи оптической оси кристалла парателлуриата ( $\text{TeO}_2$ ), обладающего гиротропией, на медленной сдвиговой УЗ-волне, распространяющейся вдоль оси  $[110]$  и поляризованной вдоль оси  $[\bar{1}10]$ . В результате выполнения свертки тензора  $\Delta\hat{\varepsilon}$  с вектором поляризации получаем коэффициент АО-модуляции световой волны

$$v_{oe} = \Delta \{ [\tau_o \tau_e \cos(\alpha - \varphi_2) - \cos(\alpha - \varphi_1)] \Delta_1 + [\sin(\alpha + \varphi_1) - \tau_o \tau_e \sin(\alpha - \varphi_2)] \Delta_2 \}, \quad (6)$$

где

$$\Delta_1 = [n_e^4(p_{11} - p_{12}) + n_o^2 n_e^2 p_{44} \sin(2\alpha)/8] / \tau_{oe}, \quad \Delta_2 = [n_e^4 \sin(2\alpha)(p_{12} - p_{11}) + n_o^2 n_e^2 p_{44}/2] / \tau_{oe},$$

$$\Delta = \pi U_{12} l / \{ 2\lambda_0 [n_o n_e \cos(\alpha - \varphi_1) \cos(\alpha + \varphi_2)]^{1/2} \}, \quad \tau_{oe} = [(1 + \tau_o^2)(1 + \tau_e^2)]^{1/2},$$

причем  $U_{12} = [2I_a / \rho v^3]^{1/2}$  ( $I_a$  – интенсивность УЗ-волны,  $v$  – фазовая скорость УЗ-волны,  $\rho$  – плотность кристалла;  $p_{11}$ ,  $p_{12}$ ,  $p_{44}$  – фотоупругие постоянные). В случае  $e$ - $o$  преобразования световых пучков в формулах (4)–(6) следует выполнить замену:  $\alpha \rightarrow -\alpha$ ,  $o \leftrightarrow e$ .

Разлагая выражения (4), (5) в степенной ряд (до первой степени) по малым геометрическим параметрам  $g_1 = l \sin(\varphi_{1,2}) / w$  [7],  $g_2 = k\gamma l \sin \varphi_{1,2}$  ( $\varphi_1 \approx \varphi_2$ ), получим:

$$A_0(r') = A_{0n} \cos(v) \exp(-0,5r'^{2n}) \cos(r'') - 0,5A_{0n} v n \exp(-0,5r'^{2n}) [g_1 r'^{2n-1} \cos(r'') - g_2 \sin(r'')] (I_1 - I_3), \quad (7)$$

$$A_1(r') = A_{0n} \sin(v) \exp(-0,5s'^{2n}) \cos(s'') - 0,5A_{0n} v n \exp(-0,5s'^{2n}) [g_1 s'^{2n-1} \cos(s'') - g_2 \sin(s'')] (I_2 - I_4), \quad (8)$$

где  $r' = r/w$ ,  $s' = s/w$ ,  $r'' = k\gamma r$ ,  $s'' = k\gamma s$ ,  $I_1 = (4/v) \sin^2(v/2)$ ,  $I_2 = 2 \sin(v)/v$ ,  $I_3 = 2[J_0(v) - 1]/v$ ,  $I_4 = -2J_1(v)/v$ .

С учетом выражений (7), (8) интенсивности КСГП равны:

$$I_{n0} = \int_{-\infty}^{+\infty} |A_0(r)|^2 dr = \cos^2 v - v A_{0n}^2 \cos v (I_1 - I_3) (ng_1 I_a - g_2 I_b), \quad (9)$$

$$I_{n1} = \int_{-\infty}^{+\infty} |A_1(r)|^2 dr = \sin^2 v - v A_{0n}^2 \sin v (I_2 - I_4) (ng_1 I_a - g_2 I_b), \quad (10)$$

где  $I_a = \int_{-\infty}^{+\infty} r'^{2n-1} \cos^2(r'') \exp(-r'^{2n}/2) dr$ ,  $I_b = \int_{-\infty}^{+\infty} r'^{2n-1} \sin(r'') \cos(r'') \exp(-r'^{2n}/2) dr$ .

Эффективности  $o$ - $e$  ( $e$ - $o$ ) преобразования собственных эллиптически поляризованных КСГП, находим из соотношений

$$\eta_{oe(eo)} = \frac{I_{n1}(v_{oe(eo)})}{I_{n0}(v_{oe(eo)}) + I_{n1}(v_{oe(eo)})}. \quad (11)$$

Из выражений (7), (8) следует, что при АО-дифракции имеет место изменение формы КСГП, зависящее от величины угла  $\gamma$  между центральными волновыми векторами интерферирующих пучков, ширины супергауссовой огибающей пучка, интенсивности ультразвука, а также геометрических параметров пучков  $g_1$  и  $g_2$ . Как следует из выражений (9)–(11), при учете геометрических параметров дифрагированных косинус-супергауссовых пучков имеет место изменение модуляционных зависимостей дифрагированных пучков по сравнению с плосковолновым приближением [1].

Численные расчеты на основании выражений (7)–(11) проводились для АО-дифракции КСГП с длиной волны  $\lambda_0 = 0,63$  мкм, распространяющихся вблизи оптической оси кристалла  $\text{TeO}_2$ , на медленной сдвиговой УЗ-волне с фазовой скоростью  $v = 617$  м/с.

На рис. 2 представлена зависимость нормированной амплитуды дифрагированного светового пучка нулевого ( $A_{0n} = |A_0| / \max(|A_0|)$ ) и первого ( $A_{1n} = |A_1| / \max(|A_1|)$ ) порядка от поперечной координаты  $r$  и  $s$  соответственно. Из рис. 2, *а, б* следует, что для падающего КСГП, имеющего малую ширину  $w$ , дифрагированный пучок нулевого и первого порядка существенно искажается. При этом несимметричная форма пучка обусловлена дифракционным процессом, когда боковые максимумы падающего КСГП достигают значительных интенсивностей и при высокой интенсивности ультразвука происходит преобразование энергии в первый дифракционный порядок (и наоборот). С увеличением ширины гауссовой составляющей КСГП ( $w = 0,6$  мм) дифрагированные пучки испытывают значительно менее существенные преобразования формы (по сравнению с падающим пучком). При больших ширинах падающего пучка ( $w \geq 1,5$  мм) дифрагированные пучки сохраняют форму падающего. Расчеты показывают, что для супергауссовых падающих световых пучков ( $\gamma \rightarrow 0$ ) дифрагированные световые пучки нулевого и первого порядка имеют супергауссов профиль. Преобразование формы КСГП на границе области АО-взаимодействия может также трактоваться как эффект Гусса – Хэнхена продольного смещения световых пучков вдоль выходной грани области АО-взаимодействия [3, 7].

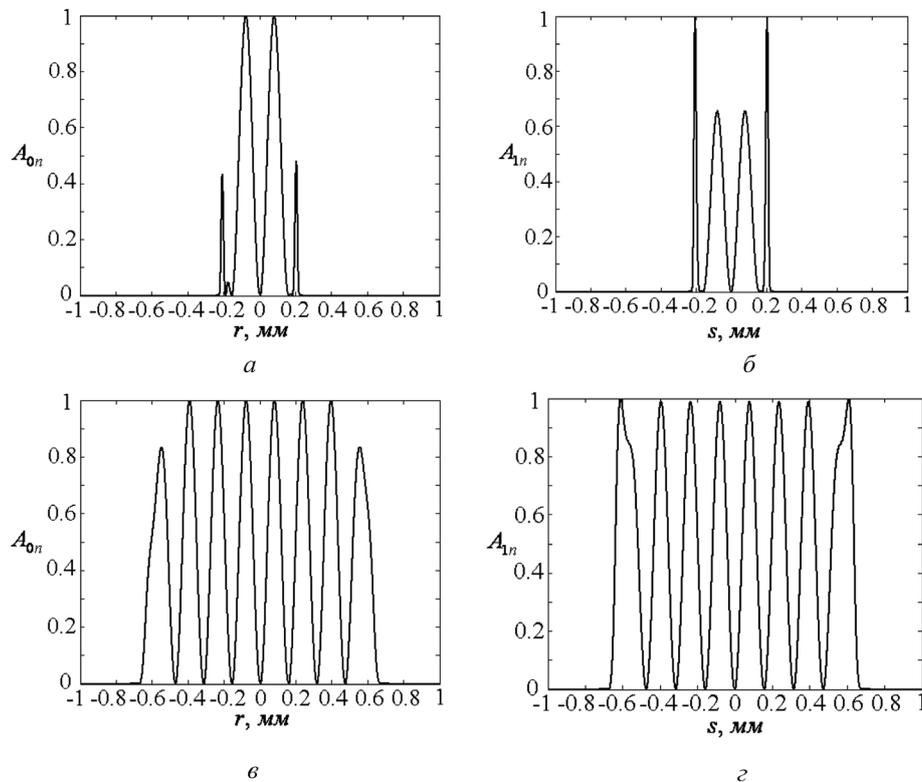


Рис. 2. Поперечное распределение амплитуды дифрагированного светового пучка нулевого  $A_{0n}$  и первого  $A_{1n}$  порядка для падающего КСГП с  $w = 0,2$  мм (*а, б*) и  $w = 0,6$  мм (*в, г*) ( $n = 10, l = 5$  мм,  $n_o = 2,21; n_e = 2,35; \gamma = 2$  мрад,  $\alpha = 8^\circ$ ,  $f = 30$  МГц,  $p_{11} = 0,0074; p_{12} = 0,187; p_{44} = -0,17; \rho = 5,72$  кг/см<sup>3</sup>,  $I_a = 1$  Вт/см<sup>2</sup>)

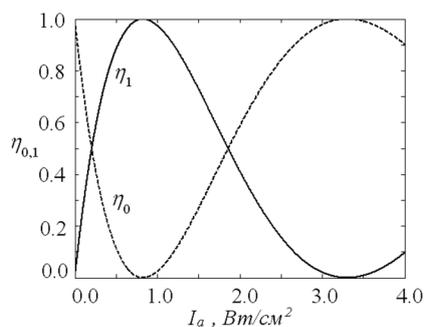


Рис. 3. Зависимость эффективности дифракции  $\eta_{0,1}$  падающего косинус-супергауссового светового пучка с  $w = 0,2 \div 2$  мм от интенсивности ультразвука  $I_a$  для нулевого ( $\eta_0$ ) и первого ( $\eta_1$ ) порядка дифракции ( $n = 10$ ,  $l = 5$  мм,  $n_o = 2,21$ ;  $n_e = 2,35$ ;  $\gamma = 2$  мрад,  $\alpha = 8^\circ$ ,  $f = 30$  МГц,  $p_{11} = 0,0074$ ;  $p_{12} = 0,187$ ;  $p_{44} = -0,17$ ;  $\rho = 5,72$  кг/см<sup>3</sup>)

Зависимость эффективности дифракции  $\eta$  от интенсивности ультразвука  $I_a$  для нулевого и первого дифракционного порядка представлена на рис. 3. Видно, что изменение полуширины супергауссовой составляющей падающего светового пучка  $w$  в пределах от 0,2 до 2 мм не сказывается на поведении зависимостей  $\eta(I_a)$  (на рис. 3 кривые налагаются друг на друга). При изменении ширины гауссовой составляющей КСГП эффективность дифракции в нулевом и первом дифракционных порядках практически не изменяется и достигает максимального значения. Данная особенность дифракции объясняется тем, что каждая плосковолновая компонента, принадлежащая угловому спектру падающего КСГП, рассеивается в соответствующую компоненту дифрагированного КСГП с эффективностью, близкой к ста процентам.

**Заключение.** Таким образом, в работе развита двумерная теория дифракции КСГП на ультразвуке. Полученные результаты показывают, что в гиротропных кристаллах парателлуриата при дифракции КСГП имеет место преобразование их формы. Варьирование параметров, характеризующих АО-взаимодействие, позволяет добиваться условий оптимальной формы дифрагированных пучков при различных применениях. Такие АО-устройства перспективны для применений в лазерных технологиях (в частности, для лазерной резки и сварки), для зондирования поглощающих и рассеивающих сред на большую глубину, лазерной локации, микроскопии высокого разрешения и в других областях, а также для решения проблем лазерной диагностики и контроля в промышленности, микро- и нанотехнологиях [5, 6]. Аналогичные особенности АО-взаимодействия могут наблюдаться в одноосных гиротропных кристаллах теллура при брэгговской дифракции ИК-излучения на ультразвуке вблизи оптической оси кристалла [8].

## Литература

1. Балакиев В. Н., Парыгин В. Н., Чирков Л. Е. Физические основы акустооптики. М., 1985.
2. Балакиев В. Н., Упасен Ч. А. // Вестн. МГУ. Сер. физ.-мат. наук. 1982. Т. 23, вып. 5. С. 71–76.
3. Белый В. Н., Войтенко И. Г., Кулак Г. В. // Журн. прикладной спектроскопии. 1992. Т. 56, вып. 5/6. С. 831–836.
4. Шарангович С. Н. // Автометрия. 1994. № 1. С. 31–39.
5. Белый В. Н., Казак Н. С., Кондратюк Н. В. и др. // Квантовая электроника 1998. Т. 25, № 11. С. 1037–1042.
6. Белый В. Н., Кулак Г. В., Крох Г. В., Шакин О. В. // Журн. прикладной спектроскопии. 2014. Т. 81, № 1. С. 75–80.
7. Moharam M. G., Goylord T. K., Magnusson R. // J. Opt. Soc. Am. 1980. Vol. 70, N 3. P. 300–304.
8. Adler E. L., Gundjian A. A., Conilhat D. et al. // IEEE Ultrasonics: Pros. of Intern. Symp. New York, Oct., 1982. New York, 1982. P. 330–435.

G. V. KULAK, G. V. KROKH, T. V. NIKOLAENKO, P. I. ROPOT, O. V. SHAKIN

## TWO-DIMENSIONAL NEARLY ABSENT-DIFFRACTED LIGHT BEAM TRANSFORMATION UNDER ACOUSTOOPTICAL INTERACTION IN UNIAXIAL CRYSTALS

### Summary

Participants of shape transformation of two-dimensional nearly absent-diffracted (cosine-super-gaussian) light beams under Bragg's diffraction by ultrasonic waves in iniaxial gyrotropic crystals are investigated. It is shown that at diffraction of such light beams travelling in the vicinity of the crystal optical axis on a slow shear ultrasonic wave under the conditions of a strong acoustooptical interaction, light beams experience a significant deformation of the intensity distribution in the beam cross section. At large widths of a supergaussian component of an incident beam, the shape of a diffracted beam remains unchanged. It is stated that the diffraction efficiency weakly depends on the width of the supergaussian component of the cosine-super-gaussian beam.