

ISSN 1561-2430 (Print)  
 ISSN 2524-2415 (Online)  
 УДК 534.535  
<https://doi.org/10.29235/1561-2430-2019-55-4-479-488>

Поступила в редакцию 16.11.2019  
 Received 16.11.2019

**В. Н. Белый<sup>1</sup>, П. А. Хило<sup>2</sup>, Н. С. Казак<sup>1</sup>, Н. А. Хило<sup>1</sup>**

<sup>1</sup>*Институт физики им. Б. И. Степанова Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь*  
<sup>2</sup>*Гомельский государственный технический университет им. П. О. Сухого, Гомель, Беларусь*

## **ОСОБЕННОСТИ АКУСТООПТИЧЕСКОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ОПТИЧЕСКИХ И АКУСТИЧЕСКИХ БЕССЕЛЕВЫХ ПУЧКОВ В ПОПЕРЕЧНО ИЗОТРОПНЫХ ОПТИЧЕСКИ ПОЛОЖИТЕЛЬНЫХ КРИСТАЛЛАХ**

**Аннотация.** Исследованы особенности акустооптической (АО) дифракции с участием бесселевых светового и акустического пучков в анизотропных кристаллах. Рассмотрены кристаллы гексагональной симметрии, которые являются оптически положительными, а акустически – поперечно изотропными. Показано, что в отличие от случая АО дифракции плоских волн, переход к бесселевым пучкам позволяет реализовать ряд новых каналов дифракции, имеющих специфические конфигурации волновых векторов взаимодействующих волн при сохранении аксиальной симметрии оптической схемы в целом. Проведена классификация каналов дифракции для анизотропного рассеяния и для них рассчитаны основные параметры рассеянного бесселева светового пучка и параметры бесселева акустического пучка. Обнаружена возможность реализации изотропного типа дифракции, что позволяет повысить эффективность АО преобразования. Определены его характеристики для двух каналов рассеяния, а именно, рассеяния на попутном бесселевом акустическом пучке и на обратном.

Из-за многообразия каналов рассеяния, а также с учетом того, что бесселевы световой и акустический пучки обладают винтовыми дислокациями волнового фронта, а также подавленным дифракционным расплыванием, изучение особенностей АО дифракции таких пучков в оптически положительных кристаллах представляет как научный, так и практический интерес.

**Ключевые слова:** бесселевы световые пучки, бесселевы акустические пучки, акустооптическая дифракция, оптически положительные кристаллы

**Для цитирования.** Особенности акустооптического взаимодействия оптических и акустических бесселевых пучков в поперечно изотропных оптически положительных кристаллах / В. Н. Белый [и др.] // Вест. Нац. акад. наук Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. – 2019. – Т. 55, № 4. – С. 479–488. <https://doi.org/10.29235/1561-2430-2019-55-4-479-488>

**V. N. Belyi<sup>1</sup>, P. A. Khilo<sup>2</sup>, N. S. Kazak<sup>1</sup>, N. A. Khilo<sup>1</sup>**

<sup>1</sup>*B. I. Stepanov Institute of Physics of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus*  
<sup>2</sup>*Sukhoi State Technical University of Gomel, Gomel, Belarus*

## **SOME FEATURES OF ACOUSTO-OPTIC INTERACTION OF OPTICAL AND ACOUSTIC BESSEL BEAMS IN TRANSVERSELY ISOTROPIC OPTICALLY POSITIVE CRYSTALS**

**Abstract.** Some basic properties of acousto-optical (AO) diffraction involving Bessel light and acoustic beams in anisotropic crystals are investigated. Hexagonal symmetry crystals are considered and are optically uniaxial and positive and acoustically transversely isotropic. It is shown that, unlike the case of AO diffraction of plane waves, the transition to Bessel beams allows one to realize a number of new diffraction channels having specific configurations of the wave vectors of interacting waves while maintaining the axial symmetry of the optical scheme as a whole. The diffraction channels for anisotropic scattering are classified and the main parameters of the scattered Bessel light beam and the parameters of the Bessel acoustic beam are calculated for each of them. The possibility of implementing the isotropic-type diffraction was revealed, which makes it possible to increase the efficiency of AO conversion. The parameters of this-type diffraction are determined for two scattering channels, namely, for scattering by a direct Bessel acoustic beam and by a backward propagating acoustic beam.

Due to the appearance of a set of scattering channels and with regard to the fact that Bessel light and acoustic beams have helical wave front dislocations, as well as suppressed diffraction spreading, the study of the features of AO diffraction of such beams in optically positive crystals has both a scientific and practical interest.

**Keywords:** Bessel light beams, Bessel acoustic beams, acousto-optic diffraction, optically positive crystals

**For citation.** Belyi V. N., Khilo P. A., Kazak N. S., Khilo N. A. Some features of acousto-optic interaction of optical and acoustic Bessel beams in transversely isotropic optically positive crystals. *Vesti Natsyianal'nai akademii nauk Belarusi. Seriya fizika-matematichnykh nauk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physics and Mathematics series*, 2019, vol. 55, no. 4, pp. 479–488 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1561-2430-2019-55-4-479-488>

**Введение.** Актуальной задачей оптики бесселевых световых пучков (БСП) является разработка методов перестройки их параметров, таких как состояние поляризации, угол конуса и порядок фазовой дислокации волнового фронта. Применение методов акустооптики считается перспективным решением данной задачи, так как позволяет одновременно управлять всеми названными параметрами БСП. Особенность акустооптической (АО) дифракции с участием бесселевых пучков (БП) состоит в том, что она предоставляет широкий набор возможностей реализации пространственных синхронизмов. Это связано, во-первых, с наличием конуса волновых векторов, из которых сформированы БП, и, во-вторых, с применением не только плоских акустических волн или пучков гауссова типа, но и бесселевых акустических пучков (БАП).

Акустооптическая дифракция бесселевых световых пучков на плоской акустической волне, распространяющейся вдоль оптической оси одноосного кристалла, была ранее исследована нами в [1–2]. Показано, что дифрагированный и падающий БСП отличаются углом конуса и могут отличаться также состоянием поляризации и порядком  $m$  фазовой дислокации волнового фронта. Вследствие распространения вдоль оптической оси переключение поляризации при анизотропной дифракции осуществляется между ТН- и ТЕ-собственными модами одноосного кристалла, являющимися строгими решениями уравнений Максвелла. Изменение порядка фазовой дислокации бесселевых световых пучков происходит из-за азимутальной зависимости параметров АО взаимодействия в кристаллах. В случае обратного рассеяния, когда изменяется направление распространения БСП, возможно пространственное разделение ТН- и ТЕ-поляризованных световых пучков, или, в частном случае  $m = 0$ , радиально и азимутально поляризованных БСП.

Переход к акустооптической дифракции с участием бесселевых акустических пучков расширяет возможности управления параметрами БСП. Это происходит из-за появления новых схем реализации векторного синхронизма, так как БАП, аналогично БСП, представляет собой конус плоско-волновых компонент. Следствием этого является зависимость эффективности АО дифракции от поперечного согласования трех бесселевых пучков, а не только от выполнения условия продольного фазового синхронизма [3–5]. Отметим, однако, что требование поперечного согласования бесселевых пучков может усложнить структуру акустооптической ячейки, в частности, привести к необходимости использования ультразвуковых преобразователей с конической структурой [4].

Существенно, что волновой фронт бесселевых акустических пучков в общем случае содержит винтовые дислокации волнового фронта, которые будут взаимодействовать с соответствующими дислокациями БСП. Интересно, что это взаимодействие дислокаций сопровождается изменением состояния поляризации бесселевых световых пучков, что представляет собой проявление спин-орбитального взаимодействия в процессе АО дифракции [3].

Исследованию АО дифракции с участием бесселевых акустических пучков способствует наличие развитой к настоящему времени строгой теории БАП в различных средах, включая акустически изотропные, поперечно-изотропные среды, а также кристаллы [6–9]. Также предложен и реализован ряд методов формирования БАП (их краткий обзор см., напр., в [4]).

Проведенные к настоящему времени исследования особенностей АО взаимодействия бесселевых пучков касаются только поперечно-изотропных оптически отрицательных кристаллов. Однако существует широкий набор оптически положительных кристаллов (например, CdS, ZnO, Ti и др.), которые обладают хорошими акустооптическими свойствами и широко используются в различных АО устройствах. Для изучения особенностей акустооптической дифракции в оптически положительных кристаллах необходимо вовлечение в рассмотрение новых конфигураций АО взаимодействия, в частности участия вертикально поляризованной поперечной акустической волны (SV-волны [8]). Таким образом, актуально исследование особенностей акустооптической дифракции БСП на бесселевых акустических пучках SV-типа в оптически положительных кристаллах.

В настоящей работе рассматриваются два типа АО дифракции в таких кристаллах, а именно: анизотропный и изотропный типы. В пределах каждого из них установлен и классифицирован ряд качественно различных каналов дифракции, для которых построены векторные диаграммы, соответствующие синхронному АО рассеянию. Получены формулы, позволяющие рассчи-

тать параметры рассеянного БСП и БАП для каналов дифракции, соответствующих рассеянию вперед. Проведены численные расчеты зависимости этих параметров от угла конуса падающего бesselова светового пучка.

**Векторные диаграммы акустооптического взаимодействия.** Для акустооптического взаимодействия БСП в одноосных кристаллах оптимальная геометрия, соответствующая цилиндрической симметрии пучков, реализуется при их распространении вдоль оптической оси. В этом случае отсутствуют искажения взаимодействующих пучков, вызванные анизотропией. Что касается БАП, то для уменьшения эффектов анизотропии наиболее простым является случай распространения в акустически поперечно изотропных средах. Далее этот случай и будет рассматриваться.

На рис. 1 показана часть сечения поверхностей волновых векторов одноосного положительного кристалла плоскостью, проходящей через оптическую ось  $c$ , вдоль которой направлена декартова ось  $z$ . Эллиптическая кривая относится к необыкновенной плоской волне (индекс  $e$ ), или же ТН-бесселевой моде; круговая расположена внутри эллиптической ( $n_o < n_e$ ) кривой и относится к обыкновенной плоской волне (индекс  $o$ ), или ТЕ-моду БСП.

В общем случае в рассматриваемой схеме возможны четыре типа акустооптической дифракции:  $e \rightarrow o$ ,  $e \rightarrow e$ ,  $o \rightarrow e$  и  $o \rightarrow o$ . Далее мы ограничимся рассмотрением двух из них, а именно: анизотропным  $e \rightarrow o$  и изотропным  $e \rightarrow e$  типами. В этом случае падающий БСП является ТН-поляризованным (или  $e$ -пучком). Волновой вектор этого пучка, лежащий в плоскости  $(x, z)$ , обозначен на рис. 1 как  $k_{e,in}$ . Волновые векторы  $k_{o,d}$  и  $k_{e,d}$  относятся к дифрагированным БСП, а вектор  $k_s$  – к БАП. Световые падающий и дифрагированный бesselовые световые пучки распространяются в положительном направлении оси  $z$ , а акустический БП может распространяться как попутно, так и встречно по отношению к БСП. Волновые векторы для светового и акустического БП (см. рис. 1) имеют смысл локальных волновых векторов из бесконечных их суперпозиций, образующих поверхности круговых конусов с осью симметрии, совпадающей с оптической осью. Для локальных волновых векторов БСП и БАП, аналогично плоским волнам, можно ввести в рассмотрение векторные диаграммы АО дифракции, связывающие волновые векторы падающего и дифрагированного БСП с соответствующим волновым вектором БАП. В общем случае эти три вектора могут иметь разные азимутальные координаты, что приводит к большому многообразию типов или каналов АО рассеяния. Далее ограничимся более простым случаем

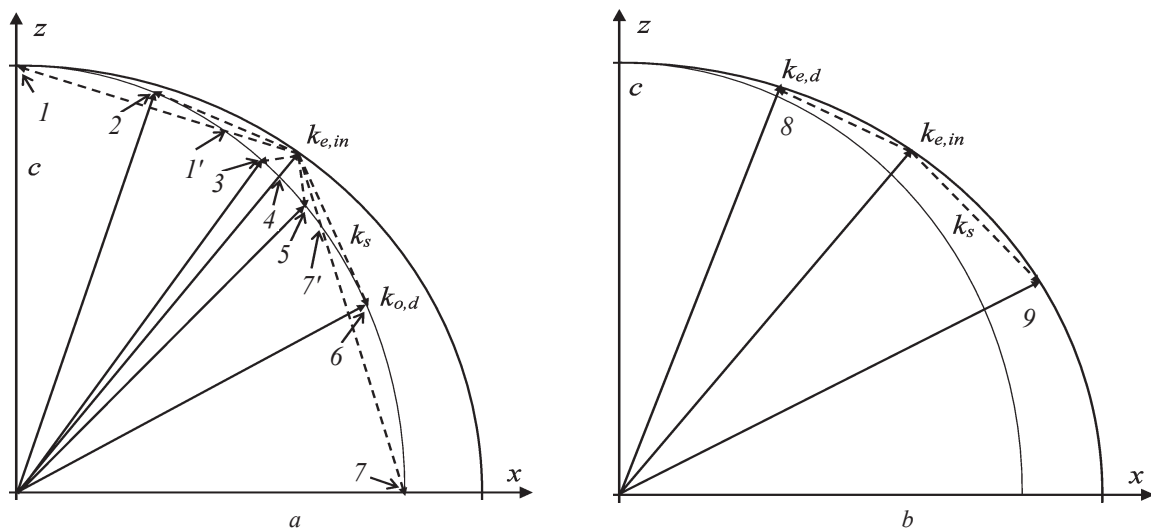


Рис. 1. Фрагмент сечения поверхности волновых векторов главной плоскостью  $XZ$  одноосного оптически положительного кристалла ( $c$  – оптическая ось) и векторные диаграммы для характерных каналов анизотропной (a) и изотропной (b) АО дифракции БСП и БАП; волновые векторы БАП показаны штриховыми линиями

Fig. 1. Fragment of the cross section of the wave vector surface by the  $XZ$  plane of a uniaxial optically positive crystal ( $c$  is the optical axis) and vector diagrams for characteristic channels of anisotropic (a) and isotropic (b) AO diffraction of BLB and BAB; BAB wave vectors are shown by the dashed lines

равенства азимутальных координат векторов  $\vec{k}_{in}, \vec{k}_d$  и  $\vec{k}_s$ , когда все возможные векторные диаграммы расположены в плоскости, содержащей оптическую ось (см. рис. 1). Для этого случая можно провести удобную классификацию векторных диаграмм и соответствующих им типов акустооптической дифракции или каналов рассеяния. Было выделено 7 характерных конфигураций волновых векторов или векторных диаграмм для АО дифракции  $e \rightarrow o$  типа. Соответствующие им каналы дифракции или рассеяния в плоскости  $(x, z)$  обозначены цифрами 1–7. Аналогично каналы 8 и 9 на рис. 1,  $b$  относятся к  $e \rightarrow e$  типу дифракции.

При наличии векторного синхронизма локальные волновые векторы падающего и дифрагированного БСП и соответствующий вектор БАП образуют замкнутые треугольники. Отсюда следуют уравнения векторного синхронизма для БП, аналогичные известным уравнениям для плоских волн:

$$\vec{k}_e + \vec{k}_s = \vec{k}_{d,o}, \quad (1a)$$

$$\vec{k}_e + \vec{k}_s = \vec{k}_{d,e}. \quad (1б)$$

Уравнения (1a) и (1б) описывают соответственно анизотропную и изотропную дифракцию.

На рис. 1 для семи каналов анизотропной  $e \rightarrow o$ -дифракции и двух каналов изотропной  $e \rightarrow e$ -дифракции волновые числа падающего и дифрагированных БСП обозначены как  $k_{e,in}$  и  $k_{o,d}$ ,  $k_{e,d}$ , а  $k_s$  обозначает волновое число звука.

Некоторые свойства каналов рассеяния 1–7 следуют непосредственно из рис. 1. Так, в канале 1 рассеянное поле распространяется вдоль оптической оси, т. е. является плоской волной; канал 2 характерен тем, что волновой вектор БАП касается  $o$ -поверхности, а не пересекает ее; в канале 3 происходит рассеяние на развернутом БАП (угол конуса равен  $90^\circ$ ); в канале 4 реализуется коллинеарное рассеяние на обратном БАП (здесь углы конуса трех бесселевых пучков совпадают); канал 5 соответствует дифракции на обратной плоской волне, а канал 6 аналогичен каналу 2, но для обратного БАП; для канала 7 дифрагированный  $o$ -БСП является развернутым, т. е. угол конуса равен  $90^\circ$ ; каналы 8 и 9 соответствуют изотропной  $e \rightarrow e$ -дифракции на попутном (или прямом) и обратном БАП.

Для каналов 1–3, соответствующих дифракции на прямых бесселевых акустических пучках, можно определить минимальный угол конуса  $\gamma_{s,min}$ , необходимый для достижения синхронизма. Из рис. 1,  $a$  видно, что он реализуется для дифракции в канал 2, т. е.  $\gamma_{s,min} = \gamma_{s,2}$ . Поскольку для этого канала парциальный волновой вектор  $k_s$  касается  $o$ -поверхности, то данный синхронизм может быть назван касательным. Для углов конуса, больших, чем  $\gamma_{s,2}$ , уравнения синхронизма будут иметь 2 решения, так как акустический волновой вектор в этом случае дважды пересекает  $o$ -поверхность. Это видно из рис. 1,  $a$  для дифракции, например, в каналы 1 и 1'. Здесь один из каналов (1') является относительно низкочастотным, а второй (1) – высокочастотным. При этом по мере увеличения угла конуса  $\gamma_s$  резонансная акустическая частота низкочастотного канала уменьшается, а высокочастотного – возрастает. Далее мы не будем рассматривать малоинтересные с технической точки зрения высокочастотные каналы дифракции, соответствующие точкам пересечения левее точки 1 на рис. 1,  $a$ .

Минимальное значение акустической частоты требуется в канале рассеяния 3, который соответствует предельному случаю дифракции на развернутом БАП, когда угол конуса  $\gamma_s = 90^\circ$ .

**Анизотропное рассеяние на прямом бесселевом акустическом пучке. Количественный анализ на основе векторных диаграмм.** Для количественного анализа  $e \rightarrow o$ -дифракции обратимся к уравнению синхронизма (1a). Проекция векторов этого уравнения на ось  $z$  и на плоскость  $(x, y)$  определяет условия так называемых продольного и поперечного синхронизмов при акустооптическом взаимодействии БСП и БАП:

$$\begin{aligned} k_e \cos \gamma_e + k_s \cos \gamma_s &= k_o \cos \gamma_o, \\ k_e \sin \gamma_e - k_s \sin \gamma_s &= k_o \sin \gamma_o. \end{aligned} \quad (2)$$

Отсюда находим волновое число БАП и угол конуса дифрагированного БСП:

$$k_s = -k_e \cos(\gamma_e + \gamma_s) \pm \sqrt{k_o^2 - k_e^2 \sin^2(\gamma_e + \gamma_s)}, \quad (3)$$

$$\operatorname{tg} \gamma_o = \frac{k_e \sin \gamma_e - k_s \sin \gamma_s}{k_e \cos \gamma_e + k_s \cos \gamma_s}. \quad (4)$$

Данные формулы позволяют рассчитать, например, зависимость  $k_s$  и  $\gamma_o$  от угла конуса  $\gamma_s$  БАП и угла конуса  $\gamma_e = \gamma_{e,in}$  падающего  $e$ -БСП. По известному волновому числу  $k_s$  далее может быть рассчитана акустическая частота  $f_s = k_s v(\gamma_s) / 2\pi$ , где  $v(\gamma_s)$  – зависящая от угла конуса  $\gamma_s$  скорость SV – БАП. Эта скорость рассчитывается из уравнения [10]

$$2\rho v^2 = c_{44} + c_{11} \sin^2 \gamma_s + c_{33} \cos^2 \gamma_s - \left[ \left( (c_{11} - c_{44}) \sin^2 \gamma_s + (c_{44} - c_{33}) \cos^2 \gamma_s \right)^2 + (c_{13} + c_{44})^2 \sin^2 2\gamma_s \right]^{1/2}, \quad (5)$$

где  $c_{ik}$  – компоненты тензора упругой жесткости,  $\rho$  – плотность кристалла.

Применим полученные формулы для определения угла конуса и частоты бесселева акустического пучка для каналов рассеяния 1, 2 и 3. Минимальный угол конуса БАП, при котором возможна синхронная дифракция, соответствует, как указано выше, касательному синхронизму и реализуется для канала 2. Этот угол можно найти из условия равенства нулю подкоренного выражения в (3), откуда следует

$$\gamma_{s,2} = \cos^{-1} \left( \frac{n_o}{n_e(\gamma_e)} \right) - \gamma_e + \pi / 2. \quad (6)$$

Волновое число БАП при этом равно

$$k_s = \sqrt{k_e(\gamma_e)^2 - k_o^2},$$

а угол дифракции  $\gamma_o$  находим из (4).

На рис. 2 показаны зависимости угла конуса  $\gamma_{s,2}$ , частоты БАП, а также угла конуса  $\gamma_o$  дифрагированного  $o$ -БСП в канале 2 от угла конуса  $\gamma_e$  падающего  $e$ -БСП. Графики на рис. 2 и 3–6 построены применительно к кристаллу ZnO со следующими параметрами:

$$n_o = 1,998; n_e = 2,0147; c_{44} = 4,25 \cdot 10^{10} \text{ Па}; c_{11} = 20,97 \cdot 10^{10} \text{ Па}; c_{33} = 21,09 \cdot 10^{10} \text{ Па}; c_{13} = 10,51 \cdot 10^{10} \text{ Па}; \rho = 5,67 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3 \text{ для длины волны } \lambda = 0,63 \text{ мкм}.$$

Из рис. 2, а видно, что касательный синхронизм может быть реализован для любого значения угла конуса падающего БСП при соответствующем подборе угла конуса и частоты БАП. Для двух предельных случаев  $\gamma_e = 0$  и  $\gamma_e = \pi/2$  из (6) находим максимальное и минимальное значения угла конуса бесселева акустического пучка, равные соответственно  $\gamma_{s,2} = \pi/2$  и  $\gamma_{s,2} = \cos^{-1}(n_o/n_e)$ . Для кристалла ZnO минимальный угол  $\gamma_{s,2}$  равен  $7,38^\circ$ .

Частота БАП в канале 2 рассчитывается, подстановкой в формулу

$$f_s = k_s v(\gamma_s) / 2\pi$$

скорости  $v(\gamma_s)$  из (5) и волнового числа БАП, равного

$$k_s = k_o \sqrt{n_e(\gamma_e)^2 - n_o^2}.$$

При  $\gamma_e \rightarrow 0$  волновое число БАП и его частота также стремятся к нулю (рис. 2, б). Максимальная частота БАП требуется для дифракции на развернутом БСП ( $\gamma_e = \pi/2$ ). В этом случае

$$\gamma_{s,2} = \cos^{-1}(n_o/n_e), \quad f_{s,max} = \lambda^{-1} v(\gamma_{s,2}) \sqrt{n_e^2 - n_o^2}.$$



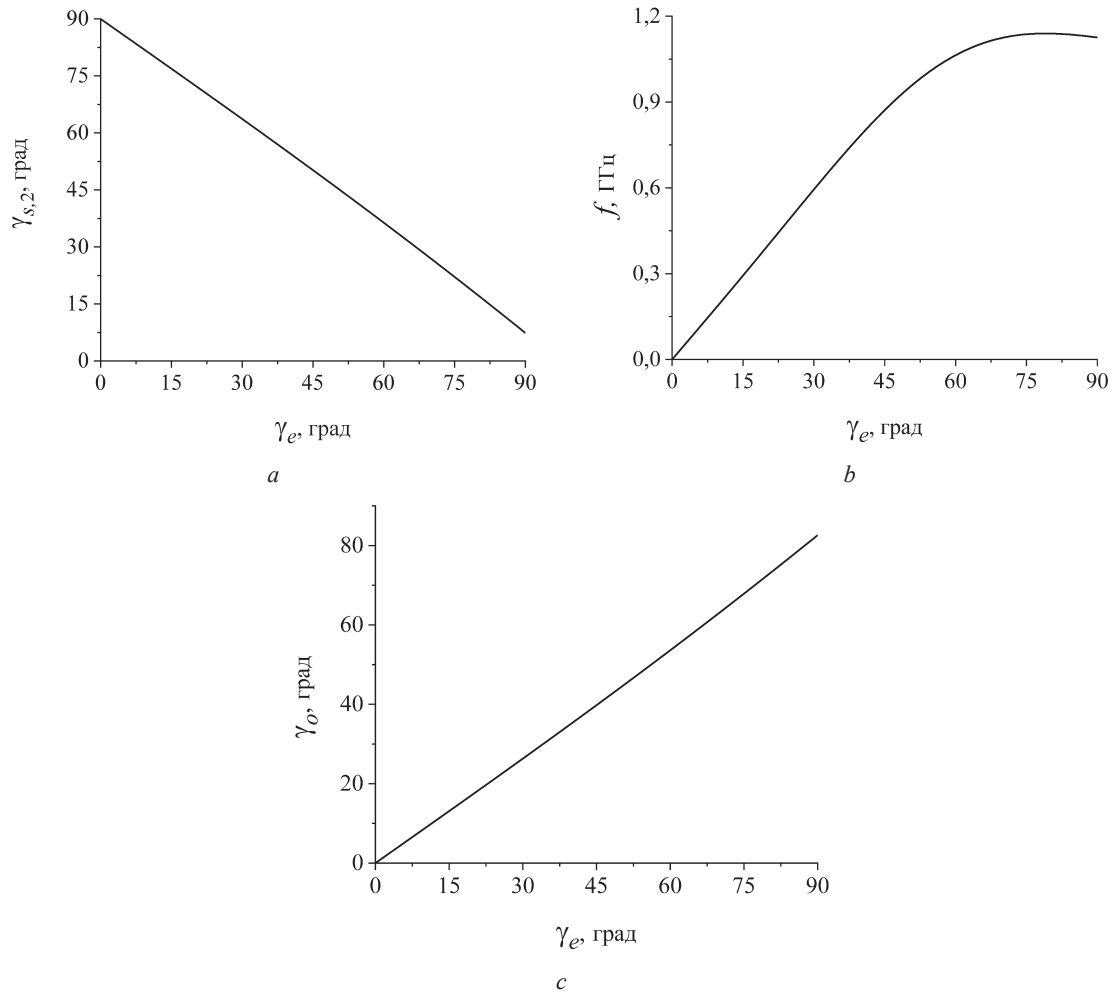


Рис. 2. Зависимость минимального угла конуса бesselева акустического пучка (а), частоты звука (b) и угла конуса дифрагированного бesselева светового пучка (с) от угла конуса падающего БСП для касательного синхронизма

Fig. 2. Dependence of the minimum cone angle of the BVB (a), the acoustic frequency (b) and the cone angle of the diffracted BLB (c) on the cone angle of the incident BLB for tangential synchronism

Расчет для кристалла ZnO дает  $f_{s,max} = 1,18$  ГГц. В промежутке между этими крайними значениями угла  $\gamma_e$  акустическая частота возрастает нелинейно с насыщением при больших значениях  $\gamma_e$  (см. рис. 2, b).

Зависимость углов конуса  $\gamma_e(\gamma_o)$  падающего и дифрагированного бesselевых световых пучков описывается формулой (4), из которой следует (см. также рис. 2, c), что при  $\gamma_e = 0$  угол  $\gamma_o = 0$ , а при  $\gamma_e = \pi/2$  угол  $\gamma_o$  находится из уравнения

$$\operatorname{tg} \gamma_o = n_o / \sqrt{n_e^2 - n_o^2}.$$

Для кристалла ZnO этот угол равен  $82,62^\circ$ . Для канала 1 из (2) находим

$$\operatorname{tg} \gamma_s = \frac{k_e(\gamma_e) \sin \gamma_e}{k_o - k_e(\gamma_e) \cos \gamma_e}, \quad k_s = k_e(\gamma_e) \sin \gamma_e / \sin \gamma_s. \quad (7)$$

При  $\gamma_e \rightarrow 0$  расчет предела первого уравнения (7) дает, что угол  $\gamma_s \rightarrow \pi/2$ . При  $\gamma_e = \pi/2$  получим  $\gamma_s = \operatorname{tg}^{-1}(n_e/n_o)$ . Для кристалла ZnO этот угол равен  $45,24^\circ$ . Зависимость  $\gamma_s(\gamma_e)$  во всем диапазоне углов конуса показана на рис. 3, a.

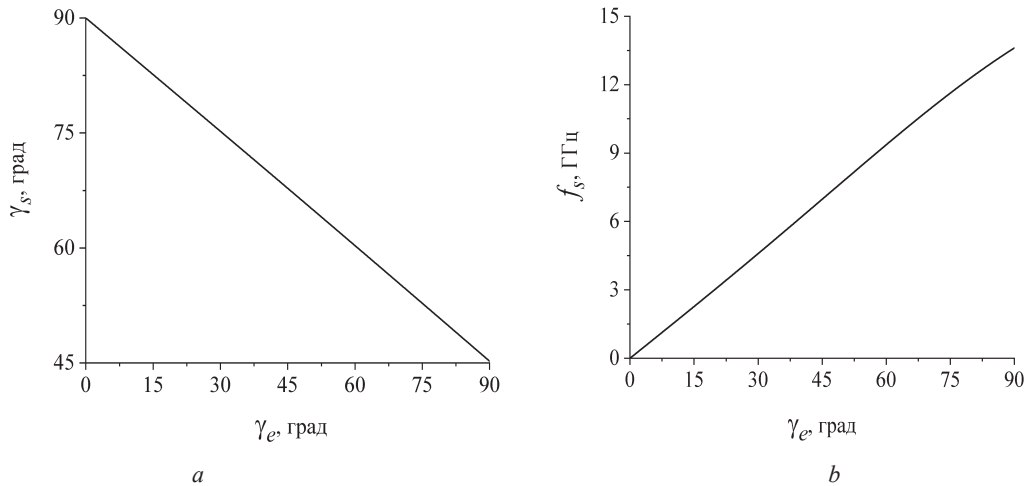


Рис. 3. Зависимость угла конуса бesselова акустического пучка (a) и частоты звука (b) от угла конуса падающего бesselова светового пучка для канала дифракции 1

Fig. 3. Dependence of the BAB cone angle (a) and the acoustic frequency (b) on the cone angle of the incident BLB for diffraction channel 1

Из второго уравнения (7) определяем зависимость частоты звука от угла  $\gamma_e$ . Видно, что при  $\gamma_e \rightarrow 0$  частота также стремится к нулю. В другом предельном случае  $\gamma_e = \pi/2$  и с учетом того, что в данном случае

$$\sin(\gamma_s) = n_e / \sqrt{n_o^2 + n_e^2},$$

получим

$$k_s = k_0 \sqrt{n_o^2 + n_e^2}.$$

Как видим, волновое число БАП в данном случае превосходит волновое число БСП, что указывает на предельно высокую акустическую частоту. Согласно численным расчетам (см. рис. 3, b), частота здесь равна 13,61 ГГц.

Для канала дифракции 3 (рис. 4) угол  $\gamma_s = 90^\circ$  и формула для волнового числа низкочастотного БАП в (3) примет вид

$$k_s = k_e(\gamma_e) \sin \gamma_e - \sqrt{k_o^2 - k_e(\gamma_e)^2 \cos^2 \gamma_e}. \tag{8}$$

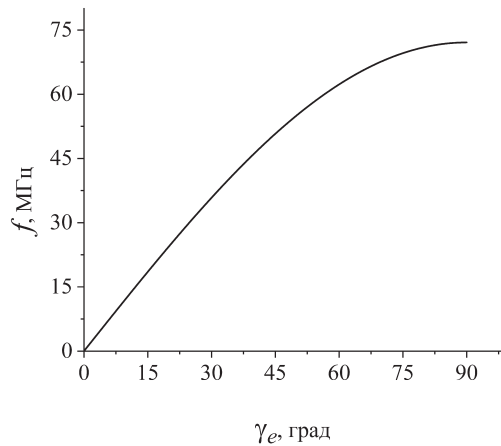


Рис. 4. Зависимость частоты звука от угла конуса падающего бesselова светового пучка для канала дифракции 3

Fig. 4. Dependence of the acoustic frequency on the cone angle of the incident BLB for diffraction channel 3

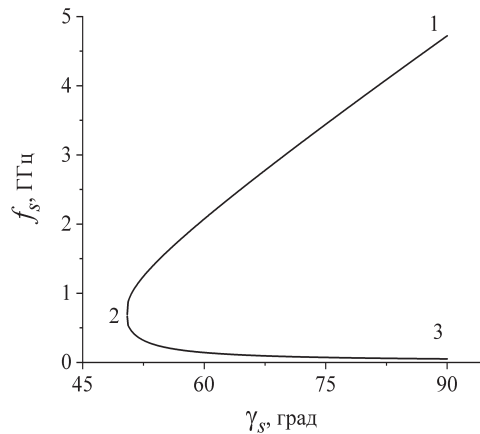


Рис. 5. Зависимость акустической частоты от угла конуса бесселева акустического пучка для промежуточных каналов дифракции между каналами 3 и 1

Fig. 5. Dependence of the acoustic frequency on the BAB cone angle for the intermediate diffraction channels between 3 and 1

Из (8) следует, что при  $\gamma_e \rightarrow 0$  волновое число БАП и его частота также стремятся к нулю. При  $\gamma_e = \pi/2$  получаем  $k_s = k_0(n_e - n_o)$  или  $f_s = v_s(\pi/2)(n_e - n_o)/\lambda$ . Для кристалла ZnO эта частота равна 72,1 МГц.

В общем случае канал высокочастотной дифракции располагается в диапазоне между точками 2 и 1, а низкочастотной – между 2 и 3 (см. рис. 1, а). Зависимость между частотой и углом конуса БАП для обоих каналов показана на рис. 5. Угол конуса  $\gamma_{e,in}$  принят равным 45°.

Цифры 1–3 на графике соответствуют каналам дифракции, показанным на рис. 1, а. Как видим, в окрестности канала 2 имеет место высокая чувствительность акустической частоты по отношению к изменению угла конуса БАП. Ясно, что аналогичная ситуация имеет место и вблизи канала дифракции б (см. рис. 1, а).

**Изоотропное рассеяние.** Из укороченных уравнений, описывающих акустооптическую дифракцию в кристаллах гексагональной симметрии, следует, что в данных кристаллах индуцированное АО взаимодействием изменение тензора диэлектрической проницаемости для вертикально поляризованной (SV) акустической волны наряду с недиагональными компонентами имеет также и ненулевые диагональные компоненты, т. е. в цилиндрических координатах компоненты  $\Delta\epsilon_{\rho\rho}$ ,  $\Delta\epsilon_{\phi\phi}$  и  $\Delta\epsilon_{zz}$ . Как следствие, в оптически положительных кристаллах при возбуждении вертикально поляризованной поперечной волны становится возможным рассеяние типа  $e \rightarrow e$ . Данный тип рассеяния представляет практический интерес в связи с перспективой увеличения эффективности АО преобразования вследствие улучшения пространственного синхронизма при взаимодействиях одинаковых по структуре компонент бесселевых пучков.

Векторная диаграмма для  $e \rightarrow e$ -типа рассеяния показана на рис. 1, б, из которой для рассеяния на прямом бесселевом акустическом пучке следуют уравнения синхронизма

$$\begin{aligned} k_e \cos \gamma_e + k_s \cos \gamma_s &= k_{e,d} \cos \gamma_{e,d}, \\ k_e \sin \gamma_e - k_s \sin \gamma_s &= k_{e,d} \sin \gamma_{e,d}. \end{aligned} \tag{9}$$

Для рассеяния на обратном БАП в (9) необходимо заменить  $k_s \rightarrow -k_s$ . Для заданного угла конуса падающего бесселева светового пучка из (9) находим зависимости волнового числа  $k_s$  и угла конуса  $\gamma_s$  БАП от угла конуса дифрагированного БСП, необходимые для реализации синхронной дифракции

$$\begin{aligned} k_s &= \sqrt{k_{e,d}^2(\gamma_{e,d}) + k_e^2(\gamma_e) - 2k_e k_{e,d} \cos(\gamma_{ed} - \gamma_e)}, \\ \text{tg } \gamma_s &= \frac{k_e(\gamma_e) \sin \gamma_e - k_{e,d}(\gamma_{e,d}) \sin \gamma_{e,d}}{k_{e,d}(\gamma_{e,d}) \cos \gamma_{e,d} - k_e(\gamma_e) \cos \gamma_e}. \end{aligned} \tag{10}$$



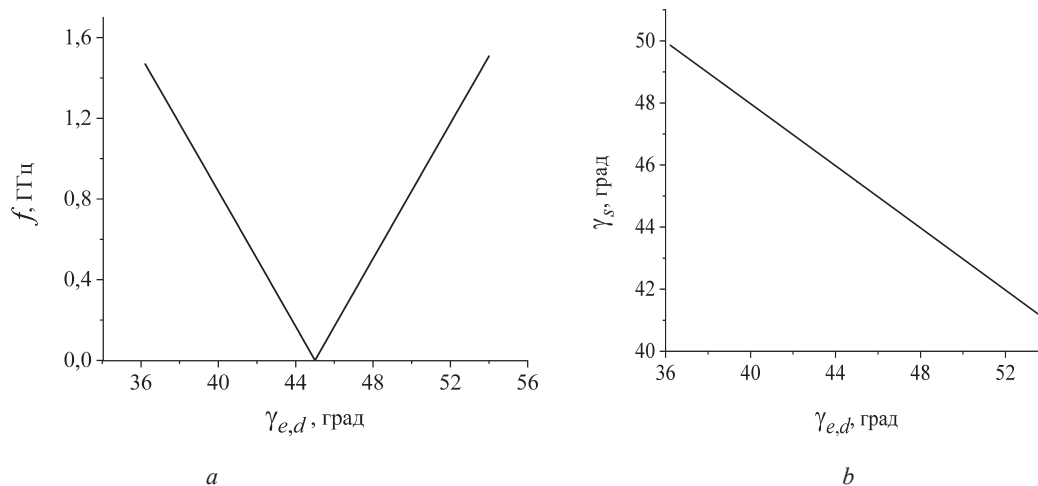


Рис. 6. Зависимость частоты и угла конуса бesselева акустического пучка в изотропном  $e \rightarrow e$ -канале дифракции

Fig. 6. Dependence of the frequency and the BAB cone angle in the isotropic  $e \rightarrow e$  diffraction channel

На рис. 6 показаны зависимости частоты и угла конуса бesselева акустического пучка в  $e \rightarrow e$ -канале дифракции для случая, когда угол конуса дифрагированного бesselева светового пучка расположен в окрестности угла конуса падающего БСП. Угол последнего выбран равным  $\gamma_e = 45^\circ$ . Из графика на рис. 6, *a* следует, что для изменения угла конуса БСП на  $1^\circ$  необходимо изменение частоты БАП, равное примерно 167 МГц. Из графика на рис. 6, *b* находим, что требуемое при этом изменение угла конуса бesselева акустического пучка равно  $0,5^\circ$ . Тогда, к примеру, для уменьшения угла конуса БСП на  $3^\circ$  до величины  $\gamma_{e,d} = 42^\circ$  требуется БАП с частотой  $\approx 500$  МГц и углом конуса  $\approx 43^\circ$ .

**Заключение.** Проведено описание акустооптической дифракции бesselевых световых и акустических пучков в поперечно изотропных оптически положительных кристаллах гексагональных классов симметрии. Рассмотрена цилиндрически симметричная геометрия АО рассеяния, когда световые и акустические бesselевы пучки распространяются вдоль оптической оси кристалла. Исследованы анизотропный и изотропный типы дифракции, когда падающий ТН-поляризованный БСП порождает соответственно ТН- и ТЕ-поляризованные БСП. Показано, что в зависимости от частоты и угла конуса бesselева акустического пучка может существовать ряд качественно отличных каналов дифракции. Для этих каналов проведены расчеты параметров БАП, а именно: угла конуса и частоты, необходимых для реализации продольного и поперечного синхронизмов. Также определены параметры рассеянного БСП для случая рассеяния вперед на прямом БАП. Исследованная схема АО дифракции в оптически положительных кристаллах представляет также практический интерес для разработки акустооптических дефлекторов и модуляторов на основе бesselевых пучков.

#### Список использованных источников

1. Formation of TH- and TE-polarized Bessel light beams at acousto-optic diffraction in anisotropic crystals / V. N. Belyi [et al.] // Proc. SPIE. – 2011. – Vol. 8073. – P. 807327-1-9. <https://doi.org/10.1117/12.886443>
2. Generation of TH- and TE-polarized Bessel light beams at acousto-optic interaction in anisotropic crystals / P. A. Khilo [et al.] // Opt. Commun. – 2014. – Vol. 325, № 7. – P. 84–91. <https://doi.org/10.1016/j.optcom.2014.03.061>
3. Transformation of phase dislocations under acousto-optic interaction of optical and acoustical Bessel beams / V. N. Belyi [et al.] // J. Opt. – 2016. – Vol. 18. – 074002 (6 p.). <https://doi.org/10.1088/2040-8978/18/7/074002>
4. Low-frequency acousto-optic backscattering of Bessel light beams / N. A. Khilo [et al.] // Optics Commun. – 2018. – Vol. 415. – P. 6–12. <https://doi.org/10.1016/j.optcom.2018.01.024>
5. Низкочастотное обратное акустооптическое рассеяние бesselевых световых пучков / В. Н. Белый [и др.] // Вест. Нац. акад. навук Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. – 2017. – № 3. – С. 78–86.
6. Nondiffracting bulk-acoustic X waves in crystals / J. Salo [et al.] // Phys. Rev. Lett. – 1999. – Vol. 83, № 6. – P. 1171–1174. <https://doi.org/10.1103/physrevlett.83.1171>
7. Salo, J. Nondiffracting waves in anisotropic media / J. Salo, M. M. Salomaa // Phys. Rev. E. – 1999. – Vol. 67, № 5. – 056609 (9 p.). <https://doi.org/10.1103/physreve.67.056609>

8. Honarvar, F. Acoustic wave scattering from transversely isotropic cylinders / F. Honarvar, A. N. Sinclair // J. Acoust. Soc. Am. – 2003. – Vol. 100, № 1. – P. 57–63. <https://doi.org/10.1121/1.415868>
9. Ahmad, F. Acoustic scattering by transversely isotropic cylinders / F. Ahmad, A. Rahman // Int. J. Eng. Sci. – 2000. – Vol. 38, № 5. – P. 325–335. [https://doi.org/10.1016/s0020-7225\(99\)00031-2](https://doi.org/10.1016/s0020-7225(99)00031-2)
10. Auld, B. A. Acoustic Fields and Waves in Solids / B. A. Auld. – John Wiley and Sons, Inc., 1973. – Vol. 1. – 430 p.

## References

1. Belyi V. N., Khilo P. A., Petrova E. S., Khilo N. A., Kazak N. S. Formation of TH- and TE-polarized Bessel light beams at acousto-optic diffraction in anisotropic crystals. *Proceedings of SPIE*, 2011, vol. 8073, pp. 807327-1-9. <https://doi.org/10.1117/12.886443>
2. Khilo P. A., Kazak N. S., Khilo N. A. and Belyi V. N. Generation of TH- and TE-polarized Bessel light beams at acousto-optic interaction in anisotropic crystals. *Optics Communications*, 2014, vol. 325, no. 7, pp. 84–91. <https://doi.org/10.1016/j.optcom.2014.03.061>
3. Belyi V. N., Khilo P. A., Kazak N. S., Khilo N. A. Transformation of phase dislocations under acousto-optic interaction of optical and acoustical Bessel beams. *Journal of Optics*, 2016, vol. 18, 074002 (6 p.). <https://doi.org/10.1088/2040-8978/18/7/074002>
4. Khilo N. A., Belyi V. N., Khilo P. A., Kazak N. S. Low-frequency acousto-optic backscattering of Bessel light beams. *Optics Communication*, 2018, vol. 415, pp. 6–12. <https://doi.org/10.1016/j.optcom.2018.01.024>
5. Belyi V. N., Khilo P. A., Kazak N. S., Khilo N. A. Low-frequency backward acousto-optic scattering of Bessel light beams. *Vestsi Natsyianal'nai akademii navuk Belarusi. Seryia fizika-matematychnykh navuk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physics and Mathematics series*, 2017, no. 3, pp. 78–86 (in Russian).
6. Salo J., Fagerholm J., Friberg A. T., Salomaa M. M. Nondiffracting bulk-acoustic X waves in crystals. *Physical Review Letters*, 1999, vol. 83, no. 6, pp. 1171–1174. <https://doi.org/10.1103/physrevlett.83.1171>
7. Salo J., Salomaa M. M. Nondiffracting waves in anisotropic media. *Physical Review E*, 1999, vol. 67, no. 5, 056609 (9 p.). <https://doi.org/10.1103/physreve.67.056609>
8. Hanorvar F., Sinclair N. N. Acoustic wave scattering from transversely isotropic cylinders. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 2003, vol. 100, no. 1, pp. 57–63. <https://doi.org/10.1121/1.415868>
9. Ahmad F., Rahman A. Acoustic scattering by transversely isotropic cylinders. *International Journal of Engineering Science*, 2000, vol. 38, no. 5, pp. 325–335. [https://doi.org/10.1016/s0020-7225\(99\)00031-2](https://doi.org/10.1016/s0020-7225(99)00031-2)
10. Auld B. A. *Acoustic Fields and Waves in Solids. Volume 1*. John Wiley and Sons, Inc., 1973. 430 p.

## Информация об авторах

**Белый Владимир Николаевич** – член-корреспондент, доктор физико-математических наук, заведующий центром «Диагностические системы», Институт физики им. Б. И. Степанова Национальной академии наук Беларуси (пр. Независимости, 68-2, 220072, г. Минск, Республика Беларусь). E-mail: v.belyi@dragon.bas-net.by

**Хило Петр Анатольевич** – доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой общей физики, Гомельский государственный технический университет им. П. О. Сухого (пр. Октября, 48, 246746, г. Гомель, Республика Беларусь). E-mail: khilo\_p@tut.by

**Казак Николай Станиславович** – академик, доктор физико-математических наук, главный научный сотрудник, Институт физики им. Б. И. Степанова Национальной академии наук Беларуси (пр. Независимости, 68, 220072, г. Минск, Республика Беларусь). E-mail: lod@dragon.bas-net.by

**Хило Николай Анатольевич** – кандидат физико-математических наук, ведущий научный сотрудник, Институт физики им. Б. И. Степанова Национальной академии наук Беларуси (пр. Независимости, 68-2, 220072, г. Минск, Республика Беларусь). E-mail: n.khilo@dragon.bas-net.by

## Information about the authors

**Vladimir N. Belyi** – Corresponding Member, Dr. Sc. (Physics and Mathematics), Professor, Head of the Center "Diagnostic Systems", B. I. Stepanov Institute of Physics of the National Academy of Sciences of Belarus (68-2, Nezavisimosti Ave., 220072, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: v.belyi@dragon.bas-net.by

**Piotr A. Khilo** – Dr. Sc. (Physics and Mathematics), Professor, Head of the Department of General Physics, Sukhoi State Technical University of Gomel (48, Oktyabrya Ave., 48, 246746, Gomel, Republic of Belarus). E-mail: khilo\_p@tut.by

**Nikolai S. Kazak** – Academician, Dr. Sc. (Physics and Mathematics), Chief Scientific Researcher, B. I. Stepanov Institute of Physics of the National Academy of Sciences of Belarus (68-2, Nezavisimosti Ave., 220072, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: lod@dragon.bas-net.by

**Nikolai A. Khilo** – Ph. D. (Physics and Mathematics), Leading Scientific Researcher, B. I. Stepanov Institute of Physics of the National Academy of Sciences of Belarus (68-2, Nezavisimosti Ave., 220072, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: n.khilo@dragon.bas-net.by