ISSN 0002-3574 (print)

МАТЕМАТИКА
MATHEMATICS

УДК 519.21+519.6

Поступила в редакцию 08.12.2016
Received 08.12.2016

А. Д. Егоров

Институт математики Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь

О ПРИБЛИЖЕННЫХ ФОРМУЛАХ ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ ОДНОГО КЛАССА ФУНКЦИОНАЛОВ ОТ ПУАССОНОВСКОГО ПРОЦЕССА

Данная работа посвящена построению приближенных формул для вычисления математического ожидания нелинейных функционалов от случайных процессов. Предполагается, что рассматриваемые случайные процессы допускают хаотические разложения по кратным пуассоновским стохастическим интегралам. Используется подход, основанный на требовании точности приближенных формул для функциональных многочленов третьей степени от траекторий процесса. Применение формул рассматриваемого типа связано с их использованием в качестве элементарных при построении составных формул, сходящихся к точным значениям ожиданий, а также в качестве аппроксимаций математических ожиданий на малом временном промежутке. В случае разложения в бесконечный ряд рассматриваются аппроксимационно точные формулы, в которых используется конечный отрезок хаотического разложения.

Ключевые слова: функционалы от случайных процессов, математические ожидания, приближенные формулы, кратные пуассоновские стохастические интегралы, хаотические разложения.

A. D. Egorov

Institute of Mathematics of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus

APPROXIMATE FORMULAS FOR EVALUATION OF ONE-CLASS FUNCTIONALS OF THE POISSON PROCESS

This work is devoted to the construction of approximate formulas for calculation of mathematical expectation of nonlinear functionals defined along the trajectories of random processes. Computation of mathematical expectation of functionals of random processes by the quadrature method is the task that depends heavily on a form in which the process is given. A lot of functional quadrature formulas are built in the cases where the characteristic functional of the process is known in explicit form. Some results are obtained in the cases where the process is the solution of the stochastic differential Itó equation. Recently, the author has proposed the approach to an approximate evaluation of mathematical expectation of a class of nonlinear random functionals based on the use of the Wiener chaos expansion. The article uses chaos expansion with respect to multiple Poisson – Ito integrals to construct functional quadrature formulas for calculating nonlinear functionals of the stochastic process defined on the probability space generated by the Poisson process. The formula is exact for the third-degree symmetric functional polynomial, so the product formula of multiple Poisson – Ito integrals is used for construction.

Keywords: functionals of random processes, mathematical expectations, approximate formulas, multiple stochastic Poisson stochastic integrals, chaotic expansions.

Введение. Построение квадратурных формул для вычисления математических ожиданий нелинейных функционалов от случайных процессов является актуальным направлением исследований в силу большого разнообразия способов задания случайных процессов, возникающих при решении задач стохастического анализа. При этом часто конечномерные распределения процесса не известны, как это имеет место, например, при вычислении ожиданий функционалов от решений стохастических уравнений. В указанных случаях при построении приближенных формул используются другие характеристики процесса, если они заданы или их можно найти, такие как характеристические функционалы, смешанные моменты, спектральные функции и др. [1–6].

В [7] получены и исследованы приближенные формулы, в которых использованы разложения исходного процесса в хаосы Винера. Настоящая работа посвящена построению приближенных формул для вычисления математического ожидания нелинейных функционалов от случайных процессов, заданных хаотическим разложением по кратным пуассоновским интегралам. Используется подход, основанный на требовании точности приближенных формул для функциональных многочленов третьей степени от траекторий процесса.

Рассмотрим случайный процесс X_t, $t \in [0,T]$, $T \le \infty$, который является квадратично интегрируемым функционалом от пуассоновского процесса и, таким образом, допускает разложение по кратным стохастическим интегралам [8–11]:

$$X_t = \sum_{n=0}^{\infty} I_n(x_{t,n}),\ I_n(x_{t,n}) = n! \int_0^T \int_0^{t_n^-} \cdots \int_0^{t_2^-} x_{t,n}(t_1,\dots,t_n) dP(t_1)\cdots dP(t_n) \equiv$$
$$\equiv \int_{[0,T]^n} x_{t,n}(t_1,\dots,t_n) dP(t_1)\cdots dP(t_n), \tag{1}$$

где P_t – центрированный пуассоновский процесс. Не ограничивая общности, мы полагаем интенсивность пуассоновского процесса равной единице. Имеют место формулы [11]

$$I_n(f_n) I_m(g_m) = \sum_{r=0}^{2(n\wedge m)} \sum_{r \le 2i \le 2(r\wedge n \wedge m)} i! \binom{n}{i}\binom{m}{i}\binom{i}{r-i} I_{n+m-r}\left(f_n \hat{\otimes}_i^{r-i} g_m\right), \tag{2}$$

где $f_n \hat{\otimes}_i^{r-i} g_m$ обозначает симметризацию функции:

$$f_n \otimes_i^{r-i} g_m (u_{r-i+1},\dots,u_i,\dots,u_n,v_{i+1},\dots,v_m) = \int_{[0,T]^{r-i}} f_n(u_1,\dots,u_{r-i},u_{r-i+1},\dots,u_i,u_{i+1},\dots,u_n) \times$$
$$\times g_m(u_1,\dots,u_{r-i},u_{r-i+1},\dots,u_i,v_{i+1},\dots,v_m) du_1\cdots du_{r-i},$$
$$E\left[I_n(f_n) I_m(g_m)\right] = \delta_{nm} n! \int_{[0,T]^n} f_n(u_1,\dots,u_n) g_n(u_1,\dots,u_n) du_1\cdots du_n; \tag{3}$$

коэффициенты f_0, g_0 являются константами и $I_0(f_0) I_0(g_0) = f_0 g_0$,

$$E[X_t X_s] = \sum_{n=0}^{\infty} \int_{[0,T]^n} x_{t,n}(u_1,\dots,u_n) x_{s,n}(u_1,\dots,u_n) du_1\cdots du_n. \tag{4}$$

Основные результаты. Для построения приближенной формулы, точной для функциональных многочленов третьей степени от X_t, предварительно получим, используя равенства (2)–(3), явное выражение для момента

$$E\left[X_{t_1} X_{t_2} X_{t_3}\right] = \sum_{n,m=0}^{\infty} \sum_{r=0}^{2(n\wedge m)} \sum_{r \le 2i \le 2(r\wedge n\wedge m)} i! \binom{n}{i}\binom{m}{i}\binom{i}{r-i} (n+m-r)! \times$$
$$\times \int_{[0,T]^{n+m-r}} \left(x_{t_1,n,i} \otimes_i^{r-i} x_{t_2,m,i}\right) x_{t_3,n+m-r,i} du_{r-i+1}\cdots du_n, dv_{i+1}\cdots dv_m, \tag{5}$$

где мы положили $x_{t_1,n,i} = x_{t_1,n,i}(u_1,\dots,u_n)$, $x_{t_2,m,i} = x_{t_2,m,i}(u_1,\dots,u_i,v_{i+1},\dots,v_m)$, $x_{t_3,n+m-r,i} = x_{t_3,n+m-r,i}(u_{r-i+1},\dots,u_n,v_{i+1},\dots,v_m)$.

Заметим, что в интеграле в правой части (5) знак симметризации в тензорном произведении отсутствует, т. е. указанную в (1) симметризацию не нужно выполнять, так как мы имеем под знаком интеграла умножение на симметрическую функцию $x_{t_3,n+m-r,i}(u_{r-i+1},\dots,u_n,v_{i+1},\dots,v_m)$.

Приведем явный вид (5) для случая $X_{t_j} = \sum_{n=0}^{N} I_n(x_{t_j,n})$, $N = 2$; $j = 1,2,3$:

$$
\begin{aligned}
E\left[X_{t_1}X_{t_2}X_{t_3}\right] &= x_{t_1,0}x_{t_2,0}x_{t_3,0} + x_{t_1,0}\sum_{k=1}^{3}k!\int\limits_{[0,T]^k} x_{t_2,k}(u_1,\dots,u_k)x_{t_3,k}(u_1,\dots,u_k)du_1\cdots du_k + \\
&+ x_{t_2,0}\sum_{k=1}^{3}k!\int\limits_{[0,T]^k} x_{t_1,k}(u_1,\dots,u_k)x_{t_3,k}(u_1,\dots,u_k)du_1\cdots du_k + \\
&+ x_{t_3,0}\sum_{k=1}^{3}k!\int\limits_{[0,T]^k} x_{t_1,k}(u_1,\dots,u_k)x_{t_2,k}(u_1,\dots,u_k)du_1\cdots du_k + \\
&+ \int\limits_{[0,T]} x_{t_1,1}(u_1)x_{t_2,1}(u_1)x_{t_3,1}(u_1)du_1 + 2\int\limits_{[0,T]^2} x_{t_1,1}(u_1)x_{t_2,1}(u_2)x_{t_3,2}(u_1,u_2)du_1du_2 + \\
&+ 2\int\limits_{[0,T]^2} x_{t_1,2}(u_1,u_2)x_{t_2,1}(u_1)x_{t_3,1}(u_2)du_1du_2 + 2\int\limits_{[0,T]^2} x_{t_1,1}(u_1)x_{t_2,2}(u_1,u_2)x_{t_3,1}(u_2)du_1du_2 + \\
&+ 4\int\limits_{[0,T]^2} x_{t_1,1}(u_1)x_{t_2,2}(u_1,u_2)x_{t_3,2}(u_1,u_2)du_1du_2 + 4\int\limits_{[0,T]^2} x_{t_1,2}(u_1,u_2)x_{t_2,1}(u_1)x_{t_3,2}(u_1,u_2)du_1du_2 + \\
&+ 4\int\limits_{[0,T]^2} x_{t_1,2}(u_1,u_2)x_{t_2,2}(u_1,u_2)x_{t_3,1}(u_2)du_1du_2 + 2\int\limits_{[0,T]^2} x_{t_1,2}(u_1,u_2)x_{t_2,2}(u_1,u_2)x_{t_3,2}(u_1,u_2)du_1du_2 + \\
&+ 8\int\limits_{[0,T]^3} x_{t_1,2}(u_1,u_2)x_{t_2,2}(u_1,u_3)x_{t_3,2}(u_2,u_3)du_1du_2du_3.
\end{aligned}
$$

Ниже в формулировке теоремы используются симметрические функциональные многочлены, которые в общем случае имеют вид

$$P_n(F) = F_0 + \sum_{k=1}^{n}\int_0^T\cdots\int_0^T F_k(t_1,\dots,t_k)\prod_{j=1}^{k}X_{t_j}dt_1\cdots dt_k,$$

где $F_k(t_1,\dots,t_k)$ – симметрическая функция, $F_0 = \mathrm{const}$, и предполагается, что интегралы существуют для почти всех траекторий процесса. Из условий симметричности следует, что

$$P_n(F) = F_0 + \sum_{k=1}^{n}k!\int_0^T\int_0^{t_k}\cdots\int_0^{t_2} F_k(t_1,\dots,t_k)\prod_{j=1}^{k}X_{t_j}dt_1\cdots dt_k.$$

Теорема. *Пусть функции* $x_t(t_1,\dots,t_n)$ *в разложении* (1) *дифференцируемы по t,* $x_0(t_1,\dots,t_n)\neq 0$, $x_T(t_1,\dots,t_n)\neq 0$. *Тогда имеет место следующая приближенная формула, точная для симметрических функциональных многочленов третьей степени от* $X_{(\cdot)}$:

$$
\begin{aligned}
E\left[F\left(X_{(\cdot)}\right)\right] \approx \sum_{n,m=0}^{\infty}\sum_{r=0}^{2(n\wedge m)}\sum_{r\le 2i\le 2(r\wedge n\wedge m)} C_{n,m,r,i}\,\times \\
\times\sum_{k=1}^{2}A_k\int\limits_{[0,T]^{n+m-i}} J_{n,m,r,i}(F)du_1\cdots du_{r-i}du_{r-i+1}\cdots du_n dv_{i+1}\cdots dv_m + \\
+\sum_{n=0}^{\infty}b_n\int\limits_{[0,T]^n}\Delta F\left(b_n^{-\frac{1}{2}}p_n^{-1/2}(u)x_{\cdot,n}(u)\right)p(u)du + F(0)(1-B),
\end{aligned}
\qquad (6)
$$

где

$$C_{n,m,r,i} = i!\binom{n}{i}\binom{m}{i}\binom{i}{r-i}(n+m-r)!,\quad J_{n,n,n,n}(F) = \Lambda F\left(c_k x_1(\cdot)\right),$$

$$J_{n,m,n\wedge m,n\wedge m}(F) = \int_0^T \Lambda F\left(c_k x_2(\cdot)\left(\frac{\partial}{\partial s}\left(\frac{x_3(s)}{x_2(s)}\right)\right)^{1/3} 1_{[0,\cdot]}(s)\right)ds + \frac{x_1(0)}{x_2(0)}\Lambda F\left(c_k x_2(\cdot)\right),$$

$$J_{n,n,r>n,n}(F) = \int_0^T \Lambda F\left(c_k x_2(\cdot)\left(\frac{\partial}{\partial s}\left(\frac{x_3(s)}{x_2(s)}\right)\right)^{1/3} 1_{[\cdot,T]}(s)\right)ds + \frac{x_3(T)}{x_2(T)}\Lambda F\left(c_k x_2(\cdot)\right),$$

$$J_{n,m,r,i}(F) = -\int_0^T\int_0^T \Lambda F\left(c_k x_2(\cdot)\left(\frac{\partial}{\partial s}\left(\frac{x_1(s)}{x_2(s)}\right)\frac{\partial}{\partial\tau}\left(\frac{x_3(\tau)}{x_2(\tau)}\right)\right)^{1/3} 1_{[0,\cdot]}(s)1_{[\cdot,T]}(\tau)\right) ds d\tau -$$

$$-\frac{x_1(0)}{x_2(0)}\int_0^T \Lambda F\left(c_k x_2(\cdot)\left(\frac{\partial}{\partial s}\left(\frac{x_3(s)}{x_2(s)}\right)\right)^{1/3} 1_{[\cdot,T]}(s)\right) ds +$$

$$+\frac{x_3(T)}{x_2(T)}\int_0^T \Lambda F\left(c_k x_2(\cdot)\left(\frac{\partial}{\partial s}\left(\frac{x_1(s)}{x_2(s)}\right)\right)^{1/3} 1_{[0,\cdot]}(s)\right) ds +$$

$$+\frac{x_1(0)}{x_2(0)}\frac{x_3(T)}{x_2(T)}\Lambda F\left(c_k x_2(\cdot)\right) \text{ в остальных случаях;} \qquad (7)$$

$$\Lambda F(f) = \frac{1}{2}\left(F(f) - F(-f)\right),\ \Delta F(f) = \frac{1}{2}\left(F(f) + F(-f)\right),\ x_1(t) = x_{t,n}(u_1,\ldots,u_n),$$

$$x_2(t) = x_{t,m}(u_1,\ldots,u_i,v_{i+1},\ldots,v_m),\ x_3(t) = x_{t,n+m-r}(u_{r-i+1},\ldots,u_n,v_{i+1},\ldots,v_m);$$

A_k, c_k, $k = 1,2,3$ *– константы, определяемые из уравнений* $A_1c_1 + A_2c_2 = 0$, $A_1c_1^3 + A_2c_2^3 = 1$; $p_n(u) = p_n(u_1,\ldots,u_n)$ *– произвольная квадратично интегрируемая функция,* b_n, $n = 0,1,2$ *– вещественные числа,* $B = \sum_{n=0}^{\infty} b_n$, $du = du_1 \cdots du_n$.

Доказательство теоремы производится непосредственным вычислением правой и левой частей формулы (6) для функционалов $F\left(X_{(\cdot)}\right) = \text{const}$, $F\left(X_{(\cdot)}\right) = X_t$, $F\left(X_{(\cdot)}\right) = X_{t_1}X_{t_2}$, $F\left(X_{(\cdot)}\right) = X_{t_1}X_{t_2}X_{t_3}$. Приведем для иллюстрации доказательства только вычисление аппроксимирующего выражения (7) для монома $F\left(X_{(\cdot)}\right) = X_{t_1}X_{t_2}X_{t_3}$, $t_1 \le t_2 \le t_3$:

$$J_{n,m,r,i}(F) = -\int_{\max(t_1,t_2,t_3)}^{T}\int_0^{\min(t_1,t_2,t_3)} \Lambda c_k^3 x_2(t_1)x_2(t_2)x_2(t_3)\frac{\partial}{\partial s}\left(\frac{x_1(s)}{x_2(s)}\right)\frac{\partial}{\partial\tau}\left(\frac{x_3(\tau)}{x_2(\tau)}\right) ds d\tau -$$

$$-\frac{x_1(0)}{x_2(0)}\int_{\max(t_1,t_2,t_3)}^{T} \Lambda c_k^3 x_2(t_1)x_2(t_2)x_2(t_3)\frac{\partial}{\partial s}\left(\frac{x_3(s)}{x_2(s)}\right) ds +$$

$$+\frac{x_3(T)}{x_2(T)}\int_0^{\min(t_1,t_2,t_3)} \Lambda c_k^3 x_2(t_1)x_2(t_2)x_2(t_3)\frac{\partial}{\partial s}\left(\frac{x_1(s)}{x_2(s)}\right) ds +$$

$$+\frac{x_1(0)}{x_2(0)}\frac{x_3(T)}{x_2(T)}\Lambda c_k^3 x_2(t_1)x_2(t_2)x_2(t_3) =$$

$$= -c_k^3\left(x_1(t_1)x_2(t_2)x_2(t_3)\frac{x_3(T)}{x_2(T)} - x_1(t_1)x_2(t_2)x_3(t_3)\right) +$$

$$+ c_k^3\left(x_2(t_1)x_2(t_2)x_2(t_3)\frac{x_1(0)}{x_2(0)}\frac{x_3(T)}{x_2(T)} - x_2(t_1)x_2(t_2)x_3(t_3)\right) -$$

$$-c_k^3\frac{x_1(0)}{x_2(0)}\left(x_2(t_1)x_2(t_2)x_2(t_3)\frac{x_3(T)}{x_2(T)} - x_2(t_1)x_2(t_2)x_3(t_3)\right) +$$

$$+ c_k^3\frac{x_3(T)}{x_2(T)}\left(x_1(t_1)x_2(t_2)x_2(t_3) - x_2(t_1)x_2(t_2)x_2(t_3)\frac{x_1(0)}{x_2(0)}\right) +$$

$$+ c_k^3\frac{x_1(0)}{x_2(0)}\frac{x_3(T)}{x_2(T)}x_2(t_1)x_2(t_2)x_2(t_3) = c_k^3 x_1(t_1)x_2(t_2)x_3(t_3).$$

В качестве возможной области применения полученной приближенной формулы можно указать на вычисление математических ожиданий нелинейных функционалов от решений стохастических уравнений по пуассоновскому процессу в случаях, когда коэффициентные функции хаотического разложения решения находятся в явном виде, либо могут быть получены с использованием стохастических производных соответствующих порядков (см., напр., [12–14]).

Численные результаты. Приведем численный пример, иллюстрирующий применение полученной формулы. Пусть

$$E\left[F\left(X_{(\cdot)}\right)\right]=E\left[\left(1+\lambda X_t\right)^4\right],$$

где

$$X_t=I_1\left(x_{t,1}\right)+I_2\left(x_{t,2}\right),$$
$$x_{t,1}(u)=f_t^2(u),\ x_{t,2}\left(u_1,u_2\right)=f_t\left(u_1\right)f_t\left(u_2\right),\ f_t(u)=1+tu.$$

Так как в силу (2) можно в данном случае представить $I_2(x_{t,2})$ в виде

$$I_2\left(x_{t,2}\right)=\left(I_1\left(f_t\right)\right)^2-I_1\left(f_t^2\right)-\int_0^T f_t^2(u)\,du,$$

то имеем

$$X_t=\int_0^T f_t^2(u)\,dP(u)+\left(I_1\left(f_t\right)\right)^2-I_1\left(f_t^2\right)-\int_0^T f_t^2(u)\,du=I_1\left(f_t^2\right)-\int_0^T f_t^2(u)\,du$$

и далее

$$E\left[\left(1+\lambda X_t\right)^4\right]=\sum_{m=0}^{4}\binom{4}{m}C_4^m\lambda^m E\left[\left(\int_0^T f_t(u)\,dP(u)\right)^{2m}\right]\left(1-\lambda\int_0^T f_t^2(u)\,du\right)^{4-m}, \tag{8}$$

где $E\left[\left(\int_0^T f_t(u)\,dP(u)\right)^{2m}\right]$ может быть вычислено из соотношения [11]:

$$E\left[\left(\int_0^T f_t(u)\,dP(u)\right)^{n+1}\right]=\sum_{k=0}^{n-1}\binom{n}{k}\int_0^T f_t^{n-k+1}(u)\,du\,E\left[\left(\int_0^T f_t(u)\,dP(u)\right)^{k}\right]. \tag{9}$$

Результаты вычислений по формулам (8)–(9) и приближенной формуле (6) с параметрами $A_1=1/3$, $A_2=1/6$, $c_1=1$, $c_2=2$, $\lambda=1/n!$, $T=1{,}0$ приведены в таблице.

t	0,1	0,3	0,5	0,7	0,9
(8)–(9)	1,0731	1,08266	1,1281	1,19603	1,29623
(6)	1,05272	1,07953	1,12356	1,20483	1,27923

Приведенные численные результаты показывают характерную для формул, точных для функциональных многочленов третьей степени от процесса, точность аппроксимации в заданном временном интервале. По причине быстрого роста значений моментов в случае кратных интегралов по пуассоновскому процессу параметр λ был взят равным $1/n!$. Из таблицы видно постепенное уменьшение точности приближенной формулы с ростом *t,* тем не менее она остается удовлетворительной при значениях *t* в пределах отрезка [0,1], что позволяет использовать ее в составных формулах [1–3].

Благодарности. Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Белорусского республиканского фонда фундаментальных исследований (проект № Ф16Д-002).

Acknowledgments. The work is partially supported by the Belarusian Republican Foundation for Fundamental Research (Project No. Ф16Д-002).

Список использованных источников

1. Egorov, A. D. Functional integrals: Approximate evaluations and applications / A. D. Egorov, P. I. Sobolevsky, L. A. Yanovich. – Kluwer Academic Publ., 1993. – 419 p.

2. Егоров, А. Д. Введение в теорию и приложения функционального интегрирования / А. Д. Егоров, Е. П. Жидков, Ю. Ю. Лобанов. – М.: Физматлит, 2006. – 400 с.

3. Egorov, A. D. Approximate formulas for expectation of functionals of solutions to stochastic differential equations / A. D. Egorov, K. K. Sabelfeld // Monte Carlo Methods and Applications. – 2010. – Vol. 16, № 2. – P. 95–127.

4. Egorov, A. D. Approximations of functional integrals with respect to measure generated by solutions of stochastic differential equations / A. D. Egorov, A. V. Zherelo // Monte Carlo methods and applications. – 2004. – Vol. 10, № 3/4. – P. 257–264.

5. Малютин, В. Б. Об одной аппроксимации математического ожидания решения нелинейного стохастического дифференциального уравнения с антикоммутирующими коэффициентами / В. Б. Малютин // Вес. Нац. акад. навук Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. – 2003. – № 3. – С. 34–37.

6. Применение функциональных интегралов к стохастическим уравнениям / Э. А. Айрян [и др.] // Мат. моделирование. – 2016. – Т. 28, № 11. – С. 113–125.

7. Егоров, А. Д. О составных приближенных формулах для ожиданий функционалов от случайных процессов / А. Д. Егоров // Тр. Ин-та математики. – 2014. – Т. 22, № 1. – С. 70–77.

8. Кабанов, Ю. М. О расширенных стохастических интегралах / Ю. М. Кабанов // Теория вероятностей и ее применения. – 1975. – Т. 20, № 1. – С. 725–737.

9. Surgailis, D. On multiple Poisson stochastic integrals and associated Markov semigroups / D. Surgailis // Probability and Mathematical Ststistics. – 1984. – Vol. 3, № 2. – P. 217–239.

10. Yoshifusa Ito. Generalized Poisson Functionals / Yoshifusa Ito // Probab. Theory Relat. Fields. – 1988. – Vol. 77, № 1. – P. 1–28.

11. Privault, N. Stochastic Analysis in Discrete and Continuous Settings. With Normal Martingale / N. Privault. – Berlin: Springer, 2009. – 321 p.

12. Ma, J. Anticipating integrals for a class of martingales / J. Ma, Ph. Protter, J. San Martin // Bernoulli. – 1998. – Vol. 4, № 1. – P. 81–114.

13. Alabert, A. Stochastic differential equations with boundary conditions driven by a Poisson noise / A. Alabert, M. A. Marmolejo // Electron. J. Probab. – 2004. – Vol. 9, № 9. – P. 230–254.

14. Last, G. Poisson process Fock space representation, chaos expansion and covariance inequalities / G. Last, M. D. Penrose // Probab. Theory Relat. Fields. – 2011. – Vol. 150, № 3/4. – P. 663–690.

References

1. Egorov A.D., Sobolevsky P.I., Yanovich L.A. *Functional Integrals: Approximate Evaluation and Applications*. Kluwer Academic Publ., 1993. 419 p. Doi: 10.1007/978-94-011-1761-6

2. Egorov A.D. *An Introduction to Theory and Applications of Functional Integration*. Moscow, Fizmatlit Publ, 2006. 400 p. (In Russian).

3. Egorov A.D., Sabelfeld K.K. Approximate formulas for expectation of functionals of solutions to stochastic differential equations. *Monte Carlo Methods and Applications*, 2010, vol. 16, no. 2, pp. 95–127. Doi: 10.1515/mcma.2010.003

4. Egorov A.D., Zherelo A.V. Approximations of functional integrals with respect to measure generated by solutions of stochastic differential equations. *Monte Carlo methods and applications*, 2004, vol. 10, no. 3-4, pp. 257–264. Doi: 10.1515/mcma.2004.10.3-4.257

5. Malyutin V.B. Approximation for expectation from solution of nonlinear stochastic differential equation with anticommuting coefficients. *Izvestiia Natsionalnoi akademii nauk Belarusi. Ser. fiziko-matematicheskikh nauk* [Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physics and Mathematics Series], 2003, no. 3, pp. 34–37. (In Russian).

6. Airyan E.A., Egorov A.D., Kulyabov D.S., Malyutin V.B., Sevastyanov L.A. Application of functional integrals to stochastic equations. *Matematicheskoe modelirovanie* [Mathematical Models and Computer Simulations]. 2016, vol. 28, no. 11, pp. 113–125. (In Russian).

7. Egorov A.D. On composed approximate formulas for expectations of functionals of random processes. *Trudy Instituta Matematiki* [Proceedings of the Institute of Mathematics], 2014, vol. 22, no. 1, pp. 70–77. (In Russian).

8. Kabanov Yu.M. On extended stochastic integrals. *Teoriya veroyatnostei i ee primeneniya* [Probability Theory and its Application], 1975, vol. 20, no. 1, pp. 725–737. (In Russian).

9. Surgailis D. On multiple Poisson stochastic integrals and associated Markov semigroups. *Probability and Mathematical Statistics*, 1984, vol. 3, no. 2, pp. 217–239.

10. Yoshifusa Ito. Generalized Poisson Functionals. *Probability Theory and Related Fields*, 1988, vol. 77, no. 1, pp. 1–28. Doi: 10.1007/bf01848128

11. Privault N. *Stochastic Analysis in Discrete and Continuous Settings. With Normal Martingale*. Berlin, Springer, 2009. 321 p. Doi: 10.1007/978-3-642-02380-4

12. Ma J., Protter Ph., San Martin J. Anticipating integrals for a class of martingales. *Bernoulli*, 1998, vol. 4, no.1, pp. 81–114. Doi: 10.2307/3318533

13. Alabert A., Marmolejo M.A. Stochastic differential equations with boundary conditions driven by a Poisson noise. *Electronic Journal of Probability*, 2004, vol. 9, no. 9, pp. 230–254. Doi: 10.1214/ejp.v9-157

14. Last G., Penrose M.D. Poisson process Fock space representation, chaos expansion and covariance inequalities. *Probability Theory and Related Fields*, 2011, vol. 150, no. 3-4, pp. 663–690. Doi: 10.1007/s00440-010-0288-5

Информация об авторе

Егоров Александр Дмитриевич – доктор физико-математических наук, главный научный сотрудник, Институт математики Национальной академии наук Беларуси (ул. Сурганова, 11, 220072, г. Минск, Республика Беларусь). E-mail: egorov@im.bas-net.by

Information about the author

Egorov Alexandr Dmitrievich – D. Sc. (Physics and Mathematics), Chief Researcher, Institute of Mathematics of the National Academy of Sciences of Belarus (11, Surganov Str., 220072, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: egorov@im.bas-net.by

Для цитирования

Егоров, А. Д. О приближенных формулах для вычисления одного класса функционалов от пуассоновского процесса / А. Д. Егоров // Вес. Нац. акад. навук Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. – 2017. – № 1. – С. 7–13.

For citation

Egorov A.D. Approximate formulas for evaluation of one-class functionals of the Poisson process. *Vestsi Natsyianal'nai akademii navuk Belarusi. Seryia fizika-matematychnykh navuk* [Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physics and Mathematics series], 2017, no. 1, pp. 7–13. (In Russian).