ISSN 1561-2430 (Print) ISSN 2524-2415 (Online) УДК 535.317; 535.313; 681.701 https://doi.org/10.29235/1561-2430-2020-56-3-373-383

Поступила в редакцию 03.07.2020 Received 03.07.2020

# Н. А. Хило, П. И. Ропот, П. К. Петров, В. Н. Белый

Институт физики им. Б. И. Степанова Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь

# СВЕТОВЫЕ ПУЧКИ БЕССЕЛЕВА ТИПА, ФОРМИРУЕМЫЕ ДВУХКОМПОНЕНТНОЙ СХЕМОЙ ИЗ АКСИКОНА И СФЕРИЧЕСКОЙ ЛИНЗЫ

Аннотация. Совмещение в оптической схеме сильно различающихся элементов, таких как аксиконы и сферические линзы, позволяет формировать световые поля, которые отличаются многообразием свойств. Простейший пример такой схемы состоит из аксикона и пространственно разнесенной сферической линзы. Хотя данная схема исследовалась ранее, однако неизученной остается область так называемой вторичной фокусировки, расположенная за хорошо известным кольцевым фокусом. В работе проведен аналитический и численный расчеты светового поля в области вторичной фокусировки. Определены границы этой области и рассчитано продольное и поперечное распределение интенсивности света. Показано, что ближняя зона области вторичной фокусировки формируется в режиме скачкообразной автофокусировки кольцевого поля. Установлено, что поперечное распределение интенсивности в дальней зоне является в общем случае суперпозицией кольцевого поля и осциллирующего поля осевого типа. Определено расстояние между аксиконом и линзой, когда кольцевая компонента поля практически исчезает. Показано, что в этом случае световое поле в области вторичной фокусировки является локально бесселевым световым пучком. Особенность этого пучка заключается в том, что его угол конуса зависит от продольной координаты, а именно, уменьшается обратно пропорционально расстоянию *z* от начала области. Важным свойством таких z-зависящих бесселевых пучков является отсутствие их трансформации в кольцевые поля, как это происходит для традиционных бесселевых или Бессель-гауссовых пучков в дальней зоне. Это открывает перспективу использования z-зависящих бесселевых пучков для целей оптической связи в свободном пространстве и дистанционного зондирования.

Ключевые слова: аксикон-линза, бесселевы световые пучки, кольцевые поля, пространственные спектры

Для цитирования. Световые пучки бесселева типа, формируемые двухкомпонентной схемой из аксикона и сферической линзы / Н. А. Хило [и др.] // Вес. Нац. акад. навук Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. – 2020. – Т. 56, № 3. – С. 373–383. https://doi.org/10.29235/1561-2430-2020-56-3-373-383

## Nikolai A. Khilo, Piotr I. Ropot, Piotr K. Petrov, Vladimir N. Belyi

B. I. Stepanov Institute of Physics of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus

# BESSEL-LIKE LIGHT BEAMS FORMED BY THE TWO-COMPONENT SCHEME CONSISTING OF AN AXICON AND A SPHERICAL LENS

Abstract. The combination in an optical scheme of rather different elements such as axicons and spherical lenses allows forming light fields that differ by a variety of properties. The simplest example of such a scheme consists of an axicon and a spherical lens spatially separated from it. Though this scheme was investigated earlier, the region of so-called secondary focusing located behind the well-known annular focus has not been studied yet. In this paper, the analytical and numerical analysis of a light field in the region of secondary focusing is conducted. The boundaries of this region are determined, and the longitudinal and transverse distribution of the light intensity is calculated. It is shown that the near field region of secondary focusing is formed in the regime of abrupt autofocusing of the annular field. It is established that in a general case the transverse intensity distribution in the far field region is a superposition of an annular field and an oscillating axial-type field. The distance between the axicon and the lens is determined when the annular component of the field practically disappears. It is shown that in this case the light field in the region of such a scheme to fully decreases in inverse proportion while the distance z increases. The important feature of such z-dependent Bessel beams is the absence of their transformation into annular fields, as it occurs for ordinary Bessel or Bessel-Gaussian beams in the far field region. This opens the prospect for application of z-dependent Bessel beams for optical communication in free space and remote probing, which is why such beams are perspective for application in different systems of remote probing.

Keywords: axicon-lens, Bessel light beams, annular fields, spatial spectra

For citation. Khilo N. A., Ropot P. I., Petrov P. K., Belyi V. N. Bessel-like light beams formed by the two-component scheme consisting of an axicon and a spherical lens. *Vestsi Natsyianal'nai akademii navuk Belarusi. Seryia fizika-matem-atychnykh navuk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physics and Mathematics series*, 2020, vol. 56, no. 3, pp. 373–383 (in Russian). https://doi.org/10.29235/1561-2430-2020-56-3-373-383

**Введение.** Световые пучки, формируемые оптическими схемами, содержащими аксиконы и сферические линзы, отличаются многообразием свойств. Физической причиной этого является совмещение двух типов мод, характерных для линз и аксиконов, т. е. полей гауссова и бесселева типов.

В работе [1] впервые изучалась такая схема, в которой гауссов пучок падает на дублет из положительной сферической линзы и положительного или отрицательного аксикона. Показано, что в фокальной плоскости линзы формируется световое поле с кольцевым профилем распределения интенсивности, который достаточно точно может быть описан смещенной гауссовой функцией.

Особенности поля в схеме с аксиконом и линзой далее изучались неоднократно как в фокальной плоскости линзы, так и вне ее (см., напр., [2–8]). Важным результатом этих исследований стало обнаружение нового явления, состоящего в том, что эволюция кольцевого поля вне фокальной плоскости может привести к формированию замкнутой полой области, т. е. области пространства, относительно свободной от электромагнитного излучения. Такие световые структуры были названы «бутылочными» полями и впервые рассматривались в [9]. Основной интерес к полым полям вызван тем, что они оптимальны для использования в качестве атомных ловушек [6]. Применительно к схеме аксикон – линза возможность существования замкнутых полых структур была впервые показана в работе [7]. В ней методом лучевой оптики были определены условия, при которых кольцевое поле в фокальной плоскости линзы трансформируется на некотором расстоянии от нее в поле осевого типа.

Это поле формирует удлиненную фокальную линию, откуда следует, что оно является пучком бесселева типа. В дальнейшем указанную область будем называть областью вторичной фокусировки, так как она расположена за кольцевым полем, или первичным фокусом.

Отметим, что в общем случае полая световая область, формируемая схемой аксикон – линза, ограничена с обеих сторон полями бесселева типа. Недавно в статье [10] изучалась это поле в ближней зоне, т. е. в области, прилегающей к линзе (область  $S_1$  на рис. 1). Исследовались возможности управления параметрами существующего в ближней зоне пучка бесселева типа, такими как длина фокальной области, диаметр осевого максимума и его интенсивность, а также возможность подавления сферической аберрации за счет изменения расстояния между аксиконом и линзой.

Что касается поля, закрывающего полость в ее дальней зоне, то его детальный анализ, насколько нам известно, не проводился. Ранее в работе [11] нами исследовалось подобное поле для схемы, состоящей из дублета положительная линза – аксикон и пространственно разнесенного второго аксикона. Было показано, что поле в области вторичной фокусировки является локально бесселевым, а его угол конуса монотонно убывает по мере распространения. Такие поля были названы *z*-зависящими бесселевыми световыми пучками (*z*-БСП). Интересно, что *z*-БСП обладают свойством, характерным для гауссовых пучков, которое состоит в том, что по мере распространения их профиль качественно не изменяется, а изменяется только его базовый параметр (полуширина в случае гауссовых пучков и угол конуса в случае бесселевых). На этом основании можно также классифицировать *z*-БСП как пучки промежуточного типа между бесселевыми и гауссовыми. В практическом отношении *z*-БСП представляют интерес из-за большой длины их фокальной области, так как такие пучки не трансформируются в кольцевое поле в дальней зоне.

В настоящей работе исследуются свойства светового поля, генерируемого схемой из аксикона и пространственно разнесенной сферической линзы во вторичной бесселевой зоне.

**Расчет и анализ границ вторичной бесселевой зоны.** Рассматриваемая оптическая схема (см. рис. 1) содержит аксикон *l* и пространственно разнесенную сферическую линзу *2*. На аксикон слева падает коллимированный гауссовый пучок с перетяжкой в плоскости аксикона.



Рис. 1. Оптическая схема для формирования *z*-зависящего бесселева пучка, содержащая коническую (*1*) и положительную сферическую (*2*) линзу. Показаны 4 области за линзой, различающиеся пространственной структурой поля: *S*<sub>1</sub> – прилегающая к линзе первичная бесселева зона; *S*<sub>2</sub> – кольцевое поле в фокальной плоскости линзы; *S*<sub>3</sub> – полая область; *S*<sub>4</sub> – область вторичной фокусировки

Fig. 1. Optical scheme for formation of a z-dependent Bessel beam containing a conical (1) and a positive spherical lens (2). Four areas behind the lens differing by the spatial field structure are shown:  $S_1$  is the primary Bessel region adhering to the lens,  $S_2$  is the annular field in the focal lens plane,  $S_3$  is the hollow region,  $S_4$  is the region of secondary focusing

Амплитуда поля a(r,z) за линзой на расстоянии z от нее описывается следующим дифракционным интегралом:

$$a(r,z) = \frac{-a_0 k_0^2}{z_1 z} \iint \exp\left(-\frac{r_2^2}{w_0^2} - ik_0 \gamma r_2 + \frac{ik_0 \left(r_2^2 + r_1^2\right)}{2z_1} - \frac{ik_0 r_1^2}{2f} + \frac{ik_0 (r_1^2 + r^2)}{2z}\right) \times J_0\left(\frac{k_0 r_2 r_1}{z_1}\right) J_0\left(\frac{k_0 r_1 r}{z}\right) r_2 r_1 dr_2 dr_1.$$
(1)

Здесь  $z_1$  – расстояние между аксиконом и линзой, f – фокальная длина линзы,  $w_0$  – полуширина гауссова пучка,  $k_0 = 2\pi/\lambda$ ,  $\lambda$  – длина волны. Амплитуда  $a_0 = 1/\sqrt{W_g}$ , где  $W_g = \pi w_0^2/2$ , является нормировочным множителем, устанавливающим полную мощность светового пучка равной единице.

Интеграл по  $r_1$  рассчитывается аналитически (см. [12]), тогда

$$a(r,z) = \frac{-ia_0k_0\Delta z}{z_1 z} \exp\left(\frac{ik_0r^2}{2z}\left(1-\frac{\Delta z}{z}\right)\right) \int \exp\left(-\frac{r_2^2}{w_0^2}-ik_0\gamma r_2+\frac{ik_0r_2^2}{2z_1}\left(1-\frac{\Delta z}{z_1}\right)\right) \times J_0\left(\frac{k_0r_2r\Delta z}{z_1z}\right) r_2 dr_2,$$
(2)

где

$$\frac{1}{\Delta z} = \left(\frac{1}{z_1} - \frac{1}{f} + \frac{1}{z}\right).$$
(3)

Из выражения (2) непосредственно, т. е. без расчета интеграла, следует критерий фокусировки во вторичную область. Такая фокусировка имеет место при условии, что на оптической оси, т. е. при r = 0, реализуется стационарная точка фазовой функции  $\Phi(r_2)$  подынтегрального выражения

$$\Phi(r_2) = -k_0 \gamma r_2 + \frac{k_0 r_2^2}{2z_1} \left( 1 - \frac{\Delta z}{z_1} \right).$$
(4)

Приравнивая нулю производную от  $\Phi(r_2)$  по  $r_2$ , получим формулу для нахождения стационарной точки  $r_{2.st}$ :

$$r_{2,st} = \frac{\gamma z_1}{1 - \Delta z/z_1},\tag{5}$$

где  $0 \le r_{2,st} \le R_{ax}$  – радиальная координата в плоскости аксикона,  $R_{ax}$  – радиус аксикона.

Подстановкой в (5) явного вида функции  $\Delta z$  можно рассчитать соответствующую продольную координату  $z_{st}$ :

$$z_{st} = f\left(1 + \frac{f}{z_1 - f - r_{ax}/\gamma}\right). \tag{6}$$

Здесь обозначено  $r_{ax} = r_{2,st}$ , а координата  $z_{st}$  отсчитывается от плоскости аксикона.

Отметим, что в проведенном выше рассмотрении представляет интерес способ получения формулы (6), использующий приближенный метод стационарной фазы. Приближение здесь состоит в игнорировании влияния амплитуды гауссовой функции на стационарные точки и формально реализуется за счет выбора фазовой функции (4) вещественной. Физически же это приближение оказывается эквивалентным пренебрежению дифракцией, так как аналогичная формула, как сказано во введении, была получена ранее в [7] методом геометрической оптики.

Формула (6) позволяет определить координату  $z_{st}$  вторичной фокальной области, соответствующую произвольной стационарной точке  $0 \le r_{ax} \le R_{ax}$  в плоскости аксикона при заданном расстоянии  $z_1$  между аксиконом и линзой.

Из (6) определяем необходимое условие вторичной осевой фокусировки:  $z_1 - f - r_{ax}/\gamma > 0$ . Отсюда следует, что расстояние  $z_1$  должно быть больше фокальной длины. Обозначая  $z_1 - f = r_0/\gamma$ , перепишем формулу (6) в виде

$$z_{st} = f\left(1 + \frac{\gamma f}{r_0 - r_{ax}}\right). \tag{7}$$

Из выражения (7) следует, что если для некоторой радиальной координаты на поверхности аксикона имеет место равенство  $r_{ax} = r_0$ , то расстояние  $z_{st} \to \infty$ . Это означает, что выходящий из линзы конус световых лучей распространяется параллельно оптической оси. При этом вторичная фокусировка имеет место для всех  $r_{ax} < r_0$ . В крайней стационарной точке  $r_{ax} = 0$  расстояние  $z_{st}$  принимает минимальное значение, равное

$$z_{st,\min} = f\left(1 + \frac{\gamma f}{r_0}\right). \tag{8}$$

Для больших расстояний  $z_1$  между аксиконом и линзой, таких что  $r_0 > R_{ax}$ , фокусировка на бесконечность не реализуется, и вторичная фокальная область будет ограничена расстоянием  $z_{max}$ 

$$z_{\max} = f\left(1 + \frac{\gamma f}{r_0 - R_{ax}}\right). \tag{9}$$

Из выражений (7) и (8) следует, что при  $r_0 < R_{ax}$  для точек в плоскости излучателя с координатами  $r_{ax} > r_0$  вторичный осевой фокус не формируется в приближении лучевой оптики. В предельном случае  $r_0 = 0$ , из-за невозможности формирования вторичного фокуса осевое поле может появиться только вследствие дифракции.

Расчет и анализ кольцевого поля как источника поля во вторичной бесселевой зоне. Расчет дифракционного интеграла (2) позволяет, в принципе, находить распределение осевой интенсивности и поперечный профиль поля в области вторичной фокусировки. Однако при расчете этого интеграла необходимо учитывать наличие особенности в фазе подынтегральной функции. Она имеет место, когда  $1/\Delta z \rightarrow 0$ . Подставляя явный вид  $\Delta z$ , получим, что особенность имеет место при  $z = f(1 + \gamma f/r_0)$ , т. е., согласно (8), на ближней границе бесселевой зоны. При этом из (3) следует, что указанная граница совпадает с плоскостью изображения аксикона сферической линзой. В этом случае интеграл по координате  $r_1$  в (1) сводится к дельта-функции, и расчет поля в плоскости изображения дает

$$a_{im}(r,z) = \frac{-a_0}{m^{\times}} \exp\left(-\frac{r^2}{m^{\times 2}w_0^2} - \frac{ik_0\gamma r}{m^{\times}} + \frac{ik_0r^2}{2z}\left(1 + \frac{1}{m^{\times}}\right)\right),\tag{10}$$

где  $m^{\times} = z/z_1$  – коэффициент увеличения. Выражению (10) можно придать другой вид, если учесть, что из уравнения  $1/\Delta z = 0$  следует  $z = f(1 + m^{\times})$ . Из сопоставления этой формулы с (8) получаем  $m^{\times} = \gamma f/r_0$ . Если же подставить приведенную выше формулу для *z* в (10), то получим

$$a_{im}(r) = \frac{-a_0}{m^{\times}} \exp\left(-\frac{r^2}{m^{\times 2}w_0^2} - \frac{ik_0\gamma r}{m^{\times}} + \frac{ik_0r^2}{2m^{\times}f}\right).$$
 (11)

Интересно заметить, что формула (11) описывает поле на выходе дублета, содержащего аксикон с углом преломления  $\gamma/m^{\times}$  и отрицательную линзу с фокальной длиной  $m^{\times}f$ , освещаемого гауссовым пучком с полушириной  $m^{\times}w_0$ . Отсюда следует, что для нахождения поля в области вторичной фокусировки можно рассчитывать как интеграл (2), так и дифракционный интеграл, в котором исходное поле описывается формулой (11). При этом, однако, необходимо иметь в виду, что расчет на основе выражения (11) в используемом здесь параксиальном приближении можно провести только на достаточном удалении от плоскости изображения.

Поэтому для корректного определения поля в любой точке в области вторичной фокусировки двойной интеграл (1) рассчитывался численно. При расчетах использовался следующий набор параметров: аксикон из плавленого кварца имел диаметр 1/2 дюйма и угол при основании 5°. На длине волны 1064 нм угол отклонения луча  $\gamma = 2,3^{\circ}$ . Линза из стекла ВК7 имеет диаметр 2″ и фокальную длину f = 40 см. Для устранения краевой дифракции полуширина падающего гауссова пучка выбрана равной  $w_0 = R_{ax}/2, 2,$  или 289 мм.

С целью наиболее полного описания области вторичной фокусировки целесообразно провести краткий анализ поля перед этой областью. На рис. 2 показано поперечное распределение интенсивности в плоскости линзы, имеющее форму кольца. Важно отметить, что при изменении параметра  $r_0$  или, что то же самое, расстояния  $z_1$ , так как  $z_1 = f + r_0/\gamma$ , распределение интенсивности в плоскости линзы практически не изменяется, за исключением изменения радиуса кольца. Когда расстояние  $z_1 = r_{ax}/\gamma$ , то из (6) следует  $z_{st} = 0$ , что соответствует ближней границе первой бесселевой зоны  $S_1$  (см. рис. 1). При  $z_1 < r_{ax}/\gamma$  кольцевое поле на рис. 2 начинает трансформироваться в двухкомпонентное, содержащее кольцевую и бесселеву составляющие.

Далее по мере распространения широкое кольцевое поле в плоскости линзы трансформируется в сфокусированное кольцевое поле в фокальной плоскости линзы (область  $S_2$  на рис. 1)). Дифракционный интеграл, позволяющий рассчитать поле a(r,f) в фокальной плоскости, следует из (2) при  $\Delta z = z_1$ :



Рис. 2. Распределение интенсивности поля, создаваемого аксиконом в плоскости линзы для частного случая  $r_0 = R_{ax}$ . Здесь и далее интенсивность дается в относительных единицах, т. е. относительно интенсивности падающего гауссова пучка единичной мощности

Fig. 2. Field intensity distribution created by an axicon in the lens plane for the particular case of  $r_0 = R_{ax}$ . Here and further the intensity is given in relative units, i. e. relative to the intensity of an incident Gaussian beam of a unit power



Рис. 3. Кольцевое поле в фокальной плоскости линзы и его аппроксимация смещенной гауссовой функцией с параметрами: смещение пучка  $r_c = 16,057$  мм, полуширина  $w_f = 0,075$  мм

Fig. 3. Annular field in the focal plane of the lens and its approximation by the shifted Gaussian function with the following parameters: the beam shift  $r_c = 16.057$  mm, the half-width  $w_f = 0.075$  mm

$$a(r,f) = \frac{-ia_0k_0}{f} \exp\left(-\frac{ik_0r^2r_0}{2\gamma f^2}\right) \int \exp\left(-\frac{r_2^2}{w_0^2} - ik_0\gamma r_2\right) J_0\left(\frac{k_0r_2r}{f}\right) r_2 dr_2.$$
(12)

Из (12) следует, что параметр  $r_0$  оптической схемы влияет только на фазу поля в фокусе линзы и не влияет на интенсивность. На рис. 3 показано распределение интенсивности в фокальной плоскости и ее аппроксимация смещенной гауссовой функцией. Видно, что данная аппроксимация с высокой точностью описывает поле в фокальной плоскости, что впервые показано в [1].

Тем не менее кольцевое поле нельзя считать в точности смещенным гауссовым пучком. Это следует из того, что в противном случае эволюция кольцевого поля из фокальной плоскости в дальнюю зону всегда приводила бы к формированию Бессель-гауссова пучка [13]. Однако ниже будет показано, что поле в дальней зоне далеко не всегда является Бессель-гауссовым пучком.

Продольная структура поля в области вторичной фокусировки. На рис. 4 показано продольное распределение осевой интенсивности для трех расстояний между аксиконом и линзой, при которых отношение  $r_0/R_{ax}$  равно 1; 0,8 и 0,3.

Особенностью поведения осевой интенсивности является то, что уменьшение  $r_0$  за счет уменьшения расстояния  $z_1$  между аксиконом и линзой приводит к увеличению длины относительно интенсивной части вторичной фокальной области. Вторая особенность состоит в том, что ближняя граница фокальной области формируется за счет эффекта скачкообразной автофокусировки поля кольцевого типа (Abrupt autofocusing). Этот эффект был открыт в 2010 г. применительно к световым пучкам Эйри [14] и в настоящее время интенсивно исследуется. Оценка темпа нарастания осевой интенсивности, к примеру по графику 4, *a*, показывает, что при продольном смещении на 63 мкм (от z = 1,427 мм до z = 1,364 мм) интенсивность поля возрастает в ~ $8 \cdot 10^3$  раз.

Поперечная структура поля в области вторичной фокусировки. Исследуем поперечную структуру поля в области вторичной фокусировки. При этом важно определить поле в дальней зоне, для чего необходимо рассчитать его пространственный спектр. В схеме линзового преобразования Фурье поле  $a_F(r)$  в задней фокальной плоскости линзы описывается выражением

$$a_{F}(r) = \frac{-k_{0}^{2}}{z_{1}f_{1}} \iint \exp\left(-\frac{r_{2}^{2}}{w_{0}^{2}} - ik_{0}\gamma r_{2} + \frac{ik_{0}(r_{2}^{2} + r_{1}^{2})}{2z_{1}} - \frac{ik_{0}r_{1}^{2}}{2f}\right) \times \\ \times J_{0}\left(\frac{k_{0}r_{2}r_{1}}{z_{1}}\right) J_{0}\left(\frac{k_{0}r_{1}r}{f_{1}}\right) r_{2}r_{1}dr_{2}dr_{1},$$
(13)

где $f_l$  – фокальная длина Фурье-линзы.



Рис. 4. Продольное распределение осевой интенсивности в области вторичной фокусировки. Отношение *r*<sub>0</sub>/*R*<sub>ax</sub> равно 1 (*a*), 0,8 (*b*), 0,3 (*c*). Во всех случаях имеет место резкая автофокусировка поля

Fig. 4. Longitudinal distributon of the axial intensity in the region of secondary focusing. The ratio  $r_0/R_{ax}$  is equal to 1 (*a*), 0.8 (*b*), 0.3 (*c*). In all cases sharp autofocusing of the field takes place

После расчета интеграла по  $r_1$  получим

$$a_F(r) \sim \frac{ik_0}{f_{\rm eff}\sqrt{W_{gs}}} \int \exp\left(-\frac{r_2^2}{w_0^2} - ik_0\gamma r_2 + \frac{ik_0\gamma r_2^2}{2r_0}\right) J_0\left(\frac{k_0r_2r}{f_1}\right) r_2 dr_2.$$
(14)

При этом в (14) опущен несущественный фазовый множитель и введено обозначение

$$\frac{1}{\Delta z_1} = \left(\frac{1}{z_1} - \frac{1}{f}\right).$$

Фурье-спектр (14) определялся численно при  $f_1 = 1$  м для различных значений  $r_0$ .

Расчет показал, что спектр в общем случае является двухкомпонентным, т. е. содержит осциллирующую и кольцевую компоненты. Кроме того, эти компоненты могут перекрываться или же быть пространственно разнесенными. Во втором случае осциллирующая компонента локализована в центре поля, а кольцевая компонента – на периферии. При этом поле в центре является пучком бесселева типа.

Соотношение световой мощности в этих компонентах оказывается весьма чувствительным к изменению  $r_0$ , т. е. к изменению расстояния между аксиконом и линзой. На рис. 5 приведены наиболее характерные примеры поперечного распределения интенсивности в Фурье-спектре. Оценка соотношения компонент, проведенная по этим графикам, показала следующее: при  $r_0 = 0$  компоненты пространственно перекрыты и интенсивность на оси мала. Это связано с действием



Рис. 5. Примеры поперечного распределения световой интенсивности в фокальной плоскости Фурье-преобразующей линзы при различных значениях параметра  $r_0$ :  $r_0 = 0.3R_{ax}(a, 1; a, 2)$ ;  $r_0 = 0$  (b, 1; b, 2);  $r_0 = 0.1R_{ax}(c, 1; c, 2)$  и  $r_0 = R_{ax}(d)$ 

Fig. 5. Examples of transverse distribution of the light intensity in the focal plane of Fourier-transforming lens at various values of the parameter  $r_0$ :  $r_0 = 0.3R_{ax}$  (a, 1; a, 2);  $r_0 = 0$  (b, 1; b, 2);  $r_0 = 0.1R_{ax}$  (c, 1; c, 2) and  $r_0 = R_{ax}$  (d)



Рис. 6. Зависимость от расстояния угла конуса локального бесселева пучка в области вторичной фокусировки; предельное значение угла конуса равно нулю

Fig. 6. The dependence on the distance of the cone angle of a local Bessel beam in the region of secondary focusing; the limit value of the cone angle is equal to zero

в данном случае только дифракционного механизма формирования осевого поля (см. выше). При  $r_0 = 0.1R_{ax}$  компоненты пространственно разделяются и бесселева содержит ~26 % мощности, а кольцевая ~74 %. Но уже при  $r_0 = 0.2R_{ax}$  доля бесселевой компоненты возрастает до ~76 %. Далее при  $r_0 = 0.3R_{ax}$  бесселева компонента является подавляющей, так как содержит ~96 % мощности.

При дальнейшем увеличении  $r_0$  поперечный размер спектра возрастает, компоненты перемешиваются и вклад кольцевой компоненты также возрастает. В предельном случае  $r_0 = R_{ax}$  профиль интенсивности практически кольцевой (рис. 5).

Для подтверждения того, что поле осциллирующей компоненты является бесселевым, была проведена аппроксимация его профиля локально бесселевой функцией нулевого порядка ~  $J_0^2(k_0\gamma(z)r)$ , угол конуса которой зависит от расстояния. На рис. 6 приведен график зависимости угла конуса  $\gamma$  от продольной координаты для случая  $r_0 = 0.3R_{ax}$ . Из графика следует, что угол  $\gamma$ монотонно убывает обратно пропорционально расстоянию от начала области вторичной фокусировки. Аналогичный результат можно получить и для других значений  $r_0$ . Следовательно, приосевое осциллирующее поле в области вторичной фокусировки относится к бесселеву типу, или же является *z*-зависящим БСП. Этот пучок существует в чистом виде только в узкой области изменения параметра  $r_0$ , а вне ее сосуществует с кольцевым полем.

Отметим, что если при изменении параметра  $r_0$  поле в области вторичной фокусировки приближается к *z*-зависящему БСП, то тогда кольцевое поле в фокальной плоскости линзы (см. рис. 4) соответственно приближается к смещенному гауссову пучку. При этом высокая точность аппроксимации поля функцией Бесселя (см. рис. 6), а не Бессель – Гаусса, связана с тем, что полуширина  $w_f$  гауссовой аппроксимации очень мала (75 мкм, см. рис. 4), и, соответственно, полуширина гауссовой огибающей *z*-БСП велика.

Заключение. В работе проведен расчет светового поля, формируемого оптической схемой из аксикона и пространственно разнесенной линзы. Исследована область вторичной бесселевой фокусировки, которая расположена за фокальной плоскостью линзы. Это поле пространственно закрывает полое поле, существующее в окрестности кольцевой фокальной области, формируя тем самым замкнутую или так называемую бутылочную полость. Показано, что ближняя зона области вторичной фокусировки формируется в режиме скачкообразной автофокусировки кольцевого поля. Структура поля в дальней зоне может быть различной и существенно зависит от расстояния между аксиконом и линзой. Установлено, что в небольшом диапазоне этих расстояний генерируемое в области вторичной фокусировки поле представляет собой локально бесселев пучок. Такой пучок характеризуется тем, что его угол конуса монотонно убывает с расстоянием, т. е. данное поле является *z*-зависящим бесселевым пучком [11]. Важно отметить,

что поскольку *z*-зависящий БСП не трансформируется в кольцевое поле ни на каком расстоянии, то для него длина области вторичной фокусировки бесконечна. Это открывает перспективу использования таких пучков для целей оптической связи в свободном пространстве и дистанционного зондирования.

#### Список использованных источников

1. Ring pattern of a lens-axicon doublet illuminated by a Gaussian beam / P. Belanger [et al.] // Appl. Opt. – 1978. – Vol. 17, № 7. – P. 1080–1086. https://doi.org/10.1364/ao.17.001080

2. Linear, annular, and radial focusing with axicons and applications to laser machining / M. Rioux [et al.] // Appl. Opt. – 1978. – Vol. 17, № 10. – P. 1532–1536. https://doi.org/10.1364/ao.17.001532

3. Focusing properties of Bessel beams / Baida Lü [et al.] // Opt. Commun. – 1996. – Vol. 131, № 4/6. – P. 223–228. https://doi.org/10.1016/0030-4018(96)00274-x

4. Axially symmetric hollow beams using refractive conical lenses / M. de Angelis [et al.] // Opt. Lasers Eng. – 2003. – Vol. 39, № 3. – P. 283–291. https://doi.org/10.1016/s0143-8166(01)00117-8

5. Spherical aberration effects in lens-axicon doublets: theoretical study / Christian Parigger [et al.] // Appl. Opt. – 1997. – Vol. 36, № 31. – P. 8214–8221. https://doi.org/10.1364/ao.36.008214

6. Generation of a hollow laser beam for atom trapping using and axicon / Manek I. [et al.] // Opt Commun. – 1998. – Vol. 147, № 1/3. – P. 67–70. https://doi.org/10.1016/s0030-4018(97)00645-7

7. Evolution of Focused Hankel Waves and Bessel Beams / S. Chávez-Cerda [et al.] // Opt. Commun. – 2000. – Vol. 181, № 4/6. – P. 369–377. https://doi.org/10.1016/s0030-4018(00)00779-3

8. Adjustable generation of bottle and hollow beams using an axicon / Ming-Dar Wei [et al.] // Opt. Commun. – 2005. – Vol. 248, № 1/3. – P. 7–14. https://doi.org/10.1016/j.optcom.2004.11.092

9. Generation of a beam with a dark focus surrounded by regions of higher intensity: the optical bottle beam / J. Arlt [et al.] // Opt. Lett. -2000. - Vol. 25, No 4. - P. 191-193. https://doi.org/10.1364/ol.25.000191

10. Lens-axicon separation to tailor aberration free focused Bessel-Gaussian beams in the paraxial regime / Iftekher S. Chowdhury [et al.] // Opt. Express. – 2019. – Vol. 27, № 8. – P. 11160–11173. https://doi.org/10.1364/oe.27.011160

11. Bessel-like beams with z-dependent cone angles / V. Belyi [et al.] // Opt. Express. – 2010. – Vol. 18, № 3. – P. 1966– 1973. https://doi.org/10.1364/oe.18.001966

12. Прудников, А. П. Интегралы и ряды: в 3 т. / А. П. Прудников, Ю. А. Брычков, О. И. Маричев. – 2-е изд. – М.: Физматлит, 2003. – Т. 2. – 664 с.

13. Bessel-Gauss beams / F. Gori [et al.] // Opt. Commun. – 1987. – Vol. 64, № 6. – P. 491–495. https://doi.org/10.1016/0030-4018(87)90276-8

14. Abruptly autofocusing waves / N. K. Efremidis [et al.] // Opt. Lett. – 2010. – Vol. 35, № 23. – P. 4045–4047. https://doi. org/10.1364/ol.35.004045

#### References

1. Belanger P., Rioux M. Ring pattern of a lens-axicon doublet illuminated by a Gaussian beam. *Applied Optics*, 1978, vol. 17, no. 7, pp. 1080–1086. https://doi.org/10.1364/ao.17.001080

2. Rioux M., Tremblay R., Bélanger P. A. Linear, annular, and radial focusing with axicons and applications to laser machining. *Applied Optics*, 1978, vol. 17, no. 10, pp. 1532–1536. https://doi.org/10.1364/ao.17.001532

3. Baida Lü, Wenlong Huang, Bin Zhang, Fanlong Kong, Qun Zhai. Focusing properties of Bessel beams. *Optics Communications*, 1996, vol. 131, no. 4–6, pp. 223–228. https://doi.org/10.1016/0030-4018(96)00274-x

4. De Angelis M., Cacciapuoti L., Pierattini G., Tino G. Axially symmetric hollow beams using refractive conical lenses. *Optics Laser Engineering*, 2003, vol. 39, no. 3, pp. 283–291. https://doi.org/10.1016/s0143-8166(01)00117-8

5. Parigger Ch., Tang Y., Plemmons D. H., Lewis J. W. L. Spherical aberration effects in lens-axicon doublets: theoretical study. *Applied Optics*, 1997, vol. 36, no. 31, pp. 8214–8221. https://doi.org/10.1364/ao.36.008214

6. Manek I., Ovchinnikov Y. B., Grimm R. Generation of a hollow laser beam for atom trapping using and axicon. *Optics Communications*, 1998, vol. 147, no. 1–3, pp. 67–70. https://doi.org/10.1016/s0030-4018(97)00645-7

7. Chávez-Cerda S., New G. H. C. Evolution of focused Hankel waves and Bessel beams. *Optics Communications*, 2000, vol. 181, no. 4–6, pp. 369–377. https://doi.org/10.1016/s0030-4018(00)00779-3

8. Ming-Dar Wei, Wen-Long Shiao, Yi-Tse Lin. Adjustable generation of bottle and hollow beams using an axicon. *Optics Communications*, 2005, vol. 248, no. 1–3, pp. 7–14. https://doi.org/10.1016/j.optcom.2004.11.092

9. Arlt J., Padgett M. J. Generation of a beam with a dark focus surrounded by regions of higher intensity: the optical bottle beam. *Optics Letters*, 2000, vol. 25, no. 4, pp. 191–193. https://doi.org/10.1364/ol.25.000191

10. Chowdhury I. S., Roberts R. P., Molina-Terriza G., Vidal X. Lens-axicon separation to tailor aberration free focused Bessel-Gaussian beams in the paraxial regime. *Optics Express*, 2019, vol. 27, no. 8, pp. 11160–11173. https://doi.org/10.1364/ oe.27.011160

11. Belyi V., Forbes A., Kazak N., Khilo N., and Ropot P. Bessel-like beams with z-dependent cone angles. *Optics Express*, 2010, vol. 18, no. 3, pp. 1966–1973. https://doi.org/10.1364/oe.18.001966

12. Prudnikov A. P., Brychkov Yu. A., Marichev O. I. *Integrals and arrays. Volume 2*. Moscow, Fizmatlit Publ., 2003. 664 p. (in Russian).

13. Guattari G., Padovani C., Gori F. Bessel-Gauss beams. *Optics Communications*, 1987, vol. 64, no. 6, pp. 491–495. https://doi.org/10.1016/0030-4018(87)90276-8

14. Efremidis N. K., Christodoulides D. N. Abruptly autofocusing waves. *Optics Letters*, 2010, vol. 35, no. 23, pp. 4045–4047. https://doi.org/10.1364/ol.35.004045

### Информация об авторах

Хило Николай Анатольевич – кандидат физико-математических наук, ведущий научный сотрудник, Институт физики им. Б. И. Степанова Национальной академии наук Беларуси (пр. Независимости, 68-2, 220072, г. Минск, Республика Беларусь). E-mail: n.khilo@ dragon.bas-net.by

Ропот Петр Иосифович – кандидат физико-математических наук, заместитель заведующего центром «Диагностические системы», Институт физики им. Б. И. Степанова Национальной академии наук Беларуси (пр. Независимости, 68-2, 220072, г. Минск, Республика Беларусь). E-mail: p.ropot@dragon.bas-net.by

Петров Петр Казимирович – кандидат физикоматематических наук, ведущий научный сотрудник, Институт физики им. Б. И. Степанова Национальной академии наук Беларуси (пр. Независимости, 68-2, 220072, г. Минск, Республика Беларусь). E-mail: p.piatrou@ ifanbel.bas-net.by

Белый Владимир Николаевич – член-корреспондент, доктор физико-математических наук, заведующий центром «Диагностические системы», Институт физики им. Б. И. Степанова Национальной академии наук Беларуси (пр. Независимости, 68-2, 220072, г. Минск, Республика Беларусь). E-mail: v.belyi@dragon.bas-net.by

## Information about the authors

Nikolai A. Khilo – Ph. D. (Physics and Mathematics), Leading Scientific Researcher, B. I. Stepanov Institute of Physics of the National Academy of Sciences of Belarus (68-2, Nezavisimosti Ave., 220072, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: n.khilo@dragon.bas-net.by

**Piotr I. Ropot** – Ph. D. (Physics and Mathematics), Deputy Head of the Center "Diagnostic Systems", B. I. Stepanov Institute of Physics of the National Academy of Sciences of Belarus (68-2, Nezavisimosti Ave., 220072, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: p.ropot@dragon.bas-net.by

**Piotr K. Petrov** – Ph. D. (Physics and Mathematics), Leading Scientific Researcher, B. I. Stepanov Institute of Physics of the National Academy of Sciences of Belarus (68-2, Nezavisimosti Ave., 220072, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: p.piatrou@ifanbel.bas-net.by

Vladimir N. Belyi – Corresponding Member, Dr. Sc. (Physics and Mathematics), Professor, Head of the Center "Diagnostic Systems", B. I. Stepanov Institute of Physics of the National Academy of Sciences of Belarus (68-2, Nezavisimosti Ave., 220072, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: v.belyi@dragon.bas-net.by