

**ИНФОРМАТИКА**  
*INFORMATICS*

УДК 621.391.01

Поступила в редакцию 23.12.2016

Received 23.12.2016

**А. С. Поляков**

*Объединенный институт проблем информатики Национальной академии наук Беларуси,  
Минск, Беларусь*

**КОРРЕКЦИЯ ОШИБОК ПРИ ПЕРЕДАЧЕ ИНФОРМАЦИИ  
ПО ЗНАЧЕНИЯМ ЧЕТНОСТИ КООРДИНАТ БИНАРНОЙ МАТРИЦЫ**

Предлагаемый способ обнаружения и исправления ошибок в передаваемой по каналам связи информации основан на использовании хорошо известного в теории связи критерия «четность координат бинарной матрицы», которая представляет собой содержание передаваемого сообщения. Обычно используется четность по двум координатам: строкам и столбцам матрицы. В настоящей работе, в отличие от устоявшегося на практике учета только двух координат, коррекция ошибок производится на основе расширенного множества координат элементов бинарной матрицы, к которым относятся строки, столбцы, главные и вспомогательные диагонали матрицы. Поиск ошибок выполняется путем формирования множества вероятных адресов ошибочных элементов на основе списков номеров ошибочных координат и последующего анализа этого множества с целью исключения адресов ложных (несуществующих) ошибок. При этом учитываются все четыре координаты элементов бинарной матрицы, что позволяет с небольшими затратами быстро обнаруживать одиночные, двойные и групповые ошибки. Эффективность способа повышается с увеличением отношения «число столбцов / число строк» бинарной матрицы.

*Ключевые слова:* бинарная матрица, диагонали, ошибки, координаты ошибок, четность координат, главные диагонали матрицы, вспомогательные диагонали матрицы

**A. S. Poljakov**

*United Institute of Informatics Problems of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus*

**ERROR CORRECTION WHEN TRANSMITTING INFORMATION  
BY A PARITY CHECK OF BINARY MATRIX COORDINATES**

A method is offered for detecting and correcting the errors of information transmitted over communication channels based on the use of well-known in the theory of communication "parity coordinate" of a binary matrix which is the content of the message being transmitted. The parity is commonly used in two coordinates: rows and columns of the matrix. In contrast to the well-established practice of considering only two coordinates, it is proposed to do the error correction on the basis of an extended set of coordinates of matrix elements, among which are rows, columns, as well as main and auxiliary diagonals. Troubleshooting is made by generating a set of possible addresses of erroneous elements and a subsequent analysis of this set to avoid false addresses (non-existent) errors. This takes into account the four coordinates of binary matrix elements, which allows a low cost and fast detection of single, double, and group errors. The effectiveness of the method becomes higher with increase in the ratio "number of columns / rows number" of a binary matrix.

*Keywords:* binary matrix, diagonal, errors, error coordinates, coordinate parity, main diagonals of the matrix, auxiliary diagonals of the matrix

**Введение.** Несмотря на серьезные достижения в области обеспечения надежного обмена информацией по каналам связи, проблема защиты информации от ошибок при ее передаче остается достаточно актуальной. В настоящее время для решения этой задачи применяются различные методы кодирования-декодирования информации [1–6]. К сожалению, эти методы достаточно сложны, трудоемки при реализации и не всегда удовлетворяют требованиям по производительности (быстродействию). Более простые способы основаны на использовании данных о четности строк или столбцов бинарной матрицы. Часто это бывают одномерные коды (т. е. использующие

только одну координату – строку матрицы). Они требуют большого количества так называемых добавочных битов и позволяют обнаруживать небольшое количество ошибок в передаваемой информации. Для двумерных кодов эти способы позволяют определять ошибки в случае, когда в матрице имеется только одна ошибка, координаты (адрес) которой задаются номерами ошибочной строки и ошибочного столбца. При наличии более сложных типов ошибок, например двойных или групповых, их обнаружение на основании сведений только о номерах ошибочных строк и столбцов затруднительно или вообще невозможно.

Существует множество практических задач, в которых требуются коды, исправляющие ошибки, к тому же с простыми процедурами кодирования-декодирования. В настоящей работе предлагается способ поиска ошибок на основе данных о четности координат бинарной матрицы, число которых увеличено с общепринятых двух (номер строки и номер столбца) до четырех путем включения в рассмотрение номеров главных и вспомогательных диагоналей матрицы.

**1. Определения и обозначения.** Будем рассматривать бинарную матрицу с размерами  $m \times n$ , где  $m$  – количество строк,  $n$  – количество столбцов. Предположим, что матрица представляет собой сообщение, передаваемое по каналам связи. Введем обозначения и определения, для иллюстрации которых используем матрицу  $M$ , представленную на рис. 1:

$x$  – номер строки матрицы;

$y$  – номер столбца в прямом направлении;

$\bar{y}$  – номер столбца в обратном направлении;

$d$  – номер главной диагонали;

$\bar{d}$  – номер вспомогательной диагонали;

$(x,y)$  – элемент матрицы на пересечении строки  $x$  и столбца  $y$ ;

$d(x,y) = d_{x,y}$  – номер главной диагонали, соответствующий элементу  $(x,y)$ ;

$\bar{d}(x,y) = \bar{d}_{x,y}$  – номер вспомогательной диагонали, соответствующий элементу  $(x,y)$ .

Идея использования главных диагоналей для обнаружения ошибок была предложена в работе [7]. Под «главными диагоналями» будем понимать как основную главную диагональ матрицы, так и все параллельные ей диагонали, рассматриваемые в качестве непрерывных цепочек элементов матрицы, которые начинаются в первой строке и проходят в направлении «сверху – вниз – направо» через все строки матрицы с переходом на левый элемент следующей строки при достижении крайнего правого элемента предыдущей строки. Нумерация элементов новой строки начинается с номера, который был последним в предыдущей строке. На рис. 1 элементы основной главной диагонали обозначены цифрой **1**, а номера остальных «главных диагоналей» – цифрами, расположенными в верхних левых углах элементов матрицы.

В настоящей работе вводится понятие *вспомогательных диагоналей*, под которыми подразумеваются основная вспомогательная диагональ матрицы и все параллельные ей диагонали, проходящие в направлении «сверху – вниз – налево», начиная с первой строки матрицы и заканчивая последней строкой. С крайнего левого элемента строки происходит переход на крайний правый элемент следующей строки. Номера вспомогательных диагоналей на рис. 1 выделены курсивом и размещены в нижних правых углах элементов матрицы.

Номера главных и вспомогательных диагоналей соответствуют номерам столбцов в первой строке матрицы: для главных диагоналей – в прямом направлении, для вспомогательных – в обратном. Отметим также, что номера главных и вспомогательных диагоналей в столбцах матрицы повторяются через каждые  $n$  строк, поэтому при  $m > n$  в каждом столбце матрицы имеется несколько элементов, которым соответствуют одинаковые номера диагоналей.

Для указания адреса элемента матрицы будем использовать четыре координаты: номера строки, столбца, главной и вспомогательной диагоналей, соответствующих этому элементу. В матрице, предназначенной для передачи, производится вычисление четности по всем координатам. Результаты подсчета четности отображаются в дополнительно вводимых в матрицу: столбце  $ChX$  и строках  $ChD$ ,  $Ch\bar{D}$ ,  $ChY$ , представляющих значения четности по строкам, главным диагоналям, вспомогательным диагоналям и столбцам матрицы соответственно. Запись значений четности по главным и вспомогательным диагоналям производится в строки  $ChD$  и  $Ch\bar{D}$  по направлениям диагоналей (при записи в строку  $Ch\bar{D}$  строка  $ChD$  не учитывается, пропускается).

							$n$		
	$y \rightarrow$	1	2	3	4	5	6	7	
	$y \leftarrow$	7	6	5	4	3	2	1	ChX

  

$x$	$\downarrow$	1	2	3	4	5	6	7	I		1	
		7	1	2	3	4	5	6	I	7	•	2
		6	7	1	2	3	4	5	I	7	6	3
		5	6	7	I	1	2	3	4	5	•	4
		4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	5
		3	4	I	7	6	7	5	1	2	•	6
		2	3	4	I	7	6	5	4	3	•	7
		1	2	3	4	5	6	7	I	7	6	8
$m$		7	1	2	3	4	5	6	I	7		9
		6	7	•	1	2	3	4	•	5		ChD
		5	•	4	3	•	2	•	I	•	7	ChD
			•	•		•	•	•	•	•	•	ChY

 Рис. 1. Матрица  $M$  с обозначениями

 Fig.1. Matrix  $M$  with the notations

В матрице, принятой после передачи по каналам связи, снова производится вычисление четности по всем координатам, в результате чего выявляются строки, столбцы и диагонали, в которых полученные значения четности не совпадают со значениями, вычисленными в исходной матрице. Элементы матрицы, значение которых было изменено при передаче, а также координаты, значение четности которых отличается от значений в исходной матрице, будем называть *ошибочными*. Номера ошибочных координат заносятся в списки  $SX$ ,  $SY$ ,  $SD$  и  $\underline{SD}$  (ошибочных строк, столбцов, главных диагоналей и вспомогательных диагоналей соответственно).

Рассмотрим конкретный вариант, представленный на рис. 1. Предположим, что в процессе передачи произошло изменение значений элементов матрицы, отмеченных значком ■. В результате вычисления четности по координатам будут сформированы списки ошибочных координат:  $SX = \{2,4,6,7\}$ ,  $SY = \{2,3,5,7\}$ ,  $SD = \{4,7\}$ ,  $\underline{SD} = \{1,2,4,7\}$ . Ошибочные координаты отмечены символом • в столбце ChX и строках ChD, ChD, ChY соответственно.

Обратим внимание на разницу в количестве элементов в списках: в  $SD$  имеется два элемента, а в остальных – по четыре. Это является следствием того, что в главной диагонали с номером 6 имеются две ошибки – (2,7) и (7,5), поэтому подсчет четности по этой диагонали ошибок не выявил.

Отметим три важных свойства рассматриваемых матриц:

Свойство 1. В списки ошибочных координат попадают только те координаты, в которых имеется нечетное число ошибок.

Свойство 2. На основании анализа количества элементов в списках  $SX$ ,  $SY$ ,  $SD$  и  $\underline{SD}$  нельзя определить фактическое количество ошибок в матрице, поскольку изменения значения четности координат не всегда отображаются во всех указанных списках в связи с наличием кратных ошибок.

Свойство 3. Если число строк превышает число столбцов ( $m > n$ ), то в некоторых столбцах матрицы появляются элементы, которым соответствуют одинаковые номера и главных, и вспомогательных диагоналей. Например, на рис. 1 номера диагоналей в строке 8 совпадают с номерами

диагоналей в строке 1, а в строке 9 – со строкой 2. В общем случае совпадают значения диагоналей в строках с номерами  $z_i$  и  $z_p$ , если  $z_i \bmod n = z_j \bmod n$ .

С учетом принятых выше обозначений можно вывести достаточно очевидные формулы для вычисления номеров строк, столбцов и диагоналей:

$$x(y, d) = (y + n - d + 1) \bmod n, \quad (1)$$

$$y(x, d) = (x + d - n - 1) \bmod n, \quad (2)$$

$$d(x, y) = (n - x + y + 1) \bmod n, \quad (3)$$

$$\underline{y} = n - y + 1, \quad (4)$$

$$\underline{d}(x, y) = (n - x + \underline{y} + 1) \bmod n. \quad (5)$$

Подставив значение  $\underline{y}$  из (4) в формулу (5), найдем

$$\underline{d}(x, y) = (n - x + (n - y + 1) + 1) \bmod n = (2n + 2 - x - y) \bmod n. \quad (6)$$

Необходимо учитывать, что для приведенных выше формул приняты следующие соглашения: если  $z < 0$ , то  $z \bmod n = n - |z| \bmod n$ ; если  $z = 0$ , или  $z = n$ , то  $z \bmod n = n$ .

В тех случаях, когда нумерация элементов матрицы начинается с 0 (как обычно принято в программировании), вместо приведенных формул (1)–(3) и (6) используются формулы (7)–(10):

$$x(y, d) = (y + n - d) \bmod n, \quad (7)$$

$$y(x, d) = (x + d - n) \bmod n, \quad (8)$$

$$d(x, y) = (n - x + y) \bmod n, \quad (9)$$

$$\underline{d}(x, y) = (2n - 1 - x - y) \bmod n. \quad (10)$$

Для этих формул справедливо: если  $z < 0$ , то  $z \bmod n = n - |z| \bmod n$ .

**2. Описание способа.** Предлагаемый способ поиска ошибок основан на использовании данных о четности координат матрицы: строк, столбцов, главных и вспомогательных диагоналей. Поскольку, в соответствии с указанным выше свойством 3, в матрице с числом строк, превышающим число столбцов (т. е. при  $m > n$ ), появляются элементы с одинаковыми значениями главных и вспомогательных диагоналей, что создает неоднозначность при определении адресов элементов матрицы, то ниже будут рассматриваться матрицы, у которых  $m \leq n$ .

Если  $MO = \{(x_{i1}, y_{j1}), (x_{i2}, y_{j2}), \dots, (x_{ik}, y_{jk})\}$  – множество ошибок в рассматриваемой матрице, то адрес любого ошибочного элемента  $(x_p, y_j)$  должен присутствовать в списках всех ошибочных координат, т. е. справедливо

$$((x_i, y_j) \in MO) \Leftrightarrow ((x_i \in SX) \wedge (y_j \in SY) \wedge (d_{i,j} \in SD) \wedge (\underline{d}_{i,j} \in \underline{SD})).$$

К сожалению, это условие полностью выполняется лишь в том случае, когда в матрице имеются только одиночные ошибки в строках, столбцах, главных и вспомогательных диагоналях. При наличии двойных или кратных ошибок их координаты могут отсутствовать в некоторых списках ошибочных координат. Это обстоятельство существенно усложняет вычисление адресов ошибок.

С учетом отмеченных выше свойств 1–3 поиск ошибок предлагается производить путем формирования множества вероятных адресов ошибочных элементов на основе списков ошибочных координат  $SX$ ,  $SY$ ,  $SD$ ,  $\underline{SD}$  и анализа этого множества с целью исключения адресов «ложных», не существующих ошибок. Вероятные адреса ошибок записываются в таблицу, состоящую

из столбцов  $S_1, S_2, S_3, S_4$ , соответствующих элементам списков  $SX, SY, SD$  и  $\underline{SD}$ . Вероятный адрес ошибочного элемента приводится в виде строки  $S_1-S_2-S_3-S_4$ , в которой  $S_1$  и  $S_2$  представляют значения элементов из списков  $SX$  и  $SY$ , а  $S_3$  и  $S_4$  – значения соответствующих им главных и вспомогательных диагоналей. Полученная таблица содержит множество  $S = \{S_1-S_2-S_3-S_4\}$  строк, представляющих вероятные адреса ошибок.

В качестве основы для формирования множества  $S$  выбираются два списка ошибочных координат:  $SX$  и  $SY$ , или  $SX$  и  $SD$ , или  $SY$  и  $\underline{SD}$ . Составляются все возможные пары элементов из выбранных списков, значения которых записываются в соответствующие столбцы таблицы, затем с помощью формул (1)–(6) вычисляются значения элементов остальных столбцов. Из полученного множества  $S$  удаляются строки с признаками «ложных» ошибок. К ним относятся строки, у которых

значение элемента строки в некотором столбце отсутствует в соответствующем списке ошибочной координаты;

в разных строках таблицы имеются одинаковые значения элементов в одном столбце; номер вычисленной строки превышает значение  $m$ .

Строки, оставшиеся после удаления адресов «ложных» ошибок, представляют собой адреса настоящих ошибок. Значения элементов этих строк удаляются из соответствующих списков ошибочных координат. Если при этом в каком-то списке отсутствует значение столбца оставшейся строки, то это значение записывается в данный список. Производится выбор следующей пары списков ошибочных элементов, формируется новое множество  $S$  и выполняется его анализ.

Выбор списков для формирования множества  $S$  производится на основе анализа состояния списков  $SX, SY, SD, \underline{SD}$  и зависит от наличия или отсутствия в них элементов. Если в  $SX$  и  $SY$  имеются элементы, то формирование  $S$  производится на основе этих списков. Если  $|SX| = 0$  или  $|SX| < |SY|$ , то используются списки  $SY$  и  $SD$ , если  $|SY| = 0$  или  $|SY| < |SX|$ , то используются списки  $SX$  и  $SD$ .

В зависимости от конкретной ситуации (т. е. состояния списков ошибочных координат и результатов анализа текущего множества  $S$ ) одна и та же пара списков может быть использована несколько раз подряд в качестве основы для формирования множества  $S$ . Но в случае отрицательного результата поиска ошибок в текущем множестве  $S$  для формирования нового множества  $S$  в качестве основы должна выбираться другая пара списков.

Не всегда анализ текущего множества  $S$  приводит к положительному результату, т. е. обнаружению ошибок. В числе удаляемых из  $S$  могут оказаться и строки, соответствующие адресам настоящих ошибок, которые в таком случае на данном этапе поиска будут утеряны, и процедура поиска ошибок будет unsuccessful, если множество  $S$  после удаления таких строк окажется пустым. Неудачный поиск ошибок обусловлен наличием в  $S$  строк с одинаковыми значениями в столбце  $S_4$  или  $S_3$ , поскольку такие строки в процессе анализа удаляются из множества  $S$ .

Основные информационные объекты и функциональные блоки, реализующие представленный выше способ коррекции ошибок в передаваемой информации, представлены на рис. 2. Жирным шрифтом выделена исходная матрица, которая должна быть передана по каналу связи, а также результирующая матрица после коррекции ошибок.

**3. Пример применения способа.** Поиск ошибок в соответствии с предлагаемым способом рассмотрим на примере матрицы  $M_1$ , представленной на рис. 3. Ошибочные элементы отмечены значком ■, ошибочные координаты – значком ● в столбце  $ChX$  и строках  $ChD, Ch\underline{D}, ChY$ . Всего имеется шесть ошибок с адресами (3,4), (5,11), (9,4), (10,7), (10,8), (10,9), из них одна двойная ошибка в столбце 4 и групповая ошибка в строке 10. С целью обеспечения наглядности при анализе выполняемых ниже операций в элементах матрицы показаны номера главных и вспомогательных диагоналей.

Процесс поиска ошибок отображен в приведенной таблице, в первом столбце которой представлены значения списков ошибочных координат, а в следующих – значения множеств  $S$ . Начальные значения списков ошибочных координат показаны в первом столбце выше штриховой



Рис. 2. Функциональная схема коррекции ошибок

Fig. 2. Functional scheme of error correction

линии. Учитывая, что  $|SX| > 0$  и  $|SY| > 0$ , на основе списков  $SX$  и  $SY$  составляется множество  $S_1$ , представленное во втором столбце таблицы.

Из  $S_1$  удаляются строки с признаками «ложных» ошибок. К ним относятся строки, в которых значение в столбце  $S4$  отсутствует в списке  $\underline{SD}$  (обозначены --); значение в столбце  $S3$  отсутствует в списке  $SD$  (обозначены ---); имеются одинаковые значения в столбце  $S4$  (обозначены ^ и >>).

Оставшиеся строки (обозначены ++), представляющие собой ошибки. Из списков ошибочных координат удаляются элементы, значения которых имеются в оставшихся строках, т. е. из  $\underline{SD}$  – значения 1 и 17, из  $SD$  – 16 и 17, из  $SY$  – 8 и 9, из  $SX$  при рассмотрении строки 10–8–16–1 удаляется значение 10, а при рассмотрении строки 10–9–17–17 значение 10 снова записывается в  $SX$ . Новые значения списков показаны под штриховой линией.

В  $SX$  и в  $SY$  имеются элементы, поэтому множество  $S_2$  (третий столбец таблицы) составляется на основе этих списков. Из  $S_2$  удаляются строки, в которых значения в столбце  $S4$  отсутствуют в столбце  $\underline{SD}$  (обозначены --), а значения в столбце  $S3$  отсутствуют в  $SD$  (обозначены ---). Оставшиеся строки представляют координаты ошибок. Из списков  $SX$ ,  $SY$ ,  $SD$  и  $\underline{SD}$  удаляются значения, содержащиеся в оставшихся строках (из  $\underline{SD}$  – значения 2 и 3, из  $SD$  – 7 и 15, из  $SY$  – 7 и 11, из  $SX$  – 5 и 10). Новое состояние списков  $SX$  и  $SY$  показано ниже сплошной линией.

Поскольку  $|SY| = 0$ , то множество  $S_3$  формируется на основе списков  $SX$  и  $SD$  (выделены курсивом и жирным шрифтом). Из  $S_3$  удаляются строки, в которых значения столбца  $S4$  отсутствуют в  $\underline{SD}$  (обозначены --). Оставшиеся строки представляют адреса ошибок (3,4) и (9,4). Таким образом, в результате анализа множеств  $S_1$ ,  $S_2$ ,  $S_3$  и удаления ложных ошибок обнаружены все имевшиеся в матрице ошибки.

В некоторых ситуациях обнаруживаются не все ошибки, что обусловлено совпадением номеров главных и вспомогательных диагоналей, соответствующих различным ошибочным элементам матрицы, вследствие чего в разных строках множества  $S$  появляются одинаковые значения в столбцах  $S4$  и  $S3$ . В соответствии с алгоритмом такие строки исключаются из рассмотрения (удаляются из множества  $S$ ), что приводит к потере адресов ошибок.

Матрица  $M2$  с неблагоприятным размещением ошибок представлена на рис. 4. Обнаружить ошибки в данном случае невозможно из-за совпадения номеров главных и вспомогательных диагоналей, вследствие чего из  $S$  удаляются все строки.

		<i>n</i>																		
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	ChX	
<i>m</i>	1	1 17	2 16	3 15	4 14	5 13	6 12	7 11	8 10	9 9	10 8	11 7	12 6	13 5	14 4	<b>15</b> 3	16 2	17 1		
	2	17 16	1 15	2 14	3 13	4 12	5 11	6 10	7 9	8 8	9 7	10 6	11 5	12 4	13 3	<b>14</b> 2	15 1	16 17		
	3	16 15	17 14	1 13	2 12	■ 11	3 10	4 9	5 8	6 7	7 6	8 5	9 4	10 3	11 2	<b>13</b> 1	14 17	15 16	●	
	4	15 14	16 13	17 12	1 11	2 10	3 9	4 8	5 7	6 6	7 5	8 4	9 3	10 2	11 1	<b>12</b> 17	13 16	14 15		
	5	14 13	15 12	16 11	17 10	1 9	2 8	3 7	4 6	5 5	6 4	7 3	■ 2	8 1	9 17	10 16	<b>11</b> 15	12 14	13 13	●
	6	13 12	14 11	15 10	16 9	17 8	1 7	2 6	3 5	4 4	5 3	6 2	7 1	8 17	9 16	<b>10</b> 15	11 14	12 13		
	7	12 11	13 10	14 9	15 8	16 7	17 6	1 5	2 4	3 3	4 2	5 1	6 17	7 16	8 15	<b>9</b> 14	10 13	11 12		
	8	11 10	12 9	13 8	14 7	15 6	16 5	17 4	1 3	2 2	3 1	4 17	5 16	6 15	7 14	<b>8</b> 13	9 12	10 11		
	9	10 9	11 8	12 7	13 6	■ 5	14 4	15 3	16 2	17 1	1 17	2 16	3 15	4 14	5 13	6 12	7 11	8 10	9 9	●
	10	9 8	10 7	11 6	12 5	13 4	14 3	15 2	■ 1	16 17	17 16	1 15	2 14	3 13	4 12	5 11	6 10	7 9	8 8	●
	11	8 7	9 6	10 5	11 4	12 3	13 2	14 1	15 17	16 16	17 15	1 14	2 13	3 12	4 11	<b>5</b> 10	6 9	7 8		
	12	7 6	8 5	9 4	10 3	11 2	12 1	13 17	14 16	15 15	16 14	17 13	1 12	2 11	3 10	<b>4</b> 9	5 8	6 7		
	ChD	6	7●	8	9	10	11	12	13●	14	15●	16●	17●	1	2●	<b>3</b>	4	5		
	ChD		5	4	●	●	●	●					●						●	
	ChY								●	●	●			●						

Рис. 3. Матрица M1

Fig. 3. Matrix M1

**Процедура поиска ошибок в матрице M1**

**Error check procedure in the matrix M1**

Списки Lists				Множество строк S <sub>1</sub> Set of Lines S <sub>1</sub>				Множество строк S <sub>2</sub> Set of Lines S <sub>2</sub>				Множество строк S <sub>3</sub> Set of Lines S <sub>3</sub>			
SX	SY	SD	SD	S1	S2	S3	S4	S1	S2	S3	S4	S1	S2	S3	S4
3	7	2	1	3	7	5	9	3	7	5	9	<b>3</b>	4	<b>2</b>	12
5	8	7	2	3	8	6	8	3	11	9	5	<b>3</b>	15	<b>13</b>	1
9	9	13	3	3	9	7	7	5	7	3	7	<b>9</b>	10	<b>2</b>	17
10	11	15	6	3	11	9	5	5	11	7	3	<b>9</b>	4	<b>13</b>	6
		16	12	5	7	3	7	9	7	16	3				
		17	17	5	8	4	6	9	11	3	16				
-----				5	9	5	5	10	7	15	2				
	3	7	2	5	11	7	3	10	11	2	15				
	5	11	7	9	7	16	3								
	9	-	13	9	8	17	2								
	10	-	15	9	9	1	1								
-----				9	11	3	16								
	3	-	2	10	7	15	2								
	9	-	13	10	8	16	1								
				10	9	17	17								
				10	11	2	5								

Матрица M2							Списки				Множество строк S																																																																																	
Матрица M2							SX	SY	SD	SD	S1	S2	S3	S4																																																																														
<table border="1"> <tr> <td></td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> <td>6</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> <td>6</td> </tr> <tr> <td></td> <td>6</td> <td>5</td> <td>4</td> <td>3</td> <td>2</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>6</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td></td> <td>5</td> <td>4</td> <td>3</td> <td>2</td> <td>1</td> <td>6</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>5</td> <td>6</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td></td> <td>4</td> <td>3</td> <td>2</td> <td>1</td> <td>6</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>4</td> <td>5</td> <td>6</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td></td> <td>3</td> <td>2</td> <td>1</td> <td>6</td> <td>5</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td>5</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> <td>6</td> <td>1</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td></td> <td>2</td> <td>1</td> <td>6</td> <td>5</td> <td>4</td> <td>3</td> </tr> </table>								1	2	3	4	5	6	1	1	2	3	4	5	6		6	5	4	3	2	1	2	6	1	2	3	4	5		5	4	3	2	1	6	3	5	6	1	2	3	4		4	3	2	1	6	5	4	4	5	6	1	2	3		3	2	1	6	5	4	5	3	4	5	6	1	2		2	1	6	5	4	3	–	2	2	2	1	2	2	5	^
	1	2	3	4	5	6																																																																																						
1	1	2	3	4	5	6																																																																																						
	6	5	4	3	2	1																																																																																						
2	6	1	2	3	4	5																																																																																						
	5	4	3	2	1	6																																																																																						
3	5	6	1	2	3	4																																																																																						
	4	3	2	1	6	5																																																																																						
4	4	5	6	1	2	3																																																																																						
	3	2	1	6	5	4																																																																																						
5	3	4	5	6	1	2																																																																																						
	2	1	6	5	4	3																																																																																						
							–	5	5	5	4	2	5	2	>>																																																																													
											4	5	2	5	^																																																																													
											1	5	5	2	>>																																																																													

Рис. 4. Матрица M2 и процедура поиска ошибок

Fig. 4. Matrix M2 and the error check procedure

Вероятность возникновения неблагоприятных ситуаций, связанная с появлением в различных строках множества S одинаковых номеров главных и вспомогательных диагоналей, соответствующих различным элементам матрицы, уменьшается с увеличением числа столбцов. Действительно, если вероятность выбора одного элемента матрицы, которому соответствует некоторый номер диагонали, равна  $1/n$ , то вероятность выбора второго элемента матрицы с таким же номером диагонали равна  $1/n^2$ . Следовательно, чем больше значение  $n$ , тем выше вероятность обнаружения всех ошибок.

**Заключение.** Предлагаемый способ обнаружения ошибок в переданной по каналам связи информации характеризуется следующими положительными свойствами.

Обнаруживает и вычисляет адреса ошибок различного типа – одиночных, четной кратности, групповых.

Данный способ коррекции ошибок в информации, переданной по каналам связи, чрезвычайно прост, не требует построения никаких таблиц кодирования, синдромов и прочих стандартных средств коррекции ошибок – достаточно только сведений о четности координат бинарной матрицы, представляющей собой передаваемое сообщение.

Требует небольшого количества контрольных (добавочных) разрядов к общему объему передаваемых единиц информации и малых затрат на вычисление значений добавочных разрядов (т. е. значений четности координат матрицы); имеет хорошие показатели такой важной характеристики, как «скорость кода» ( $sk$ ), определяемой отношением количества информационных бит к количеству передаваемой информации. В данном случае  $sk = m*n / (m*n + 3n + m + 3)$ . Например, при  $m = 10$  и  $n = 32$   $sk = 0,76$ ; при  $m = 20$  и  $n = 32$   $sk = 0,84$ ; при  $m = 20$  и  $n = 64$   $sk = 0,86$ .

Обеспечивает высокое быстродействие, поскольку, как показывает анализ процедуры поиска ошибок в матрице M1, для нахождения адресов ошибочных элементов требуется выполнение небольшого количества простых операций.

### Список использованных источников

1. Морелос-Сарагоса, Р. Искусство помехоустойчивого кодирования. Методы, алгоритмы, применение / Р. Морелос-Сарагоса; пер. с англ. В. Б. Афанасьева. – М.: Техносфера, 2005. – 319 с.
2. Никитин, Г. И. Помехоустойчивые циклические коды / Г. И. Никитин, С. С. Поддубный. – СПб: СПбГУАП, 1998. – 71 с.
3. Питерсон, У. Коды, исправляющие ошибки: пер. с англ. / У. Питерсон, Э. Уэлдон. – М.: Мир, 1976. – 594 с.
4. Скляр, Б. Цифровая связь: теоретические основы и практическое применение: пер. с англ. / Бернанд Скляр. – М. [и др.]: Вильямс, 2003. – 1099 с.

5. Шульгин, В. И. Основы теории передачи информации. Помехоустойчивое кодирование / В. И. Шульгин. – Харьков: ХАИ, 2003. – 87 с.
6. Вернер, М. Основы кодирования / М. Вернер. – М.: Техносфера, 2004. – 286 с. – (Мир программирования).
7. Enhanced Turbo Product Codes (eTPC). [Electronic resource]. – Mode of access: [http://aha.com/Uploads/ANtpc12\\_03063](http://aha.com/Uploads/ANtpc12_03063). – Date of access: 10.05.2016.

### References

1. Morelos Zaragoza R. *The Art of Error Correcting Coding*. New York, Wiley, 2006. Doi: 10.1002/0470035706
2. Nikitin G. I. *The Error Correcting Coding*. Saint-Petersburg, Saint-Petersburg State University of Aerospace Instrumentation (SUAI), 2003. 71 p. (in Russian).
3. Peterson W. W., Weldon E. J. *Error-Correcting Codes*. 2nd ed. Cambridge, MIT Press, 1972.
4. Sklar B. *Digital Communications: Fundamentals and Applications*. Second Edition. Los Angeles, California and University of California, 2001.
5. Shul'gin V. I. *The Base of Information Transmission. The Error Correcting Coding*. Kharkov, Kharkov Aviation University, 2003. 87 p. (in Russian).
6. Werner M. *Information und Codierung*. Wiesbaden, Vieweg+Teubner Verlag, 2002. Doi: 10.1007/978-3-322-92887-0
7. Enhanced Turbo Product Codes (eTPC). Available at: [http://aha.com/Uploads/ANtpc12\\_03063](http://aha.com/Uploads/ANtpc12_03063). (accessed 10 May 2016).

### Сведения об авторе

**Поляков Александр Сергеевич** – кандидат технических наук, ведущий научный сотрудник, Объединенный институт проблем информатики Национальной академии наук Беларуси (ул. Сурганова, 6, 220012, г. Минск, Республика Беларусь). E-mail.: alexpolja@tut.by

### Information about the author

**Poljakov Aleksandr Sergeevich** – Ph. D. (Engineering), Leading Researcher, United Institute of Informatics Problems National Academy of Sciences of Belarus (6, Sursganov Str., 220012, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: alexpolja@tut.by

### Для цитирования

Поляков, А. С. Коррекция ошибок при передаче информации по значениям четности координат бинарной матрицы / А. С. Поляков // Вес. Нац. акад. навук Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. – 2017. – № 2. – С. 101–109.

### For citation

Poljakov A. S. Error correction when transmitting information by a parity check of binary matrix coordinates. *Vesti Natsyional'nai akademii navuk Belarusi. Seryia fizika-matematychnykh navuk* [Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physics and Mathematics series], 2017, no. 2, pp. 101–109. (in Russian).