УДК 517.987.4+519.216

Э. А. АЙРЯН[1], А. Д. ЕГОРОВ[2], Л. А. СЕВАСТЬЯНОВ[3]

К ВЫЧИСЛЕНИЮ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ОЖИДАНИЙ СЛУЧАЙНЫХ ФУНКЦИОНАЛОВ

[1]Объединенный институт ядерных исследований (Дубна, Россия)
[2]Институт математики НАН Беларуси
[3]Российский университет дружбы народов (Москва, Россия)

(Поступила в редакцию 14.03.2014)

В работе рассматривается задача приближенного вычисления математического ожидания функционалов от случайных процессов вида $F\left(\omega, X_{(\cdot)}(\omega)\right)=\int_0^t A(s,\omega) X_s(\omega) ds$, где $A(s,\omega)$, $X(s,\omega)$ – процессы, заданные на пространстве $(\Omega, \mathcal{F}, P)$; Ω – пространство с гауссовой мерой P на сигма-алгебре $\mathcal{F}$, порожденной цилиндрическими множествами Ω. В дальнейшем, не уменьшая общности, ограничимся случаем, когда $\omega = Y_{(\cdot)} \equiv Y$ – гауссовский процесс на $[0,t]$; таким образом, рассматривается задача вычисления математических ожиданий

$$E\left[F\left(\omega, X_{(\cdot)}(\omega)\right)\right] = E\left[\int_0^t A\left(s, Y_{(\cdot)}\right) X_s\left(Y_{(\cdot)}\right) ds\right] \equiv I. \tag{1}$$

Функционалы рассматриваемого типа возникают, в частности, как линейные члены разложения в функциональный ряд Тейлора нелинейных функционалов $G\left(\omega, X_{(\cdot)}(\omega)\right) = G(\omega,0) + \int_0^t G'(\omega,0) X(s,\omega) ds + R(G)$, где $G'(\omega,0)$ – функциональная производная; $R(G)$ – остаточный член разложения. В общем случае даже задача вычисления математических ожиданий от каждого из процессов $A\left(s, Y_{(\cdot)}\right)$ и $X_s\left(Y_{(\cdot)}\right)$, в том числе и при фиксированном s, представляет собой сложную вычислительную проблему, решению которой посвящено большое количество работ (см. [1, 2] и приведенные в них ссылки). Однако непосредственное применение разработанных методов к ожиданиям вида (1) в большинстве случаев малоэффективно. В работе [3] предложен подход к вычислению (1), заключающийся в предварительном использовании для приближенного вычисления математического ожидания (1) следующей аппроксимации:

$$I \approx I_{K,N} = \int_0^t \left(\sum_{\alpha \in J_{K,N}} a_\alpha(s) x_\alpha(s) \right) ds,\ a_\alpha(s) = E\left[A(s,Y) T_\alpha\right],\ x_\alpha(s) = E[X_s T_\alpha],$$

которая получается подстановкой в (1) гауссовских хаотических разложений (см. [2]):

$$X_s(Y) = \sum_{\alpha \in J} x_\alpha(s) T_\alpha,\ A(s,Y) = \sum_{\alpha \in J} a_\alpha(s) T_\alpha, \tag{2}$$

где $T_\alpha = T_\alpha(Y) = \frac{1}{\sqrt{\alpha}} H_\alpha(Y)$, $H_\alpha(Y) = \prod_{i=1}^{\infty} H_{\alpha_i}(\xi_i)$, $H_{\alpha_i}(u)$ – эрмитов многочлен на R, $\xi_i = (e_i, Y)$ – измеримый линейный функционал на Ω, $e_i = e_i^t(s)$, $i = 1, 2, \ldots,$ – ортонормированный базис пространства Камерона – Мартина $\mathcal{H}$ (см. [1, 2]) процесса $Y(s)$, $s\in[0,t]$; $J=\left\{\alpha=(\alpha_i)_{i\geq 1}\middle|\alpha_i\in\{0,1,2,\ldots\},\ |\alpha|=\sum_{i=1}^{\infty}\alpha_i<\infty\right\}$; $\alpha!=\prod_i \alpha_i!$, $J_{K,N}\subset J$ – подмножество индексов α, для которых $|\alpha|\leq N$, $i\leq K$, K,N – целые положительные числа. Семейство функционалов $\{T_\alpha\}$, $\alpha\in J$, образует полную ортонормированную систему в $L_2(\Omega,P)$, и в предположении (которое в дальнейшем будет считаться выполненным), что $E[X_s^2(Y)]<\infty$, $E\left[A^2(s,Y)\right]<\infty$, разложения (2) сходятся в этом пространстве. Предполагается также, что $E\left[\int_0^t A(s,Y_{(\cdot)})X_s(Y_{(\cdot)})ds\right]=\int_0^t E\left[A(s,Y_{(\cdot)})X_s(Y_{(\cdot)})\right]ds$. Обозначим через $\delta^{(\alpha)}f(Y;e_\alpha)$ вариацию функционала $f(Y)$ по направлению $e_\alpha=(e_{\alpha_1},\ldots,e_{\alpha_n})\in\mathcal{H}$.

Т е о р е м а 1. *Пусть функционал $A(s,Y)$ имеет производную порядка m по подпространству Камерона – Мартина процесса Y (см.* [1, 2]). *Тогда имеет место оценка:*

$$a_\alpha(s)=\begin{cases}\dfrac{1}{\sqrt{\alpha!}}E\left[\delta^{(\alpha)}A(s,Y;e_\alpha)\right] & \textit{для}\quad |\alpha|\leq m,\\ \left(\dfrac{\gamma!}{(\beta+\gamma)!}\right)^{1/2}\left(E\left[\left(\delta^{(\beta)}A(s,Y;e_\beta)\right)^2\right]\right)^{1/2} & \textit{для}\quad \alpha=\beta+\gamma,\ |\beta|=m,\ \gamma\in J.\end{cases}$$

Д о к а з а т е л ь с т в о. Имеем: $a_\alpha(s)=E\left[A(s,Y)T_\alpha\right]=\dfrac{1}{\sqrt{\alpha!}}E\left[A(s,Y)H_\alpha(Y)\right]$, где $e_\alpha=(e_{\alpha_1},\ldots,e_{\alpha_n})$. Воспользовавшись далее соотношением (см. [1]) $E\left[f(Y)H_\alpha(Y)\right]=E\left[\delta^{(\alpha)}f(Y;e_\alpha)\right]$, получим $a_\alpha(s)=\dfrac{1}{\sqrt{\alpha!}}E\left[\delta^{(\alpha)}A(s,Y;e_\alpha)\right]$ для $|\alpha|\leq m$. В случае $|\alpha|>m$ будем иметь, положив $\alpha=\beta+\gamma$, где $|\beta|=m$ и $\gamma\in J$:

$$a_\alpha(s)=\frac{1}{\sqrt{(\beta+\gamma)!}}E\left[\delta^{(\beta+\gamma)}A(s,Y;e_\alpha)\right]=\frac{1}{\sqrt{(\beta+\gamma)!}}E\left[\delta^{(\beta)}A(s,Y;e_\beta)H_\gamma(Y)\right]=$$

$$=\frac{\sqrt{\gamma!}}{\sqrt{(\beta+\gamma)!}}E\left[\delta^{(\beta)}A(s,Y;e_\beta)T_\gamma(Y)\right]\leq$$

$$\leq\left(\frac{\gamma!}{(\beta+\gamma)!}\right)^{1/2}\left(E\left[\left(\delta^{(\beta)}A(s,Y;e_\beta)\right)^2\right]\right)^{1/2}\left(E\left[\left(T_\gamma(Y)\right)^2\right]\right)^{1/2}=$$

$$=\left(\frac{\gamma!}{(\beta+\gamma)!}\right)^{1/2}\left(E\left[\left(\delta^{(\beta)}A(s,Y;e_\beta)\right)^2\right]\right)^{1/2}.$$

Теорема доказана.

С л е д с т в и е. *Пусть $A(s,Y)$ имеет производные любого порядка по подпространству $\mathcal{H}$. Тогда для погрешности $R_{K,N}=I-I_{K,N}$ аппроксимации* (1) *имеет место оценка*

$$R_{K,N}=\left(\int_0^t\left(\sum_{\alpha\in J\setminus J_{K,N}}\frac{1}{\alpha!}\left(E\left[\delta^{(\alpha)}A(s,Y;e_\alpha)\right]\right)^2\right)ds\right)^{1/2}\left(\int_0^t\left(\sum_{\alpha\in J\setminus J_{K,N}}x_\alpha^2(s)\right)ds\right)^{1/2}. \qquad (3)$$

Д о к а з а т е л ь с т в о. Используя неравенство Коши – Буняковского, получим

$$R_{K,N}=\int_0^t\left(\sum_{\alpha\in J\setminus J_{K,N}}a_\alpha(s)x_\alpha(s)\right)ds\leq\int_0^t\left(\sum_{\alpha\in J\setminus J_{K,N}}a_\alpha^2(s)\right)^{1/2}\left(\sum_{\alpha\in J\setminus J_{K,N}}a_\alpha^2(s)\right)^{1/2}ds\leq$$

$$\leq \left(\int_0^t \left(\sum_{\alpha \in J \setminus J_{K,N}} a_\alpha^2(s) \right) ds \right)^{1/2} \left(\int_0^t \left(\sum_{\alpha \in J \setminus J_{K,N}} x_\alpha^2(s) \right) ds \right)^{1/2}. \qquad (4)$$

Применяя приведенное в доказательстве теоремы 1 интегральное равенство, связывающее вариационные производные и функциональные многочлены Эрмита, приходим к требуемой оценке.

З а м е ч а н и е 1. Отметим, что в случае, когда функционал $A(s,Y)$ имеет производную порядка не выше фиксированного порядка m по подпространству $\mathcal{H}$, рассмотренный подход, который основан на найденном в теореме выражении для $a_\alpha(s)$, не может быть использован для получения оценки погрешности $R_{K,N}$, в которой оценки погрешностей аппроксимаций $A(s,Y)$ и $X_s(Y)$ были бы разделены. В самом деле, воспользовавшись полученной в теореме оценкой, справедливой при $|\alpha| \to \infty$, мы получим неравенство

$$a_\alpha(s) = \left(\frac{\gamma!}{(\beta+\gamma)!} \right)^{1/2} E\left[\delta^{(\beta)} A(s,Y;e_\beta) T_\gamma(Y) \right] <$$

$$< \left(\frac{\gamma!}{(\beta+\gamma)!} \right)^{1/2} E\left[\delta^{(\beta)} A(s,Y;e_\beta) T_0(Y) \right] = \left(\frac{\gamma!}{(\beta+\gamma)!} \right)^{1/2} E\left[\delta^{(\beta)} A(s,Y;e_\beta) \right],$$

которое после подстановки в (4) приводит к неравенству

$$R_{K,N} < \left(\int_0^t \left(\left(E\left[\delta^{(\beta)} A(s,Y;e_\beta) \right] \right)^2 \sum_{\gamma \in J \setminus J_{K,N}} \frac{\gamma!}{(\beta+\gamma)!} \right) ds \right)^{1/2} \left(\int_0^t \left(\sum_{\alpha \in J \setminus J_{K,N}} x_\alpha^2(s) \right) ds \right)^{1/2},$$

где ряд $\sum_{\gamma \in J \setminus J_{K,N}} \frac{\gamma!}{(\beta+\gamma)!}$ в общем случае может быть расходящимся.

Необходимость в методах приближенного вычисления математических ожиданий функционалов от процессов, основанных на использовании хаотических разложений, естественным образом возникает в случае функционалов от решений стохастических уравнений. Разработке и исследованию методов типа Галеркина для нахождения решений стохастических дифференциальных уравнений с использованием хаотических разложений посвящен целый ряд работ (см., напр., [4] и цитированную в них литературу). В частности, в работе [4] исследовано применение метода Галеркина, основанного на использовании винеровского хаотического разложения, к решению стохастического уравнения Бюргерса и приближенному вычислению моментов от решения. Далее мы рассмотрим обобщение одного из результатов этой работы на случай стохастического уравнения Бюргерса с гауссовским воздействием

$$u(x,t) = u_0(x) + \int_0^t \left[\mu u_{xx}(x,\tau) - \frac{1}{2} u_x^2(x,\tau) \right] d\tau + \sigma Y(t), \qquad (5)$$
$$u(x,0) = u_0(x),\ u(0,t) = u(1,t);\ (t,x \in (0,T] \times [0,1]),$$

где μ, σ – константы, $Y(t)$, $t \in [0,T]$, – гауссовский случайный процесс с $Y(0)=0$, и тем самым будем иметь уточнение оценки (3) для этого конкретного случая. Решение уравнения может быть записано в виде $u(x,t) = v\left(x - \sigma\int_0^t Y(s)ds, t\right) + \sigma Y(t)$, где $v = v(x,t)$ – решение детерминированного уравнения $v_t + \frac{1}{2}\left(v^2\right)_x = \mu v_{xx}$, $v(x,0) = u_0(x)$, $v(0,t) = v(1,t)$. Доказательство этого факта повторяет приведенное в [4] доказательство случая, когда Y_t является винеровским процессом. Уравнение для коэффициентов $u_\alpha(x,t)$ решения уравнения (5) в схеме Галеркина имеет вид

$$\frac{\partial}{\partial t}u_\alpha(x,t)+\frac{1}{2}\sum_{p\in J}\sum_{0\le\beta\le\alpha}C(\alpha,\beta,p)\frac{\partial}{\partial x}\left(u_{\alpha-\beta+p}u_{\beta+p}\right)(x,t)=\mu\frac{\partial^2}{\partial x^2}u_\alpha(x,t)+\sigma\sum_{i=1}^{\infty}I_{\{\alpha_i=\delta_{ij}\}}e_i^t(t), \quad (6)$$

где $u_{K,N}=\sum_{\alpha\in J_{K,N}}u_\alpha(x,t)T_\alpha$, $u_\alpha(x,t)=E\left[u(x,t)T_\alpha\right]$, $C(\alpha,\beta,p)=\left(C_\alpha^\beta C_\beta^p C_p^{\alpha-\beta+p}\right)^{1/2}$, $e_k^t(s)$, $k=1,2,\ldots,$ – ортонормированный базис пространства Камерона – Мартина процесса $Y(s)$, $s\in[0,t]$; в обозначении мультииндекса $\{\alpha_i=\delta_{ij}\}$ подразумевается, что на i-м месте стоит единица, а на остальных местах – нуль.

Т е о р е м а 2. *Имеет место следующая оценка погрешности аппроксимации решения уравнения* (1)*:*

$$\max_x\left(E\left[\left|u(x,t)-u_{K,N}(x,t)\right|^2\right]\right)^{1/2}\le B_{N+1}\sigma\left(\sum_{k=K+1}^{\infty}\left(\int_0^t e_k^t(s)\,ds\right)^2\right)^{1/2}+$$

$$+B_{N+1}\sigma^{N+1}\frac{\sqrt{(2N+1)!!}}{(N+1)!}\left(\int_0^t\int_0^t B(\tau,s)\,d\tau ds\right)^{N+1}. \quad (7)$$

Д о к а з а т е л ь с т в о следует схеме доказательства аналогичного результата для случая винеровского процесса (см. [4]). Вводя обозначение $Z(t)=\int_0^t Y(s)\,ds$ и используя разложение (в хаосы первого порядка) гауссовского случайного процесса (см. [2]) $Y(s)=\sum_{k=1}^{\infty}\xi_k e_k^t(s)$, получим $Z(t)=\sum_{k=1}^{\infty}\xi_k\int_0^t e_k^t(s)\,ds=Z_K+Z_R$, где $Z_K=\sum_{k=1}^{K}\xi_k\int_0^t e_k^t(s)\,ds$, $Z_R=\sum_{k=K+1}^{\infty}\xi_k\int_0^t e_k^t(s)\,ds$. Тогда, записывая решение (5) в виде $u(x,t)=v(x-\sigma Z_K-\sigma Z_R,t)+\sigma\sum_{k=1}^{\infty}\xi_k\int_0^t e_k^t(s)\,ds$, разлагая затем функцию $v(x-\sigma Z_k-\sigma Z_R,t)$ в ряд Тейлора по Z_R и Z_K, используя ограниченность производных и свойство минимальности ортогональной проекции в пространстве $L_2(\Omega,P)$, приходим к неравенствам

$$\left(E\left[\left|u(x,t)-u_{K,N}(x,t)\right|^2\right]\right)^{1/2}\le\left(E\left[\left|u(x,t)-\tilde u_{K,N}(x,t)\right|^2\right]\right)^{1/2}\le$$

$$\le B_1\sigma\left(E\left[Z_R^2\right]\right)^{1/2}+B_{N+1}\frac{\sigma^{N+1}}{(N+1)!}\left(E\left[Z_K^{2N+2}\right]\right)^{1/2},$$

где $\tilde u_{K,N}(x,t)=v(x,t)+\sum_{n=1}^{N}\frac{(-\sigma Z_K)^n}{n!}\frac{\partial^n v}{\partial x^n}(x,t)+\sigma\sum_{k=1}^{\infty}\xi_k\int_0^t e_k^t(s)\,ds$, $B_n=\sup_x\left|\frac{\partial^n}{\partial x^n}v(x,t)\right|$.
Используя затем соотношения

$$E\left[Z_R^2\right]=\sum_{k=K+1}^{\infty}\left(\int_0^t e_k^t(s)\,ds\right)^2 \text{ и } E\left[Z_K^{2N+2}\right]=\left(E\left[Z_K^2\right]\right)^{N+1}(2N+1)!!\le\left(E\left[Z^2\right]\right)^{N+1}(2N+1)!!,$$

где $E\left[Z^2\right]=\int_0^t\int_0^t B(\tau,s)\,d\tau ds$, получаем требуемую оценку.

З а м е ч а н и е 2. В правой части (7) можно применить оценку $\frac{\sqrt{(2N+1)!!}}{(N+1)!}\le\frac{2^{N/2}}{\sqrt{(N+1)!}}$ и далее с помощью формулы Стирлинга получить асимптотику второго слагаемого в правой части оценки (7):

$$\sigma^{N+1}\frac{\sqrt{(2N+1)!!}}{(N+1)!}\left(\int_0^t\int_0^t B(\tau,s)\,d\tau ds\right)^{N+1}=O\left(\left(\frac{2er(t)^2}{N+1}\right)^{\frac{N+1}{2}}\right),\ r(t)=\int_0^t\int_0^t B(\tau,s)\,d\tau ds. \quad (8)$$

В случаях, когда известны собственные значения λ_k^t и собственные функции $\varphi_k^t(\tau)$ ядра $B(\tau,s)$, $\tau,s\in[0,t]$, используя стандартное разложение $B(\tau,s)=\sum_{k=1}^{\infty}\lambda_k^t\varphi_k^t(\tau)\varphi_k^t(s)$ и неравенство Гельдера, будем иметь в (7):

$$\left(\sum_{k=K+1}^{\infty}\left(\int_0^t e_k^t(s)ds\right)^2\right)^{1/2}=\left(\sum_{k=K+1}^{\infty}\lambda_k^t\left(\int_0^t\phi_k^t(s)ds\right)^2\right)^{1/2}\le\left(t^2\sum_{k=K+1}^{\infty}\lambda_k^t\int_0^t\left(\phi_k^t(s)\right)^2ds\right)^{1/2}=t\sum_{k=K+1}^{\infty}\lambda_k^t. \quad (9)$$

З а м е ч а н и е 3. Из оценок (7), (8) и (9) видно, что погрешность рассматриваемой аппроксимации существенно зависит от корреляционной функции гауссовского процесса $Y(t)$ и параметра σ. С ростом t для получения удовлетворительной погрешности параметр аппроксимации N должен быть взят очень большим, что при вычислительной реализации метода неосуществимо. Так, в случае винеровского процесса: $\xi_i=\int_0^t\beta_i(\tau)dW_\tau$, $\xi_i=\int_0^T\beta_i(\tau)dW_\tau$, где $\{\beta_i(\tau)\}$, $i=1,2,\ldots$, – полная ортонормированная система в $L_2([0,T])$, имеем $r(t)=\dfrac{t^3}{3}$, что ограничивает использование метода малыми значениями t при значениях $\sigma\ge 1$. Для некоторых гауссовских процессов порядок параметра $r(t)$ может быть несколько меньшим. Так, для процесса Орнштейна – Уленбека с $B(\tau,s)=\dfrac{1}{2a}\left(e^{-a|\tau-s|}-e^{-a(\tau+s)}\right)$, $r(t)=\dfrac{1}{2a^3}\left(3-2at-4e^{-at}+e^{-2at}\right)$, т. е. $r(t)=O(t)$ при фиксированном a и убывает с ростом a как $\dfrac{1}{a^2}$, что также может быть использовано для уменьшения числа слагаемых в хаотическом разложении при расчетах.

Поскольку нахождение собственных функций и собственных значений корреляционного оператора представляет самостоятельную вычислительную проблему, приведем примеры, когда базис $\left\{e_k^t(s)\right\}$, используемый в гауссовском хаотическом разложении, можно найти в явном виде. Для гауссовского процесса с ковариационной функцией $B(\tau,s)=\int_0^t R(\tau,u)R(u,s)du$, где $R(\tau,u)$ – ядро симметрического положительно определенного оператора с конечным следом, $e_k^t(\tau)=\int_0^t R(\tau,u)\alpha_k^t(u)du$, где $\left\{\alpha_k^t(u)\right\}$, $k=1,2,\ldots,$– ортонормированный базис в $L_2[0,t]$ (см. [1]). В случае, когда $B(\tau,s)=\int_0^t\rho(u,\tau)\rho(u,s)du$, можно также взять в качестве требуемого базиса $e_k^t(\tau)=\int_0^t\rho(u,\tau)\alpha_k^t(u)du$. В самом деле,

$$\sum_{k=1}^{\infty}e_k^t(\tau)e_k^t(s)=\sum_{k=1}^{\infty}\int_0^t\rho(u,\tau)\alpha_k^t(u)du\int_0^t\rho(u,s)\alpha_k^t(u)du=$$

$$=\int_0^t\int_0^t\rho(u,\tau)\rho(v,s)\left(\sum_{k=1}^{\infty}\alpha_k^t(u)\alpha_k^t(v)\right)dudv=\int_0^t\rho(u,\tau)\rho(u,s)du=B(\tau,s),$$

поскольку $\sum_{k=1}^{\infty}\alpha_k^t(u)\alpha_k^t(v)$ является ядром единичного оператора в $L_2[0,t]$.

Пусть $Y(t)=M(t)$ – гауссовский мартингал с квадратической вариацией $\langle M\rangle_t$. Тогда $B(t,s)=\langle M\rangle_{t\wedge s}$. Обозначим через $h^t(M)=\int_0^t h(s)dM(s)$ стохастический интеграл, где $h(s)$ – детерминированная функция из гильбертова пространства H функций, удовлетворяющих условию $\int_0^t h^2(s)d\langle M\rangle_s<\infty$, со скалярным произведением $\left(h_1^t,h_2^t\right)_H=\int_0^t h_1^t(s)h_2^t(s)d\langle M\rangle_s$ (см. [1, 2]). Тогда базис $e_k^t(s)$, $s\in[0,t]$, можно искать из условия сопряженности к базису $\varphi_k^t(s)$, $s\in[0,t]$, пространства H, сопряженного к пространству $\mathcal{H}$. В частности, в случае гауссовского мартингала, заданного равенством $M(t)=\int_0^t b(s)dW(s)$, где $e_k^t(s), W(s)$, $s\in[0,t]$, – винеровский процесс, имеем:

$\langle M \rangle_t = \int_0^t b(s)dW(s)$, $B(t,s) = f(t \wedge s)$, где $f(u) = \int_0^u b^2(\tau)d\tau$; $E\left[h_1^t \langle M \rangle h_2^t \langle M \rangle\right] = \int_0^t h_1^t(s) h_2^t(s) b^2(s)ds$. В качестве базиса $\varphi_k^t(s)$, $s \in [0,t]$, в пространстве H, в частности, можно взять $\varphi_k(s) = \dfrac{\beta_k(s)}{b(s)}$, где $\{b_k(s)\}$, $s \in [0,t]$, – ортонормированный базис в $L_2[0,t]$, а в качестве базиса в пространстве $\mathcal{H}$ Камерона – Мартина, используемого в рассматриваемых нами приближенных формулах, можно в этом случае взять $e_k^t(s) = \int_0^t b(s)\beta_k(s)ds$.

Работа выполнена при поддержке Белорусского республиканского фонда фундаментальных исследований (договор № Ф12Д-001).

Литература

1. *Егоров А. Д., Соболевский П. И., Янович Л. А.* Приближенные методы вычисления континуальных интегралов. Минск, 1985.

2. *Егоров А. Д., Жидков Е. П., Лобанов Ю. Ю.* Введение в теорию и приложения функционального интегрирования. М., 2006.

3. *Egorov A. D.* // Math. Modelling and computational physics. Book of Abstracts of Internet. Conf. Dubna, July 8–12, 2013. P. 75–76.

4. *Wuan L.* Wiener chaos expansion and numerical solutions of stochastic partial differential equations (Thesis). California Institute of Technology, 2001.

E. A. AIRYAN, A. D. EGOROV, L. A. SEVASTIYANOV

CALCULATION OF MATHEMATICAL EXPECTATIONS OF RANDOM FUNCTIONALS

Summary

The approximation error of the expectation of a class of random functionals of a Gaussian process and the approximation error of solution of the Burgers equation based on Gaussian chaos development are investigated.