

ISSN 1561-2430 (Print)

ISSN 2524-2415 (Online)

УДК 535.3+535.5

<https://doi.org/10.29235/1561-2430-2018-54-4-488-498>

Поступила в редакцию 03.04.2018

Received 03.04.2018

Н. С. Петров¹, С. Н. Курилкина², А. Б. Зимин³, В. Н. Белый²

¹*Институт повышения квалификации по новым направлениям развития техники, технологий и экономики Белорусского национального технического университета, Минск, Беларусь*

²*Институт физики им. Б. И. Степанова Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь*

³*Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, Минск, Беларусь*

СВОЙСТВА И ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ОСОБЫХ НЕОДНОРОДНЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В ГИПЕРБОЛИЧЕСКИХ МЕТАМАТЕРИАЛАХ

Аннотация. Показано, что в условиях полного отражения плоских однородных электромагнитных волн на границе гиперболического метаматериала с обычной изотропной средой при определенных условиях вблизи поверхности метаматериала возбуждаются особые неоднородные электромагнитные волны. Их особенность заключается в том, что амплитуда таких волн изменяется при удалении от границы по неэкспоненциальному закону. Получены условия существования особых неоднородных волн и показано, что для этого оптическая ось метаматериала должна составлять определенный угол с плоскостью падения, зависящий от ее ориентации относительно главной плоскости метаматериала и оптических свойств граничащих сред. Найдены поток и плотность энергии особых неоднородных волн в гиперболическом метаматериале.

Ключевые слова: гиперболический метаматериал, неоднородная электромагнитная волна, плотность энергии, поток энергии

Для цитирования. Свойства и энергетические характеристики особых неоднородных электромагнитных волн в гиперболических метаматериалах / Н. С. Петров [и др.] // Вестн. Нац. акад. наук Беларуси. Сер. физ.-мат. наук. – 2018. – Т. 54, № 4. – С. 488–498. <https://doi.org/10.29235/1561-2430-2018-54-4-488-498>

N. S. Petrov¹, S. N. Kurilkina², A. B. Zimin³, V. N. Belyi²

¹*Institute for Advanced Training and Retraining of Personnel on New Directions for the Development of Technics, Technology and Economics of the Belarusian National Technical University, Minsk, Belarus*

²*B. I. Stepanov Institute of Physics of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus*

³*Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics, Minsk, Belarus*

FEATURES AND ENERGY CHARACTERISTICS OF SPECIAL INHOMOGENEOUS ELECTROMAGNETIC WAVES IN HYPERBOLIC METAMATERIALS

Abstract. In this paper, it is shown that under the conditions of total internal reflection of plane homogeneous electromagnetic waves at the interface of a hyperbolic metamaterial and an ordinary isotropic medium, special inhomogeneous electromagnetic waves are excited in certain circumstances near the surface of the metamaterial and their amplitude changes with distance according to the non-exponential law. The existence conditions for such waves are established for the case when the optical axis is located within the interface plane and forms an angle with the plane of incidence. The energy flux and the energy density of special inhomogeneous waves in a hyperbolic metamaterial are determined.

Keywords: hyperbolic metamaterial, inhomogeneous electromagnetic wave, energy density, energy flux

For citation. Petrov N. S., Kurilkina S. N., Zimin A. B., Belyi V. N. Features and energy characteristics of special inhomogeneous electromagnetic waves in hyperbolic metamaterials. *Vestsi Natsyianal'nai akademii navuk Belarusi. Seriya fizika-matematychnykh navuk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physics and Mathematics series*, 2018, vol. 54, no. 4, pp. 488–498 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1561-2430-2018-54-4-488-498>

Введение. В течение последнего десятилетия появилось большое число публикаций, посвященных исследованию метаматериалов, проявляющих электромагнитные свойства, не характерные для обычных сред [1, 2]. Это обусловлено перспективами их использования для управления световыми пучками, в литографии – для получения изображений с субволновым разрешением [3, 4]. Такие среды могут быть описаны усредненными (эффективными) проницаемостями (диэлектрической ϵ и магнитной μ), отличающимися от таковых для образующих их материалов [5]. Эффективные проницаемости метаматериалов существенно зависят от геометрических размеров нановключений и их взаимного расположения. Таким образом, путем изменения данных

параметров можно получать электромагнитный отклик среды и, следовательно, достигать эффективных значений ϵ и μ , невозможных для естественных анизотропных материалов.

Одним из видов метаматериалов являются гиперболические метаматериалы (ГММ), для которых предполагается $\mu \approx 1$, а описывающий их диагональный тензор диэлектрической проницаемости $\epsilon = \text{diag}\{\epsilon_t, \epsilon_t, \epsilon_l\}$ имеет главные значения (поперечную ϵ_t и продольную ϵ_l проницаемости), различающиеся знаком [6]. Это обуславливает появление гиперболической (а не эллиптической, наблюдаемой у обычных диэлектриков) дисперсии. Существуют два типа ГММ [7]: а) тип I ($\epsilon_t < 0, \epsilon_l > 0$), характеризуемый дисперсионной поверхностью, которая представляет собой двухполостный гиперболоид; б) тип II ($\epsilon_t > 0, \epsilon_l < 0$), дисперсионная поверхность для которого является однополостным гиперболоидом. Отметим, что с помощью слоистых металлodieлектрических структур можно реализовать гиперболические метаматериалы, относящиеся к типам I или II в различных спектральных диапазонах.

Ряд важных практических применений метаматериалов (в частности, в сенсорике, ближнепольной микроскопии, в системах получения изображений) обусловлен особенностями формируемых вблизи их поверхности электромагнитных волн. Среди них выделим локализованные поверхностные волны, экспоненциально затухающие при удалении от границы раздела, вдоль которой они распространяются [8]. Наиболее известный тип локализованных оптических поверхностных волн – поверхностные плазмон-поляритоны – ТМ-поляризованные волны, формируемые на границе металла и диэлектрика [8–10]. Недавно установлено, что если гиперболический метаматериал ориентирован нормально поверхностям образующих его слоев, на границе его раздела с диэлектриком оказывается возможным возникновение локализованных поверхностных волн особого типа – волн Дьяконова, которые распространяются практически без поглощения [11, 12].

В значительно меньшей степени изучено распространение нелокализованных волн. Среди них особое место занимают неоднородные волны, у которых плоскости равных фаз и равных амплитуд не параллельны между собой. Такие волны возникают, например, в прозрачных средах при полном отражении света, а также при наклонном падении излучения в поглощающих (усиливающих) материалах. В монографии [13] показана возможность существования неоднородных волн особого вида, удовлетворяющих уравнениям Максвелла, векторная амплитуда которых, наряду с экспоненциальной зависимостью от координат, содержит также линейную зависимость. Такие особые неоднородные волны возникают, в частности, при полном отражении в оптически одноосном прозрачном кристалле при отсутствии в нем явления двулучепреломления [14]. В данной работе анализируется возможность появления подобных неоднородных волн особого типа на границе гиперболического метаматериала.

Аномальное полное отражение на границе раздела изотропного диэлектрика и гиперболического метаматериала. Рассмотрим метаматериал, образованный слоисто-периодической металлodieлектрической наноструктурой. В приближении эффективной среды, когда толщина каждого слоя достаточно мала, т. е. $|k_d d_d| \ll 1, |k_m d_m| \ll 1$, где k_d, k_m – соответственно волновые числа диэлектрического и металлического слоев, многослойная структура может рассматриваться как анизотропная эффективная среда с тензором проницаемости, представимым в виде

$$\epsilon = \text{diag}\{\epsilon_t, \epsilon_t, \epsilon_l\} = \epsilon_t + \delta \mathbf{c} \cdot \mathbf{c}, \tag{1}$$

где $\delta = \epsilon_l - \epsilon_t$, \mathbf{c} – единичный вектор вдоль оптической оси ГММ, точкой между векторами обозначено их диадное произведение ($\mathbf{c} \cdot \mathbf{c} = c_i c_j$). При этом

$$\epsilon_t = (1 - f)\epsilon_d + f\epsilon_m; \quad \epsilon_l = [(1 - f) / \epsilon_d + f / \epsilon_m]^{-1}. \tag{2}$$

Здесь $f = d_m / (d_m + d_d)$ – фактор заполнения (объемная доля, занимаемая в структуре металлом). Диэлектрическая проницаемость металла ϵ_m описывается формулой Друде

$$\epsilon_m(\omega) = \epsilon_\infty - \omega_p^2 / (\omega^2 + i\omega\Gamma) = \epsilon_\infty - \omega_p^2 / (\omega^2 + \Gamma^2) + i\omega_p^2 \Gamma / [\omega(\omega^2 + \Gamma^2)], \tag{3}$$

где $\omega = 2\pi/c$ – циклическая частота, λ – длина волны оптического излучения в вакууме, ω_p – плазменная частота, ε_∞ – постоянная, описывающая вклад межзонных переходов, $\Gamma = V_F/l$ – постоянная затухания, V_F – скорость Ферми, l – среднее значение свободного пути электрона в объемном металле. Для серебра, например, $\varepsilon_\infty = 5$, $\omega_p = 14 \cdot 10^{15} \text{ c}^{-1}$, $\Gamma = 32 \cdot 10^{12} \text{ s}^{-1}$, $V_F = 1,4 \cdot 10^6 \text{ m s}^{-1}$ [1].

Для упрощения рассмотрения мы будем предполагать, что в уравнении (2) $\text{Im}(\varepsilon_i) \approx 0$, $\text{Im}(\varepsilon_e) \approx 0$. Как показывает расчет [15], данное допущение справедливо вдали от спектральных областей, для которых эффективные диэлектрические проницаемости ГММ близки к нулю.

Пусть данный гиперболический метаматериал граничит с изотропной средой, диэлектрическая проницаемость которой равна ε_1 (рис. 1).

В приближении эффективной среды распространяющиеся в метаматериале обыкновенная (o) и необыкновенная (e) волны удовлетворяют уравнениям [13]:

$$\mathbf{m}_o^2 = \varepsilon_t, \quad \mathbf{m}_e \varepsilon \mathbf{m}_e = \varepsilon_t \varepsilon_l. \quad (4)$$

Здесь \mathbf{m} – вектор рефракции волны, впервые введенный в кристаллооптике Ф. И. Федоровым [13]. Подставляя (1) в (4), можно показать, что при условии

$$[\mathbf{m}_{o,e} \mathbf{c}]^2 = 0 \quad (5)$$

векторы рефракции обыкновенной и необыкновенной волн в ГММ совпадают ($\mathbf{m}^2 = \mathbf{m}_o^2 = \mathbf{m}_e^2$) и двулучепреломление отсутствует.

Рассмотрим случай полного отражения света на границе изотропного диэлектрика и ГММ, при котором выполняется условие (5). Вектор рефракции \mathbf{m} в этом случае является комплексным, и его можно представить с учетом закона преломления в виде

$$\mathbf{m} = \mathbf{m}' + i\mathbf{m}'' = \xi \mathbf{b} + i\gamma \mathbf{q}. \quad (6)$$

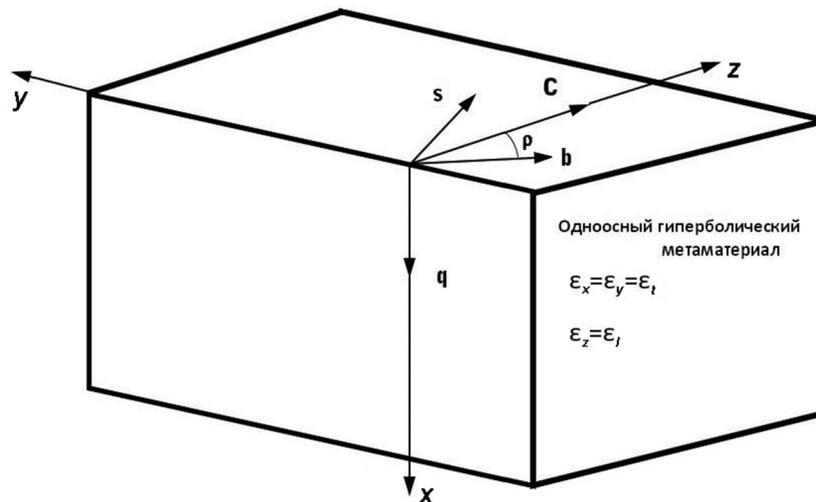


Рис. 1. Графическое представление рассматриваемой структуры в приближении эффективной среды: \mathbf{c} – единичный вектор вдоль оптической оси; \mathbf{b} , \mathbf{q} , \mathbf{s} – тройка единичных векторов, где \mathbf{q} – вектор, ортогональный границе раздела; (\mathbf{c}, \mathbf{q}) – главная плоскость ГММ; (\mathbf{b}, \mathbf{q}) – плоскость падения световой волны на ГММ, повернутая относительно главной плоскости ГММ на угол ρ

Fig. 1. The structure under investigation in the effective-medium approximation: \mathbf{c} is the unit vector along the optical axis; \mathbf{b} , \mathbf{q} , \mathbf{s} are the unit vectors, \mathbf{q} is the vector orthogonal to the bordered plane; (\mathbf{c}, \mathbf{q}) is the principal section of HMM; (\mathbf{b}, \mathbf{q}) is the plane of light incidence turned relatively to the principal section of HMM by an angle ρ

Здесь $\xi = n_1 \sin \alpha$, $n_1 = \sqrt{\varepsilon_1}$, $\eta = i\gamma$, где $\gamma = \sqrt{\xi^2 - \varepsilon_t}$, α – угол падения света, $\mathbf{b} = [\mathbf{q}\mathbf{s}]$, $\mathbf{s} = [\mathbf{b}\mathbf{q}]$, причем векторы \mathbf{b} , \mathbf{q} , \mathbf{s} образуют правую тройку взаимно ортогональных ортов (см. рис. 1). Используя (6), можно убедиться, что соотношение (5) справедливо при одновременном выполнении двух условий:

$$\mathbf{qc} = 0, \quad \xi^2(\mathbf{bc})^2 = \xi^2(\mathbf{s}[\mathbf{qc}])^2 = \xi^2 \cos^2 \rho = \varepsilon_t, \quad (7)$$

где ρ – угол между плоскостью падения (\mathbf{b}, \mathbf{q}) и главной плоскостью (\mathbf{q}, \mathbf{c}) гиперболического метаматериала. Отсюда следует, что условие (7) (и, следовательно, (5)) может быть реализовано лишь в ГММ типа I.

Найдем далее решение волнового уравнения в случае гармонически зависящего от времени вектора электрической напряженности $\mathbf{E} (\sim \exp(-i\omega t))$

$$\text{grad div} \mathbf{E} - \nabla^2 \mathbf{E} - k_0^2 \varepsilon \mathbf{E} = 0, \quad (8)$$

где $k_0 = \omega/c$. При совпадении показателей преломления обеих волн (обыкновенной и необыкновенной) решение (8) будем искать в виде

$$\mathbf{E} = (\mathbf{f}_1 + \zeta' \mathbf{f}_2) \exp(i\zeta). \quad (9)$$

Здесь $\mathbf{f}_1, \mathbf{f}_2$ – векторные амплитуды волн, $\zeta = k_0 \mathbf{m}\mathbf{r}$, $\zeta' = k_0 \mathbf{q}\mathbf{r}$ (\mathbf{r} – радиус-вектор). Следует отметить, что линейная функция в скобках в (9) зависит от другой переменной (ζ'), чем экспонента (ζ). Выбор решения в виде (9) обусловлен необходимостью удовлетворить граничным условиям, а также тем, что амплитуда волны в случае полубесконечной отражающей среды в одномерном случае будет зависеть лишь от глубины проникновения волны, пропорциональной параметру ζ' .

Подставляя выражение (9) в (8), получаем следующее уравнение:

$$\begin{aligned} \theta \mathbf{f}_1 - i\beta \mathbf{f}_2 + \zeta' \theta \mathbf{f}_2 &= 0, \\ \theta &= \mathbf{m} \cdot \mathbf{m} - \mathbf{m}^2 + \varepsilon, \quad \beta = \mathbf{m} \cdot \mathbf{q} + \mathbf{q} \cdot \mathbf{m} - 2\mathbf{m}\mathbf{q}. \end{aligned} \quad (10)$$

Поскольку уравнение (10) должно выполняться тождественно (т. е. при любых ζ'), отсюда следует

$$\theta \mathbf{f}_2 = 0, \quad \theta \mathbf{f}_1 - i\beta \mathbf{f}_2 = 0. \quad (11)$$

Ненулевые решения для \mathbf{f}_2 существуют лишь при условии $\det \theta = 0$, что представляет собой записанное в ковариантной форме уравнение нормалей (см. [13]). С учетом (1) и (4) уравнение (11) для определения вектора \mathbf{f}_2 принимает вид

$$(\mathbf{m} \cdot \mathbf{m} + \delta \mathbf{c} \cdot \mathbf{c}) \mathbf{f}_2 = 0. \quad (12)$$

Отсюда следует, что $\mathbf{f}_2 \parallel [\mathbf{m}\mathbf{c}]$, т. е.

$$\mathbf{f}_2 = t[\mathbf{m}\mathbf{c}]. \quad (13)$$

Для нахождения искомого вектора \mathbf{f}_1 представим его в виде разложения по трем взаимно ортогональным ортам $(\mathbf{s}, \mathbf{b}, \mathbf{q})$

$$\mathbf{f}_1 = t_1 \mathbf{s} + t_2 \mathbf{b} + t_3 \mathbf{q}. \quad (14)$$

Из (11) с учетом (14) и (13) получаем

$$\mathbf{f}_1 = \frac{i}{\delta \sqrt{\varepsilon_t}} \left\{ \frac{\xi \delta}{\gamma} [\mathbf{m}\mathbf{c}] t_1 + i \sqrt{\varepsilon_t} (2[\mathbf{m}\mathbf{s}] - \delta \mathbf{q}) t \right\}. \quad (15)$$

Здесь $\delta = \varepsilon_e - \varepsilon_r$. Подставляя (13), (15) в (9), для вектора напряженности электрического поля \mathbf{E} получаем следующее выражение:

$$\mathbf{E} = \{C_1[\mathbf{mc}] + C_2(\mathbf{d} + \delta\zeta'[\mathbf{mc}])\} \exp(i\zeta). \quad (16)$$

Для вектора напряженности магнитного поля \mathbf{H} волны имеем

$$\mathbf{H} = \frac{1}{ik_o} \text{rot}\mathbf{E} = \{C_1[\mathbf{m}[\mathbf{mc}]] + C_2(\mathbf{d}_1 + \delta\zeta'[\mathbf{m}[\mathbf{mc}]])\} \exp(i\zeta). \quad (17)$$

Здесь использованы обозначения: $\mathbf{d} = \delta\mathbf{q} - 2\xi[\mathbf{ms}]$, $\mathbf{d}_1 = [\mathbf{md}] - i\delta[\mathbf{q}[\mathbf{mc}]]$, C_1, C_2 – скалярные амплитуды волн, определяемые из граничных условий.

Неоднородная волна, описываемая выражениями (16), (17), как видно, представляет собой суперпозицию двух плоских волн, распространяющихся с одинаковой скоростью $V = \frac{c}{\xi}$, но с различными поляризациями. Так как вектор при C_1 является круговым ($[\mathbf{mc}]^2 = 0$), то соответствующая часть вектора \mathbf{E} представляет собой волну круговой поляризации. Вторая же часть \mathbf{E} с множителем C_2 является волной с переменной поляризацией, поскольку ее векторная амплитуда изменяется с глубиной проникновения волны ($\sim \zeta'$) в отражающий гиперболический метаматериал.

Решая граничную задачу о полном отражении света на поверхности раздела изотропная среда – гиперболический метаматериал, можно определить амплитуды C_1, C_2 . Используя разложение векторов напряженности падающей $\mathbf{E}_1, \mathbf{H}_1$ и отраженной $\mathbf{E}'_1, \mathbf{H}'_1$ волн на компоненты, параллельные и перпендикулярные плоскости падения

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_1 &= A_1\mathbf{s} + B_1[\mathbf{n}_1\mathbf{s}], & \mathbf{E}'_1 &= A'_1\mathbf{s} + B'_1[\mathbf{n}'_1\mathbf{s}], \\ \mathbf{H}_1 &= A_1[\mathbf{m}_1\mathbf{s}] - B_1n_1\mathbf{s}, & \mathbf{H}'_1 &= A'_1[\mathbf{m}'_1\mathbf{s}] - B'_1n_1\mathbf{s}, \end{aligned} \quad (18)$$

где $\mathbf{m}_1 = n_1\mathbf{n}_1$, $\mathbf{m}'_1 = n_1\mathbf{n}'_1$, $\mathbf{n}_1, \mathbf{n}'_1$, – единичные векторы волновых нормалей падающей и отраженной волн, $A_1(B_1), A'_1(B'_1)$ – амплитуды, а также стандартные граничные условия, можно получить систему двух векторных уравнений, сводимую к четырем скалярным уравнениям, для нахождения неизвестных амплитуд A'_1, B'_1, C_1, C_2 . Ее решение имеет следующий вид:

$$A'_1 = \frac{1}{\xi^2\Delta_1} \left\{ \left[2\xi^2PU + \delta(\varepsilon_r\eta_1^2 - \varepsilon_l\gamma^2) \right] A_1 - 2\gamma\eta_1\delta\sqrt{\varepsilon_l\varepsilon_1} B_1 \right\}, \quad (19)$$

$$B'_1 = \frac{1}{\xi^2\Delta_1} \left\{ \left[2\xi^2P^*U^* + \delta(\varepsilon_r\eta_1^2 - \varepsilon_l\gamma^2) \right] B_1 + 2\gamma\eta_1\delta\sqrt{\varepsilon_l\varepsilon_1} A_1 \right\},$$

$$C_1 = \frac{2i\eta_1}{\xi\gamma\sqrt{\varepsilon_l}\Delta} \left[(2\xi^2U + \varepsilon_l\eta_1\delta)A_1 - \gamma\delta\sqrt{\varepsilon_l\varepsilon_1}B_1 \right], \quad (20)$$

$$C_2 = \frac{2i\eta_1}{\xi\sqrt{\varepsilon_l}\Delta} \left[UA_1 + i\sqrt{\varepsilon_l\varepsilon_1}P^*B_1 \right].$$

Здесь $\eta_1 = \sqrt{\varepsilon_1} \cos \alpha$, $\Delta_1 = 2P^*U^* + \delta(\varepsilon_1 - \varepsilon_l)$, $P = \eta_1 - i\gamma$, $U = \varepsilon_l\eta_1 + i\varepsilon_l\gamma$.

Поток энергии и плотность энергии в случае особых неоднородных волн. Рассмотрим теперь энергетические характеристики особой неоднородной волны при $C_1 = 0$. Проанализируем закономерности поведения вектора Умова – Пойнтинга $\mathbf{S} = \text{Re}[\mathbf{E}\mathbf{H}^*]/8\pi$ и плотности энергии W особых неоднородных волн в гиперболическом метаматериале типа I, для которого $\varepsilon_l < 0$, $\varepsilon_t > 0$. Из (16), (17), (20) при этом получаем

$$\begin{aligned}
 \mathbf{S} &= \mathbf{S}_1 + \mathbf{S}_2, \\
 \mathbf{S}_1 &= \frac{c\sqrt{\varepsilon_t}}{8\pi\xi} |C_2|^2 \left[(a - 2\xi^2)^2 - 2\gamma a(a - 2\xi^2)\zeta' + 2(\gamma a)^2 \zeta'^2 \right] \exp(-2\gamma\zeta') \mathbf{b}, \\
 \mathbf{S}_2 &= \frac{c\sqrt{\varepsilon_t}}{8\pi\xi} |C_2|^2 a\gamma \left[a - 2\xi^2 - 2\gamma(a - 2\xi^2)\zeta' + 2\gamma^2 a \zeta'^2 \right] \exp(-2\gamma\zeta') \mathbf{s}, \\
 a &= |\varepsilon_l| + \varepsilon_t > 0.
 \end{aligned}
 \tag{21}$$

Отсюда видно, что нормальная составляющая среднего потока энергии \mathbf{S} отсутствует ($\mathbf{S}_q = 0$). В тоже время, как следует из (21), имеется компонента потока энергии, перпендикулярная плоскости падения (вдоль вектора \mathbf{s}), наличие которой приводит к тому, что в условиях полного отражения, наряду с продольным смещением отраженного луча вдоль границы раздела сред (вдоль вектора \mathbf{b}), имеет место эффект бокового смещения луча. На рис. 2, 3 представлены зависимости $\mathbf{S}_{1,2}(\zeta'/k_0)$ для особой неоднородной волны, формируемой на границе стекла BK7 ($\varepsilon_1 = 2,36$) и гиперболического метаматериала, сформированного на основе слоисто-периодической наноструктуры «титанат оксид индия (ИТО)/серебро (Ag)». Здесь и ниже расчет выполнен для случая, когда толщина металлического слоя равна 20 нм, фактор заполнения $f = 0,3$, длина световой волны составляет 360 нм и, следовательно, $\varepsilon_t = 1,44$; $\varepsilon_l = -6,32$.

Как видно из рис. 2, формируемая на поверхности раздела сред неоднородная волна характеризуется неэкспоненциальным уменьшением продольного энергетического потока при увеличении расстояния от границы раздела и, как следствие, появлением четко выраженного максимума \mathbf{S}_1 на определенном расстоянии от входной поверхности метаматериала. При увеличении угла падения α и угла ρ данный максимум возрастает и смещается к границе раздела ГММ и изотропной среды. Так, например, как видно из рис. 2, для рассматриваемого гиперболического

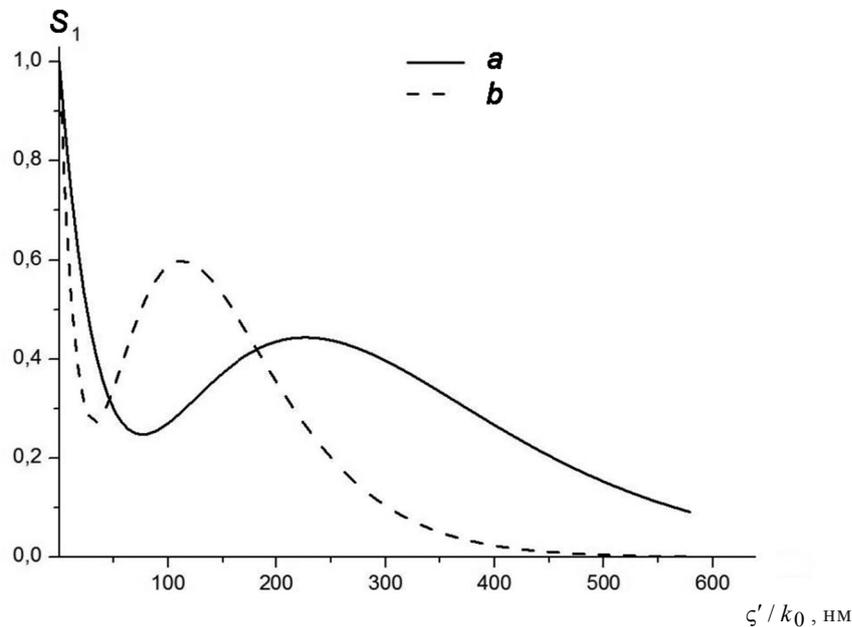


Рис. 2. Зависимость от глубины проникновения в метаматериал ζ'/k_0 нормированной на свое максимальное значение компоненты вектора Умова – Пойнтинга \mathbf{S}_1 , лежащей в плоскости падения, для особой неоднородной волны, возбуждаемой на границе раздела стекла BK7 и гиперболического метаматериала на основе слоисто-периодической металлодиэлектрической наноструктуры ИТО/Ag. Угол падения света на структуру α и угол между плоскостью падения и главной плоскостью ГММ ρ составляют соответственно: $a - 53,6^\circ$ и $14,2^\circ$; $b - 61,1^\circ$ и $26,9^\circ$

Fig. 2. Dependence of the \mathbf{S}_1 component of the Poynting vector normalized to its maximal value, on the parameter ζ'/k_0 for a special inhomogeneous wave excited at the boundary of glass BK7 and hyperbolic metamaterial on the basis of the layered-periodic metal-dielectric nanostructure of ITO/Ag. For calculation we proposed that the angles α and ρ are the following: $a - 53.6^\circ$ and 14.2° ; $b - 61.1^\circ$ and 26.9°

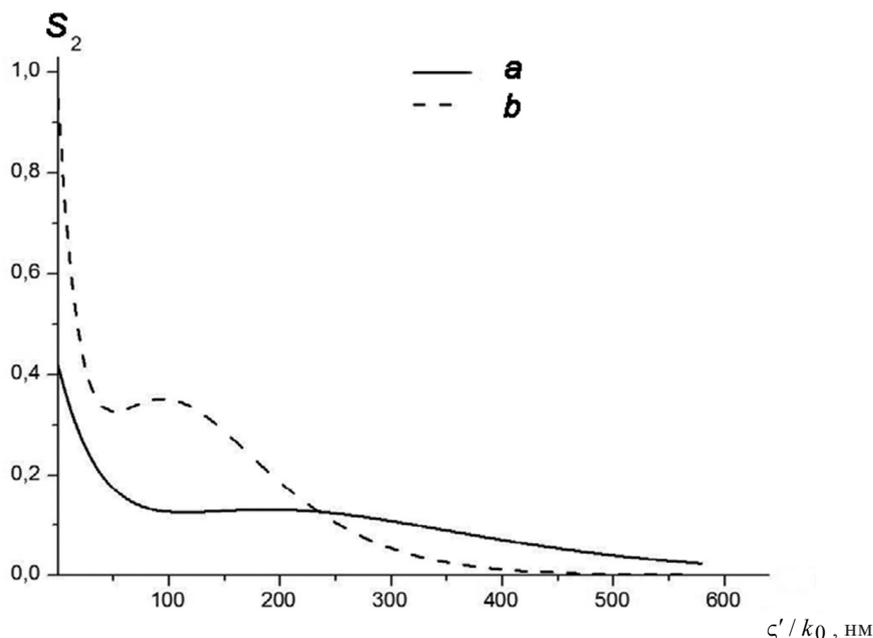


Рис. 3. Зависимость от параметра ζ' / k_0 нормированной на величину $|\mathbf{S}_1|$ компоненты S_2 вектора Умова – Пойнтинга, лежащей в плоскости, перпендикулярной плоскости падения, для особой неоднородной волны, возбуждаемой на границе раздела стекла BK7 и гиперболического метаматериала на основе слоисто-периодической металлодиэлектрической наноструктуры ITO/Ag. Угол падения света на структуру α и угол между плоскостью падения и главной плоскостью ГММ ρ составляют соответственно: a – $53,6^\circ$ и $14,2^\circ$; b – $61,1^\circ$ и $26,9^\circ$

Fig. 3. Dependence of the S_2 component of the Poynting vector normalized to the value $|\mathbf{S}_1|$ on the parameter ζ' / k_0 for a special inhomogeneous wave excited at the boundary of glass BK7 and a hyperbolic metamaterial on the basis of layered-periodic metal-dielectric nanostructure of ITO/Ag. For calculation we proposed that the angles α and ρ are the following: a – 53.6° and 14.2° ; b – 61.1° and 26.9°

метаматериала при $\alpha = 53,6^\circ$, $\rho = 14,2^\circ$ указанный максимум имеет место на глубине 229 нм от поверхности, а при $\alpha = 61,1^\circ$, $\rho = 26,9^\circ$ – на глубине 115 нм.

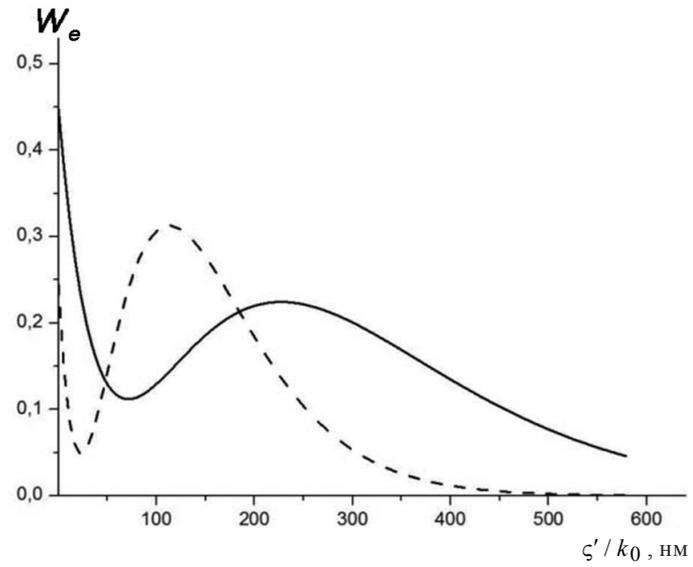
На рис. 3 представлена зависимость перпендикулярной плоскости падения компоненты вектора Умова – Пойнтинга S_2 , нормированной на величину $|\mathbf{S}_1|$, от параметра ζ' / k_0 , равного глубине проникновения излучения в гиперболический метаматериал (величины S_1 , S_2 умножены на постоянный коэффициент, такой, что максимальное значение S_1 равно 1). Из сравнения рис. 2 и 3 заключаем, что максимумы S_1 и S_2 достигаются приблизительно на одинаковых расстояниях от поверхности метаматериала.

Рассмотрим далее поведение плотности электрической $W_e = \text{Re}(\mathbf{E}\varepsilon\mathbf{E}^*) / (16\pi)$ и магнитной $W_m = |\mathbf{H}|^2 / (16\pi)$ энергии особых неоднородных волн в рассматриваемом гиперболическом метаматериале. Как следует из (16), (17), (20), для них имеем

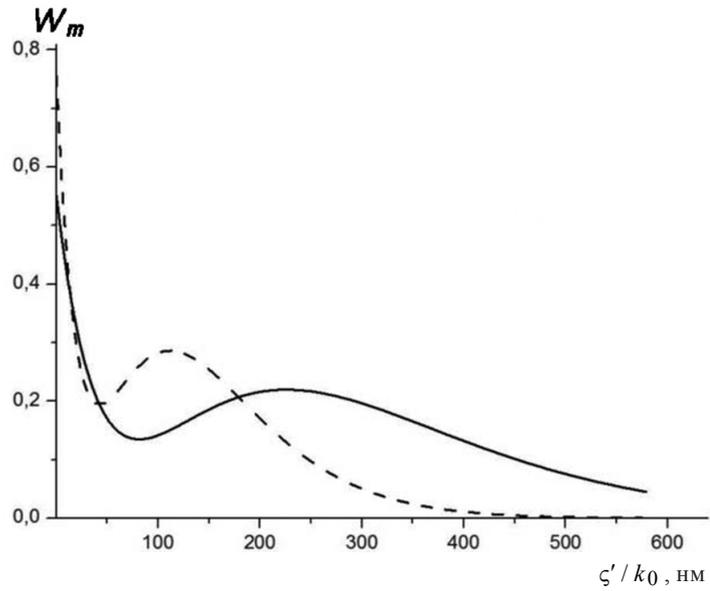
$$W_e = \frac{\varepsilon_t}{16\pi} |C_2|^2 [a^2 - 4(a - \xi^2)(\xi^2 + \gamma^2) - 2\gamma a(a - 2\xi^2 - 2\gamma^2)\zeta' + 2(\gamma a)^2 \zeta'^2] \exp(-2\gamma\zeta'),$$

$$W_m = \frac{\varepsilon_t}{16\pi} |C_2|^2 [a^2 - 4\varepsilon_t(a - \xi^2) + 2\gamma a(\varepsilon_t - |\varepsilon_l|)\zeta' + 2(\gamma a)^2 \zeta'^2] \exp(-2\gamma\zeta').$$
(22)

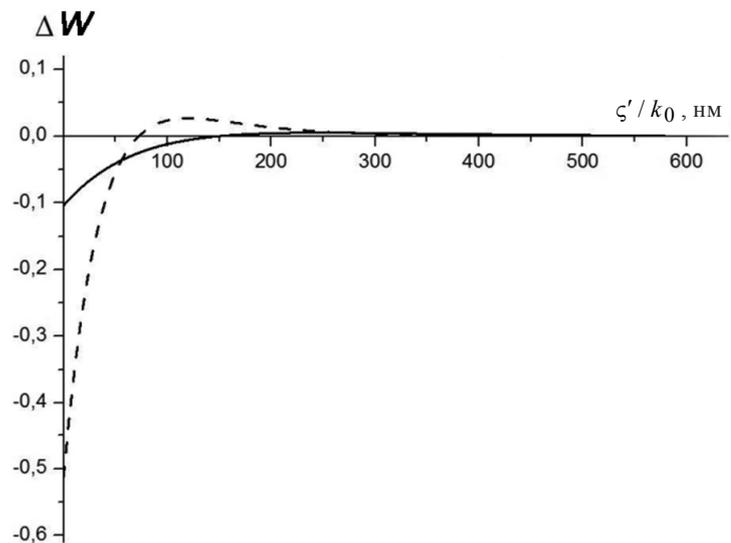
Из выражений (22) видно, что плотность энергии особых неоднородных волн для гиперболических метаматериалов изменяется (затухает) с глубиной проникновения волны в среду по более сложному закону, чем в случае обычных неоднородных волн, причем по разному для плотности электрической W_e и магнитной W_m энергии. Как следует из (22), величина $\Delta W(\zeta') = W_e - W_m$ обращается в нуль при $\zeta' = \zeta' = (a - \xi) / a\gamma$, а при



a



b



c

Рис. 4. Зависимость от параметра ζ' / k_0 нормированной на величину W плотности энергии электрического W_e (a), магнитного W_m (b) поля и разности $\Delta W = W_e - W_m$, нормированных на величину W плотностей электрической и магнитной энергии (c) особой неоднородной волны, возбуждаемой на границе раздела стекла BK7 и гиперболического метаматериала на основе слоисто-периодической металлодиэлектрической наноструктуры ITO/Ag. Угол падения света на структуру α и угол между плоскостью падения и главной плоскостью ГММ ρ составляют соответственно $53,6^\circ$ и $14,2^\circ$ (сплошная линия), $61,1^\circ$ и $26,9^\circ$ (штриховая линия)

Fig. 4. Dependence of W_e (a), W_m (b) and $\Delta W = W_e - W_m$ (c) normalized to the value W on the parameter ζ' / k_0 for a special inhomogeneous wave excited at the boundary of glass BK7 and a hyperbolic metamaterial formed from layered-periodic metal-dielectric nanostructure of ITO/Ag. For calculation we proposed that the angles α and ρ are the following: 53.6° and 14.2° (solid line), 61.1° and 26.9° (dashed line)

$$\zeta' = \zeta'_{\max} = \frac{3a - 2\xi^2}{2a\gamma} \quad (23)$$

достигает своего максимума. На рис. 4 приведены зависимости величин $W_e(\zeta'/k_0)$, $W_m(\zeta'/k_0)$ и $\Delta W(\zeta'/k_0)$ для особой неоднородной волны, которая возникает на границе стекла BK7 и гиперболического метаматериала, сформированного на основе слоисто-периодической наноструктуры ITO/Ag (величины $W_e(\zeta'/k_0)$, $W_m(\zeta'/k_0)$ и $\Delta W(\zeta'/k_0)$ умножены на постоянный коэффициент, такой, что максимальное значение их суммы W равно 1).

Из рис. 4 видно, что с увеличением угла падения α минимальное значение плотности электрической энергии W_e вблизи границы метаматериала уменьшается. В противоположность этому минимальное значение плотности магнитной энергии W_m возрастает. Для максимальных значений плотностей энергии имеется противоположная тенденция: с увеличением угла падения α максимум W_e увеличивается, а максимум W_m соответственно уменьшается. При этом чем больше α , тем ближе к поверхности метаматериала расположена плоскость, для которой $\Delta W(\zeta'/k_0) = 0$ и, следовательно, плотности электрической и магнитной энергии особой неоднородной волны равны.

Заключение. Таким образом, в данной работе показано, что в условиях полного отражения света на границе изотропной среды и гиперболического метаматериала типа I может распространяться особая неоднородная волна, амплитуда которой убывает внутри метаматериала при удалении от его поверхности по сложному неэкспоненциальному закону. Найдены условия существования указанных волн. Установлено, что такие неоднородные волны представляют собой суперпозицию двух плоских волн, распространяющихся с одинаковой скоростью. Одна из них является волной с круговой поляризацией, а другая характеризуется состоянием поляризации, изменяющимся с глубиной проникновения.

Получены выражения для продольной и поперечной компонент вектора Умова – Пойнтинга и объемной плотности электрической и магнитной энергии. Установлено, что наличие компоненты потока энергии, перпендикулярной плоскости падения, приводит к тому, что в условиях полного отражения, наряду с продольным смещением отраженного луча вдоль границы раздела сред, имеет место эффект бокового смещения луча (так называемое смещение Федорова).

С использованием полученных выражений осуществлено численное моделирование характеристик особых неоднородных волн, формируемых на границе диэлектрика (стекло BK7) и гиперболического метаматериала на основе слоисто-периодической металлodieлектрической наноструктуры ITO/Ag. Установлено, что формируемая неоднородная волна характеризуется неэкспоненциальным уменьшением продольного энергетического потока в плоскости падения и, как следствие, появлением его четко выраженного максимума вблизи отражающей поверхности метаматериала. При увеличении угла падения этот максимум увеличивается и смещается к границе раздела ГММ и изотропной среды.

Показано, что плотность энергии особых неоднородных волн для гиперболических метаматериалов изменяется (затухает) с глубиной проникновения волны в среду по более сложному закону, чем в случае обычных неоднородных волн, причем различным образом для плотности электрической W_e и магнитной W_m энергии.

Полученные результаты имеют перспективы применения при создании высокочувствительных сенсоров, основанных на использовании особых световых неоднородных волн. Они могут быть использованы также при разработке новых методов зондирования приповерхностных дефектов различных материалов.

Список использованных источников

1. Cai, W. Optical Metamaterials – Fundamentals and Applications / W. Cai, V. Shalaev. – New York: Springer, 2010. – 198 p. <https://doi.org/10.1007/978-1-4419-1151-3>
2. Metamaterials Handbook 1: Theory and Phenomena of Metamaterials / F. Capolino [ed.]. – CRC Press, 2009. – 926 p. <https://doi.org/10.1201/9781420054262>

3. Pendry, J. B. Negative refraction makes a perfect lens / J. B. Pendry // *Phys. Rev. Lett.* – 2000. – Vol. 85, № 18. – P. 3966–3969. <https://doi.org/10.1103/physrevlett.85.3966>
4. Sub-diffraction- limited optical imaging with a silver superlens / N. Fang [et al.] // *Science.* – 2005. – Vol. 308, № 5721. – P. 534–537. <https://doi.org/10.1126/science.1108759>
5. Kidwai, O. Effective-medium approach to planar multilayer hyperbolic metamaterials: strengths and limitations / O. Kidwai, S. V. Zhukovsky, J. E. Sipe // *Phys. Rev. A.* – 2012. – Vol. 85, № 5. – P. 053842. <https://doi.org/10.1103/physreva.85.053842>
6. Shekhar, P. Hyperbolic metamaterials: fundamentals and applications / P. Shekhar, J. Atkinson, Z. Jacob // *Nano Convergence.* – 2014. – Vol. 1, № 1. – P. 14. <https://doi.org/10.1186/s40580-014-0014-6>
7. Quantum nanophotonics using hyperbolic metamaterials / C. L. Cortes, W. Newman, S. Molesky, Z. Jacob // *J. Opt.* – 2012. – Vol. 14, № 6. – P. 063001. <https://doi.org/10.1088/2040-8978/14/6/063001>
8. Near-Field Optics and Surface Plasmon Polaritons / S. Kawata [ed.]. – Springer, 2001. – 214 p. <https://doi.org/10.1007/3-540-44552-8>
9. Gramotnev, D. K. Plasmonics beyond the diffraction limit / D. K. Gramotnev, S. I. Bozhevolnyi // *Nature Photon.* – 2010. – Vol. 4, № 2. – P. 83–91. <https://doi.org/10.1038/nphoton.2009.282>
10. Han, Z. Radiation guiding with surface plasmon-polaritons / Z. Han, S. I. Bozhevolnyi // *Rep. Prog. Phys.* – 2013. – Vol. 76, № 1. – P. 016402. <https://doi.org/10.1088/0034-4885/76/1/016402>
11. Dyakonovs in hyperbolic metamaterials / C. J. Zapata-Rodríguez [et al.] // *Phot. Lett. Poland.* – 2013. – Vol. 5, № 2. – P. 63–65. <https://doi.org/10.4302/plp.2013.2.10>
12. Дзяконов, М. И. Новый тип электромагнитных волн, распространяющихся на поверхности / М. И. Дзяконов // *ЖЭТФ.* – 1988. – Т. 67. – С. 714–716.
13. Федоров, Ф. И. Теория гиротропии / Ф. И. Федоров. – Минск: Наука и техника, 1976. – 456 с.
14. Федоров, Ф. И. Особый случай неоднородных электромагнитных волн в прозрачных кристаллах / Ф. И. Федоров, Н. С. Петров // *Оптика и спектроскопия.* – 1963. – Т. 14. – С. 256–260.
15. Features of hyperbolic metamaterials with extremal optical characteristics / S. N. Kurilkina [et al.] // *J. Opt.* – 2016. – Vol. 18, № 8. – P. 085102. <https://doi.org/10.1088/2040-8978/18/8/085102>

References

1. Cai W., Shalaev V. M. *Optical Metamaterials – Fundamentals and Applications.* New York, Springer, 2010. 198 p. <https://doi.org/10.1007/978-1-4419-1151-3>
2. Capolino F. (ed.). *Metamaterials Handbook I: Theory and Phenomena of Metamaterials.* CRC Press, 2009. 926 p. <https://doi.org/10.1201/9781420054262>
3. Pendry J. B. Negative refraction makes a perfect lens. *Physical Review Letters*, 2000, vol. 85, no. 18, pp. 3966–3969. <https://doi.org/10.1103/physrevlett.85.3966>
4. Fang N., Lee H., Sun C., Zhang X. Sub-diffraction-limited optical imaging with a silver superlens. *Science*, 2005, vol. 308, no. 5721, pp. 534–537. <https://doi.org/10.1126/science.1108759>
5. Kidwai O., Zhukovsky S. V., Sipe J. E. Effective-medium approach to planar multilayer hyperbolic metamaterials: strengths and limitations. *Physical Review A*, 2012, vol. 85, no. 5, p. 053842. <https://doi.org/10.1103/physreva.85.053842>
6. Shekhar P., Atkinson J., Jacob Z. Hyperbolic metamaterials: fundamentals and applications. *Nano Convergence*, 2014, vol. 1, no. 1, p. 14. <https://doi.org/10.1186/s40580-014-0014-6>
7. Cortes C. L., Newman W., Molesky S. Jacob Z. Quantum nanophotonics using hyperbolic metamaterials. *Journal of Optics*, 2012, vol. 14, no. 6, p. 063001. <https://doi.org/10.1088/2040-8978/14/6/063001>
8. Kawata S. (ed.). *Near-Field Optics and Surface Plasmon Polaritons.* Springer, 2001. 214 p. <https://doi.org/10.1007/3-540-44552-8>
9. Gramotnev D. K., Bozhevolnyi S. I. Plasmonics beyond the diffraction limit. *Nature Photonics*, 2010, vol. 4, no. 2, pp. 83–91. <https://doi.org/10.1038/nphoton.2009.282>
10. Han Z., Bozhevolnyi S. I. Radiation guiding with surface plasmon-polaritons. *Reports on Progress in Physics*, 2013, vol. 76, no. 1, p. 016402. <https://doi.org/10.1088/0034-4885/76/1/016402>
11. Zapata-Rodríguez C. J., Miret J. J., Vuković S., Jakšić Z. Dyakonovs in hyperbolic metamaterials. *Photonics Letters of Poland*, 2013, vol. 5, no. 2, pp. 63–65. <https://doi.org/10.4302/plp.2013.2.10>
12. D'yakonov M. I. New type of electromagnetic waves propagating at an interface. *Zhurnal eksperimental'noi i teoreticheskoi fiziki = Journal of Experimental and Theoretical Physics*, 1988, vol. 67, pp. 714–716 (in Russian).
13. Fedorov F. I. *Theory of Gyrotropy.* Minsk, Nauka i tehnika Publ., 1976. 456 p. (in Russian).
14. Fedorov F. I., Petrov N. S. Special case of inhomogeneous electromagnetic waves in transparent crystals. *Optika i spektroskopiya = Optics and Spectroscopy*, 1963, vol. 14, pp. 256–260 (in Russian).
15. Kurilkina S. N., Binhussein M. A., Belyi V. N., Kazak N. S. Features of hyperbolic metamaterials with extremal optical characteristics. *Journal of Optics*, 2016, vol. 18, no. 8, p. 085102. <https://doi.org/10.1088/2040-8978/18/8/085102>

Информация об авторах

Петров Николай Степанович – доктор физико-математических наук, профессор, главный научный сотрудник, Институт повышения квалификации по новым направлениям развития техники, технологий и экономики Белорусского национального технического университета (Партизанский пр., 70, 220107, г. Минск, Республика Беларусь). E-mail: rectorat@ipk.by

Курилкина Светлана Николаевна – доктор физико-математических наук, профессор, главный научный сотрудник, Институт физики им. Б. И. Степанова Национальной академии наук Беларуси (пр. Независимости, 68-2, 220072, г. Минск, Республика Беларусь). E-mail: s.kurilkina@ifanbel.bas-net.by

Зимин Анатолий Борисович – кандидат физико-математических наук, ведущий научный сотрудник, Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники (ул. П. Бровки, 6, 220013, г. Минск, Республика Беларусь). E-mail: ab.zimin@mail.ru

Белый Владимир Николаевич – член-корреспондент, доктор физико-математических наук, профессор, главный научный сотрудник, Институт физики им. Б. И. Степанова Национальной академии наук Беларуси (пр. Независимости, 68-2, 220072, г. Минск, Республика Беларусь). E-mail: v.belyi@ifanbel.bas-net.by

Information about the authors

Nikolai S. Petrov – D. Sc. (Physics and Mathematics), Professor, Chief Researcher, Institute for Advanced Training and Retraining of Personnel on New Directions for the Development of Technics, Technology and Economics, Belarusian National Technical University (70, Partizanskii Ave., 220107, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: rectorat@ipk.by

Svetlana N. Kurilkina – D. Sc. (Physics and Mathematics), Professor, Chief Researcher, B. I. Stepanov Institute of Physics of the National Academy of Sciences of Belarus (68-2, Nezavisimosti Ave., 220072, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: s.kurilkina@ifanbel.bas-net.by

Anatolii B. Zimin – Ph. D. (Physics and Mathematics), Leading Researcher, Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics (6, P. Brovka Str., 220013, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: ab.zimin@mail.ru

Vladimir N. Belyi – Corresponding Member, D. Sc. (Physics and Mathematics), Professor, Chief Researcher, B. I. Stepanov Institute of Physics of the National Academy of Sciences of Belarus (68-2, Nezavisimosti Ave., 220072, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: v.belyi@ifanbel.bas-net.by