

ISSN 1561-2430 (Print)
ISSN 2524-2415 (Online)
УДК 53.01

Поступила в редакцию 21.12.2020

<https://doi.org/10.29235/1561-2430-2021-57-1-85-98>

Received 21.12.2020

I. A. Сіўцоў, А. Э. Кургузава

Інстытут фізікі імя Б. І. Сцяпанова Нацыянальнай акадэміі навук Беларусі, Мінск, Беларусь

ДЫФУЗИЯ ВЫПРАМЕНЬВАННЯ Ё АБАЛОНЦЫ, ЯКАЯ РЭЛЯТЫВІСЦКІ ПАШЫРАЕЦЦА, У ДАЧЫНЕННІ ДА ГАМА-ЎСПЛЁСКАЎ

Анотацыя. Сучасныя назіральныя даныя, якія атрымліваюцца спадарожнікавымі абсерваторыямі, пакрываюць сем дэкад энергіі гама-квантаў, і агульная ўніверсальная мадэль, якая апісвае фарміраванне спектру, адсутнічае. Таму з'яўляецца актуальным апісанне пачатковых этапаў распаўсюджвання выпраменьвання ў абалонцы, якая пашыраецца з ультрарэлятывісцкімі хуткасцямі. Мэтай даследавання з'яўлялася атрыманне ўраўненняў распаўсюджвання выпраменьвання ў абалонцы, якая рэлятывісцкі пашыраецца, у дыфузійным прыбліжэнні, іх рашэнне для натуральных пачатковых даных і прыкладанне атрыманых вынікаў да пачатковага выпраменьвання гама-ўсплёскаў. Паказана, што пачатковы этап гама-ўсплёску ў фатонна-тонкім выпадку можна апісаць дыфузіяй выпраменьвання ў абалонцы, якая ультрарэлятывісцкі пашыраецца; праежак часу, пры якім яшчэ магчыма выкарыстанне дыфузійнага прыбліжэння, падаўжаецца з павелічэннем глыбіні ўнутры абалонкі па законе, бліжэй да квадратычнай функцыі; пры прыбліжэнні да часу дыфузіі значэнне глыбіні, па-за якой можна выкарыстоўваць дыфузійнае прыбліжэнне, павялічваецца, а значэнне інтэнсіўнасці выпраменьвання памяншаецца; падчас асноўнага выпраменьвання фатонна-тонкай абалонкі дыфузійнае прыбліжэнне прыдатнае для большай частцы абалонкі. Параметры выпраменьвання блізкія да характэрных велічынь для кароткіх гама-ўсплёскаў.

Ключавыя словы: гама-ўсплёск, гама-выпраменьванне, дыфузія выпраменьвання, абалонка, якая ультрарэлятывісцкі пашыраецца, ураўненне пераносу выпраменьвання

Для цытавання: Сіўцоў, І. А. Дыфузія выпраменьвання ў абалонцы, якая рэлятывісцкі пашыраецца, у дачыненні да гама-ўсплёскаў / І. А. Сіўцоў, А. Э. Кургузава // Весті Нац. акад. навук Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. – 2021. – Т. 57, № 1. – С. 85–98. <https://doi.org/10.29235/1561-2430-2021-57-1-85-98>

Ivan A. Siutsou, Aksana E. Kurguzava

B. I. Stepanov Institute of Physics of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus

RADIATION DIFFUSION IN A ULTRA-RELATIVISTIC EXPANDING SHELL IN RELATION TO GAMMA-RAY BURSTS

Abstract. The present-day observational data obtained by satellite observatories cover seven decades of gamma-ray energy, and there is no universal general model describing the formation of the spectrum. Therefore, it is important to describe the initial stages of radiation propagation in an ultrarelativistically expanding shell. The aim of this study was to obtain equations describing the propagation of radiation in a relativistically expanding shell in the diffusion limit, solve them for natural initial data, and apply the results obtained to the initial radiation of gamma-ray bursts. The following results were obtained: the initial stage of the gamma-ray burst in a photon-thin case can be described by radiation diffusion in an ultrarelativistically expanding shell; the time interval at which it is still possible to use the diffusion approximation increases with increasing the depth inside the shell quadratically; the value of the depth beyond which the diffusion approximation can be used increases, and the value of the radiation intensity decreases in diffusion time approaches; during the main radiation of the photon-thin shell, the diffusion approximation is suitable for most of the jet. The parameters of emission are close to the ones of short gamma-ray bursts.

Keywords: Gamma-ray burst, gamma radiation, diffuse radiation, ultra-relativistic expanding shell, the equation of radiative transfer

For citation: Siutsou I. A., Kurguzava A. E. Radiation diffusion in a ultra-relativistic expanding shell in relation to Gamma-ray bursts. *Vesti Natsyianal'noi akademii navuk Belarusi. Seriya fizika-matematychnykh navuk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physics and Mathematics series*, 2021, vol. 57, no. 1, pp. 85–98 (in Belarusian). <https://doi.org/10.29235/1561-2430-2021-57-1-85-98>

Уводзіны. Маштабныя касмічныя выкіды энергіі выбуховага характару называюць гама-ўсплёскамі. У цяперашні час гама-ўсплёскі назіраюцца ў далёкіх галактыках (іншымі словамі, маюць касмалагічную прыроду) у самай жорсткай частцы электрамагнітнага спектру [1],

але для некаторых усплёскаў атрымліваецца зафіксаваць спектр да самага радыёвыпраменьвання. У залежнасці ад працягласці гама-ўсплёскі падзяляюцца на доўгія (больш за 2 с) і кароткія (менш за 2 с) [2, 3]. За першапачатковым усплёскам звычайна мае месца значна перавышаючае яго па працягласці паслясвячэнне, якое выпраменьваецца на больш доўгіх хвалях. Механізм паслясвячэння тлумачыцца інверсна-камптонаўскім і синхронным выпраменьваннем, у тлумачэнні механізму непасрэдна гама-ўсплёскаў менш вызначаннасці. Прырода гама-ўсплёскаў таксама недастаткова вывучана на дадзены момант [4–6].

У адпаведнасці сучасным уяўленням, доўгія гама-ўсплёскі ўзнікаюць падчас успышкі звышновай, калі масіўная зорка, якая хутка круціцца, калапсуе і ператвараецца ў нейтронную ці кваркавую зорку альбо ў чорную дзіру; кароткія гама-ўсплёскі, верагодна, узнікаюць у выніку зліцця падвойных нейтронных зорак [7–9]. З гэтай тлумачэння працэсаў, якія могуць прыводзіць да гама-ўсплёскаў, было пабудавана мноства тэарэтычных мадэляў, і праца ў гэтай вобласці актыўна працягваецца [10–12].

Якое б ні было паходжанне энергіі гама-ўсплёскаў, іх выпраменьванне зыходзіць ад плазмы, якая ўльтрарэлятывісцкі рухаецца, што даказваецца яго спектральным складам і непасрэднымі радыёінтэрфераметрычнымі вымярэннямі памераў паслясвячэння [2]. Рашэнне ўраўнення пераносу выпраменьвання ў абалонцы, якая рэлятывісцкі пашыраецца, у дыфузійным прыбліжэнні можа патлумачыць характарыстыкі выпраменьвання пачатковага этапу развіцця гама-ўсплёскаў, стварэнне ўсёабдымнай мадэлі выпраменьвання якіх уяўляе сабой актуальную нявырашаную праблему рэлятывісцкай астрафізікі. Таму стварэнне і даследаванне мадэлі дыфузіі выпраменьвання ў абалонцы, якая рэлятывісцкі пашыраецца, з'яўляецца важнай навуковай задачай.

Мэта даследавання – атрыманне ўраўненняў, якія апісваюць распаўсюджванне выпраменьвання ў абалонцы, якая рэлятывісцкі пашыраецца, у дыфузійным прыбліжэнні, іх рашэнне для натуральных пачатковых даных і прыкладанне атрыманых вынікаў да пачатковага выпраменьвання гама-ўсплёскаў.

Для дасягнення мэты, зыходзячы з асноўнага ўраўнення распаўсюджвання выпраменьвання ў лабараторнай сістэме адліку, была атрымана яго відавочная форма ў часткова спадарожных пераменных для інтэнсіўнасці выпраменьвання. Потым з выкарыстаннем прыбліжэння кагерэнтнага ізатропнага рассеявання ў спадарожнай сістэме адліку плазмы, было атрымана дыфузійнае прыбліжэнне гэтага ўраўнення. Напрыканцы мы супаставілі асноўныя характарыстыкі выпраменьвання ў атрыманай мадэлі з пачатковым выпраменьваннем гама-ўсплёскаў.

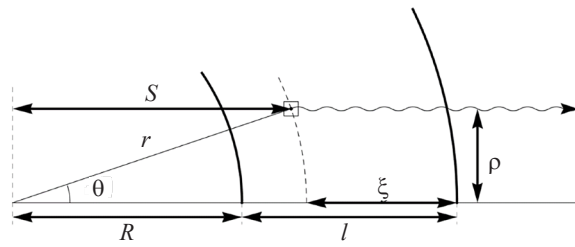
1. Шчыльнасць электронаў. Падчас гама-ўсплёску адбываецца распаўсюджванне выпраменьвання, якое вызначаецца расейваннем яго на электронах і пазітронах унутры абалонкі, якая рэлятывісцкі пашыраецца [2]. У пачатку гама-ўсплёску, калі мае месца высокая тэмпература і вялікая колькасць пазітронаў, расейванне адбываецца ў мяжы Клейна – Нісіны. Па меры пашырэння абалонкі тэмпература памяншаецца, пазітроны знікаюць, непразрыстасць абалонкі пачынае вызначацца электронамі, якія асацыіруюцца з барыёнамі, а сячэнне пераходзіць у томсанаўскае, досыць блізкае да сферычна-сіметрычнага. Абалонкі, якія атрымоўваюцца ў выніку гама-ўсплёскаў, на вялікіх адлегласцях ад крыніцы выбуху маюць практычна пастаянную ўльтрарэлятывісцкую хуткасць v і доўгі час захоўваюць сваю таўшчыню, значна меншую за іх радыус [13]. Шчыльнасць электронаў у лабараторнай сістэме адліку для такой абалонкі вызначаецца формулай

$$n = n_c \Gamma \cong n_0 \left(\frac{r}{R_0} \right)^{-2},$$

дзе n_c – шчыльнасць электронаў у спадарожнай сістэме адліку, n_0 – шчыльнасць электронаў пры $r = R_0$, $\Gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$ – лорэнцаў множнік (гама-фактар), $\beta = \frac{v}{c}$, c – хуткасць святла ў вакууме, r – радыус абалонкі, R_0 – яго пачатковае значэнне. Значэнне шчыльнасці электронаў пры $r = R_0$ [13]

$$n_0 = \frac{\tau_0}{\sigma R_0},$$

дзе τ_0 – базавая аптычная таўшчыня, σ – сячэнне рассеявання Томсана.



Мал. 1. Геаметрыя выпраменьвання ў абалонцы, якая пашыраецца: R – унутраны радыус; l – таўшчыня; ξ – глыбіня ўнутры абалонкі; r – радыус элемента абалонкі; θ – яго азімутальны вугал; ρ – адлегласць элемента ад восі зроку; s – адлегласць уздоўж праменя

Fig. 1. Geometry of the emission from the expanding outflow: R is the inner radius; l is the length; ξ is the depth inside the outflow; r is the radius of the outflow element; θ is its azimuthal angle; ρ is the distance to the observation axis; s is the distance along the ray

2. Ураўненне пераносу выпраменьвання для выпадка абалонкі, якая ўльтэрэлятывісцкі пашыраецца. Запішам ураўненне пераносу выпраменьвання ў лабараторнай сістэме адліку (фотаметрычныя велічыні ў ёй будзем пазначаць хваляй) [13–16]:

$$\frac{d\tilde{J}_v}{ds} = \tilde{k}_v (\tilde{S}_v - \tilde{J}_v), \tag{1}$$

дзе \tilde{J}_v – інтэнсіўнасць выпраменьвання, \tilde{k}_v – каэфіцыент паглынання, \tilde{S}_v – функцыя крыніцы, ds – малая адлегласць уздоўж праменя гледжання, v – частата выпраменьвання. Выпраменьванне, якое ў асноўным распаўсюджваецца сумесна з абалонкай, сканцэнтравана ў лабараторнай сістэме адліку ў вузкі пучок, што замянае яго мадэляванню. Адначасова яно блізкае да ізатропнага ў спадарожнай сістэме адліку, таму мы, базуючыся на працы [15], прыйдзем часткова ў гэтым ураўненні да спадарожных фотаметрычных велічынь (гл. таксама [16]).

Для пераходу да спадарожнай сістэмы адліку (J_v, S_v, k_v, v) скарыстаемся наступнымі пераўтварэннямі [15]:

$$\tilde{J}_v = D^3 J_v, \quad \tilde{S}_v = D^3 S_v, \quad \tilde{v} = Dv, \quad \tilde{k}_v = D^{-1} k_v,$$

дзе $D = [\Gamma(1 - \beta\tilde{\mu})]^{-1} = \Gamma(1 + \beta\mu)$ – доплераўскі множнік.

Таксама вядома [14, 15], што ў сілу рэлятывісцкага пераўтварэння вуглоў

$$\tilde{\mu} = \frac{\mu + \beta}{1 + \beta\mu},$$

дзе $\mu = \cos \theta$, вугал θ прадстаўлены на мал. 1, на якім паказваюцца геаметрычныя пераменныя, што выкарыстоўваюцца далей для апісання пераносу [13].

Адсюль $\frac{\tilde{J}_v}{\tilde{v}^3} = \frac{J_v}{v^3}$ і $\frac{\tilde{S}_v}{\tilde{v}^2} = \frac{S_v}{v^2}$, тады з ураўнення (1) атрымліваем

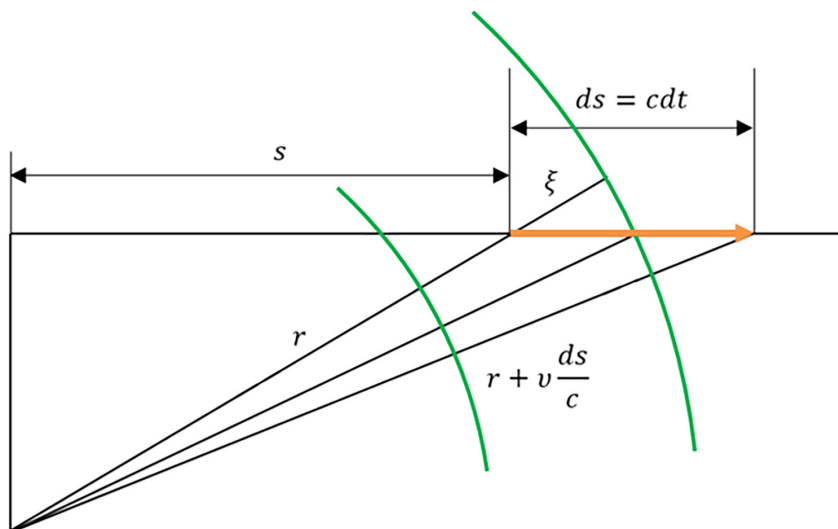
$$v^3 \frac{d}{ds} \left(\frac{J_v}{v^3} \right) = \frac{k_v}{D} (S_v - J_v). \tag{2}$$

Інтэнсіўнасць J_v залежыць ад t, ξ, μ, v , таму вытворную J_v уздоўж праменя s можна запісаць у выглядзе

$$\frac{dJ_v}{ds} = \frac{dt}{ds} \frac{\partial J_v}{\partial t} + \frac{d\xi}{ds} \frac{\partial J_v}{\partial \xi} + \frac{d\mu}{ds} \frac{\partial J_v}{\partial \mu} + \frac{d \ln v}{ds} \frac{\partial J_v}{\partial \ln v}.$$

Знойдзем вытворныя

$$\frac{dt}{ds}, \frac{d\xi}{ds}, \frac{d\mu}{ds}, \frac{d \ln v}{ds}.$$



Мал. 2. Рух фатона ў абалонцы, якая рэлятывісцкі пашыраецца

Fig. 2. Photon motion inside the relativistic outflow

Разгледзім рух фатона ў абалонцы, якая ўльтрарэлятывісцкі пашыраецца з пастаяннай хуткасцю $\beta = \text{const}$ (мал. 2). Перасоўванне фатона ўздоўж праменя гледжання паказана стрэлкай, дугамі – пачатковае становішча абалонкі. У пачатковы момант радыус абалонкі састалўляе R , праз невялікі прамежак часу радыус абалонкі прымае значэнне $R + dR = R + v \frac{ds}{c}$.

Рух фатона адбываецца з хуткасцю святла, значыць, $\frac{ds}{dt} = c$, тады

$$\frac{dt}{ds} = \frac{1}{c}.$$

Таксама адзначым, што $R = R_{in} + vt$, $\xi = R + l - r$, R_{in} – пачатковы радыус абалонкі, ξ – глыбіня фатона ўнутры абалонкі (гл. мал. 1). Для спрашчэння наступных формул абярэм пачатак адліку часу так, каб $R_{in} = -l$, тады $R = vt - \xi$.

Так як

$$\frac{dr}{dt} = \frac{dr}{ds} \frac{ds}{dt} = c\tilde{\mu},$$

то

$$\frac{d\xi}{dt} = \frac{dR}{dt} - \frac{dr}{dt} = v - c\tilde{\mu},$$

тады

$$\frac{d\xi}{ds} = \frac{1}{c} \frac{d\xi}{dt} = \beta - \tilde{\mu} = \beta - \frac{\mu + \beta}{1 + \beta\mu} = \frac{\mu}{(1 + \beta\mu)\Gamma^2} = -\frac{\mu}{\Gamma D}.$$

Вядома, што $\mu = \frac{\tilde{\mu} - \beta}{1 - \beta\tilde{\mu}}$, а з мал. 1 вынікае, што $\frac{d\tilde{\mu}}{ds} = \frac{1 - \tilde{\mu}^2}{r}$ [14]. З улікам $\frac{d\beta}{ds} = 0$ атрымліваем

$$\frac{d\mu}{ds} = \frac{1 - \mu^2}{r} = \frac{1 - \mu^2}{vt - \xi}.$$

Як ужо адзначалася, $v = \frac{\tilde{v}}{D}$ [14], тады

$$\ln v = \ln \frac{\tilde{v}}{D} = \ln \tilde{v} - \ln D.$$

З улікам $\frac{d\tilde{v}}{ds} = 0$ атрымліваем

$$\frac{d \ln v}{ds} = -\frac{d \ln D}{ds} = -\frac{1}{D} \frac{dD}{ds} = -\frac{1}{D} \frac{d\Gamma(1+\beta\mu)}{ds} = -\frac{\Gamma\beta(1-\mu^2)}{D \nu t - \xi}.$$

Праінтэгруем ураўненне (2) па частаце ад 0 да ∞ , скаладнасці выклікае толькі інтэграл

$$\int_0^\infty v^3 \frac{d \ln v}{ds} \frac{\partial(J_v / v^3)}{\partial \ln v} dv = \frac{d \ln v}{ds} \int_0^\infty v^3 \frac{\partial(J_v / v^3)}{\partial \ln v} dv = \frac{d \ln v}{ds} \int_0^\infty \left(\frac{\partial J_v}{\partial \ln v} - 3J_v \right) dv = -4 \frac{d \ln v}{ds} J,$$

дзе мы ўлічылі, што $\frac{d \ln v}{ds}$ не залежыць ад v і поўная энергія выпраменьвання мае канечнае значэнне:

$$\int_0^\infty \frac{\partial J_v}{\partial \ln v} dv = \int_0^\infty v \frac{\partial J_v}{\partial v} dv = \int_0^\infty v dJ_v = vJ_v \Big|_0^\infty - \int_0^\infty J_v dv = 0 - J = -J.$$

Калі падставіць атрыманыя выразы і лічыць, што $k_v = \text{const} = k$, у выніку прыйдзем да асноўнага ўраўнення пераносу выпраменьвання для выпадку абалонкі, якая ўльтрарэлятывісцкі пашыраецца з пастаяннай хуткасцю

$$\frac{1}{c} \frac{\partial J}{\partial t} - \frac{\mu}{\Gamma D} \frac{\partial J}{\partial \xi} + \frac{1-\mu^2}{\nu t - \xi} \frac{\partial J}{\partial \mu} + 4 \frac{\Gamma\beta(1-\mu^2)}{D \nu t - \xi} J = \frac{k}{D} (S - J). \quad (3)$$

У адрозненне ад артыкула А. М. Белабародава [15], мы будзем разглядаць не стацыянарны вецер, які будзе выпраменьваць у фатонна-тоўстай асімптотыцы, а фатонна-тонкую абалонку, для выпраменьвання якой наяўнасць межаў абалонкі з'яўляецца прынцыпова значнай [14], таму мы не можам звярнуць вытворныя па t і ξ у адзіны член.

3. Дыфузійнае прыбліжэнне. Пакуль абалонка аптычна тоўстая, адхіленні ад ізатропнасці выпраменьвання будуць малыя паўсюль, за выключэннем тонкага слою на яе паверхні. Гэта складае выпадак дыфузіі выпраменьвання, тады інтэнсіўнасць можа быць прадстаўлена ў выглядзе $J = J_0(t, \xi) + \mu J_1(t, \xi)$ [15], і ў выпадку ізатропнага рассявання $S = S_0 = J_0$ з ураўнення (3) атрымаем

$$\frac{1}{c} \frac{\partial J_0}{\partial t} + \frac{\mu}{c} \frac{\partial J_1}{\partial t} - \frac{\mu}{\Gamma D} \frac{\partial J_1}{\partial \xi} - \frac{\mu^2}{\Gamma D} \frac{\partial J_1}{\partial \xi} + \frac{1-\mu^2}{\nu t - \xi} J_1 + 4 \frac{\Gamma\beta(1-\mu^2)}{D \nu t - \xi} (J_0 + \mu J_1) = -\frac{k\mu}{D} J_1. \quad (4)$$

Праінтэгруем гэта ўраўненне па $Dd\mu$ у інтэрвале ад -1 да $+1$, у выніку атрымаем

$$\frac{1}{c} \frac{\partial J_0}{\partial t} + \frac{\beta}{3c} \frac{\partial J_1}{\partial t} - \frac{1}{3\Gamma^2} \frac{\partial J_1}{\partial \xi} + \frac{2}{3} \frac{J_1}{\nu t - \xi} = 0. \quad (5)$$

Праінтэгруем ураўненне (4) па $D\mu d\mu$ у інтэрвале ад -1 да $+1$, у выніку атрымаем

$$\frac{1}{c} \frac{\partial J_0}{\partial t} + \frac{1}{\beta c} \frac{\partial J_1}{\partial t} - \frac{1}{\Gamma^2 \beta} \frac{\partial J_0}{\partial \xi} + \frac{2J_1}{\nu t - \xi} = \frac{k}{\Gamma\beta} J_1. \quad (6)$$

Гэта асноўныя ўраўненні дыфузійнага прыбліжэння (гл. таксама [16]). Каб звесці іх да аднаго ўраўнення, мы павінны зрабіць яшчэ адно прыбліжэнне: у выпадку дыфузіі выпраменьвання яно распаўсюджваецца ў асноўным разам з абалонкай, таму J_1 у першым прыбліжэнні будзе зваротна прапарцыянальна t^2 , гэта значыць $J_1 = \text{const} / t^2$, таму яе вытворную па часе ў гэтым прыбліжэнні можна запісаць у выглядзе

$$\frac{\partial J_1}{\partial t} = -2 \frac{\text{const}}{t^3} = -\frac{2J_1}{t}.$$

Выразім J_1 з ураўнення (6), для гэтага перапішам яго ў выглядзе

$$\left(\frac{2}{vt - \xi} - \frac{2}{\beta ct} + \frac{k}{\Gamma\beta} \right) J_1 = \frac{1}{\Gamma^2\beta} \frac{\partial J_0}{\partial \xi} - \frac{1}{c} \frac{\partial J_0}{\partial t}.$$

У прыбліжэнні ўльтрарэлятывізма $\beta \approx 1$, тады $v \approx c$, акрамя таго, будзем лічыць абалонку, у якой распаўсюджваецца выпраменьванне, геаметрычна тонкай, гэта значыць $\xi \ll vt$. Тады

$$\frac{2}{vt - \xi} - \frac{2}{\beta ct} = \frac{2\xi}{vt(vt - \xi)} \ll \frac{k}{\Gamma\beta}$$

і выраз для J_1 запішацца як

$$J_1 = \frac{1}{k\Gamma} \frac{\partial J_0}{\partial \xi} - \frac{\Gamma}{kc} \frac{\partial J_0}{\partial t}.$$

Падставім яго ў ураўненне (5), з улікам $\beta \approx 1$, $vt - \xi \approx ct$ атрымаем

$$\frac{1}{c} \frac{\partial J_0}{\partial t} + \frac{1}{3c} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{k\Gamma} \frac{\partial J_0}{\partial \xi} - \frac{\Gamma}{kc} \frac{\partial J_0}{\partial t} \right) - \frac{1}{3\Gamma^2} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{1}{k\Gamma} \frac{\partial J_0}{\partial \xi} - \frac{\Gamma}{kc} \frac{\partial J_0}{\partial t} \right) + \frac{2}{3ct} \left(\frac{1}{k\Gamma} \frac{\partial J_0}{\partial \xi} - \frac{\Gamma}{kc} \frac{\partial J_0}{\partial t} \right) + \frac{8}{3} \frac{J_0}{ct} = 0.$$

Так як каэфіцыент паглынання k прапарцыянальна канцэнтрацыі рассеяваючых цэнтраў – электронаў, а яна зваротна прапарцыянальна квадрату радыуса R , які змяняецца прапарцыянальна часу, то

$$k \approx \frac{\text{const}}{t^2}, \quad \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{k} \right) \approx \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{t^2}{\text{const}} \right) = \frac{2t}{\text{const}} = \frac{2}{tk},$$

а для тонкай абалонкі

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{1}{k} \right) \approx 0.$$

Пры выкарыстанні гэтых выказаў апошняе ўраўненне прымае выгляд

$$\frac{1}{c} \frac{\partial J_0}{\partial t} - \frac{\Gamma}{3c^2k} \frac{\partial^2 J_0}{\partial t^2} - \frac{1}{3\Gamma^3k} \frac{\partial^2 J_0}{\partial \xi^2} + \frac{8}{3ct} J_0 + \frac{4}{3ctk\Gamma} \frac{\partial J_0}{\partial \xi} - \frac{4\Gamma}{3c^2tk} \frac{\partial J_0}{\partial t} = 0. \quad (7)$$

У выпадку непразрыстай абалонкі, для якой і прымяняецца дыфузійнае прыбліжэнне, $k\xi \gg 1$. Адначасова прымем, зыходзячы з [13], што наша абалонка з’яўляецца не толькі геаметрычна, але і фатонна-тонкай, тады $\xi\Gamma^2 \ll R \approx ct$, $\xi \ll \frac{R}{\Gamma^2}$ і з першай няроўнасці атрымліваем $k \frac{R}{\Gamma^2} \gg 1$ або $\frac{\Gamma^2}{Rk} \ll 1$.

Каб знайсці лідзіруючыя члены ўраўнення (7), падзелім другое складаемае на першае. Калі не прымаць да ўвагі лікавы каэфіцыент, атрымаем

$$\frac{\Gamma}{c^2k} \frac{\partial^2 J_0}{\partial t^2} : \frac{1}{c} \frac{\partial J_0}{\partial t} \approx \frac{\Gamma}{ctk} = \frac{\Gamma}{Rk} \ll \frac{1}{\Gamma}.$$

Так як у ўльтрарэлятывісцкім выпадку $\frac{1}{\Gamma} \rightarrow 0$, то другое складаемае ў ураўненні (7) можна не ўлічваць. Аналагічным чынам робім выснову аб тым, што шостае складаемае можна не ўлічваць, так як

$$\frac{\Gamma}{c^2tk} \frac{\partial J_0}{\partial t} : \frac{1}{c} \frac{\partial J_0}{\partial t} \approx \frac{\Gamma}{ctk} = \frac{\Gamma}{Rk} \ll \frac{1}{\Gamma}.$$

Таксама не будзем улічваць пятае складаемае ўраўнення (7), бо вынік дзялення трэцяга складаемага на пятае значна большы за 1:

$$\frac{1}{\Gamma^3 k} \frac{\partial^2 J_0}{\partial \xi^2} : \frac{1}{ctk\Gamma} \frac{\partial J_0}{\partial \xi} \approx \frac{ctk}{\Gamma^2 k \xi} = \frac{ct}{\Gamma^2 \xi} \gg 1.$$

Такім чынам, ураўненне (7) прымае выгляд

$$\frac{1}{c} \frac{\partial J_0}{\partial t} - \frac{1}{3\Gamma^3 k} \frac{\partial^2 J_0}{\partial \xi^2} + \frac{8}{3ct} J_0 = 0. \quad (8)$$

Увядзём функцыю $L = J_0(t/t_0)^{8/3}$, адкуль $J_0 = L(t_0/t)^{8/3}$. Тады

$$\frac{1}{c} \frac{\partial L}{\partial t} - \frac{1}{3\Gamma^3 k} \frac{\partial^2 L}{\partial \xi^2} = 0.$$

Так як каэфіцыент рассявання

$$k = \frac{\sigma \tilde{n}}{\Gamma}, \quad \tilde{n} = n_0 \frac{R_0^2}{r^2}$$

[13], дзе σ – папярочнае сячэнне, n – канцэнтрацыя рассяваючых цэнтраў у лабараторнай сістэме адліку на радыусе r , n_0 – канцэнтрацыя рассяваючых цэнтраў пры $r = R_0$, то

$$\frac{1}{3\Gamma^3 k} = \frac{\Gamma r^2}{3\gamma^3 \sigma n_0 r_0^2} = \frac{c^2 t^2}{3\Gamma^2 r_0 \tau_0},$$

дзе $\tau_0 = \sigma n_0 R_0$ – базавая аптычная таўшчыня, тады

$$\frac{1}{c} \frac{\partial L}{\partial t} - \frac{c^2 t^2}{3\Gamma^2 R_0 \tau_0} \frac{\partial^2 L}{\partial \xi^2} = 0, \quad (9)$$

што дае канчатковы выраз ураўнення дыфузіі выпраменьвання для разгледжанага выпадку.

Такім чынам, было атрымана дыфузійнае прыбліжэнне ўраўнення (3), якое адрозніваецца ад класічнага ўраўнення дыфузіі толькі залежнасцю каэфіцыента, які стаіць пры другой вытворнай па каардынаце, ад часу.

Прывядзём ураўненне (9) да выгляду, у якім яно залежыць толькі ад двух безразмерных параметраў $T = ct/l_0$ і $X = \xi/l$, дзе l_0/c – маштаб часу, параметр X прымае значэнні ад 0 да 1, тады

$$\frac{\partial L}{\partial T} - \frac{l_0^3 T^2}{3\Gamma^2 l^2 R_0 \tau_0} \frac{\partial^2 L}{\partial X^2} = 0. \quad (10)$$

Для выбару маштабу часу зробім каэфіцыент пры $T = 1$ некаторым лікам, для пэўнасці возьмем маштаб часу l_0 , які пазначым l_D , з $\frac{l_D^3}{\Gamma^2 l^2 R_0 \tau_0} = 1$ роўны $l_D = \sqrt[3]{\Gamma^2 l^2 R_0 \tau_0}$, што пры падстаноўцы $\Delta = 1/(\Gamma^2 \tau_0)$ дазваляе атрымаць час дыфузіі, паказаны ніжэй, пры дапамозе $t_D = l_D/c$. Тады з ураўнення (10) атрымліваем

$$\frac{\partial L}{\partial T} - \frac{T^2}{3} \frac{\partial^2 L}{\partial X'^2} = 0 \quad \text{ці} \quad \frac{\partial L}{\partial T^3} - \frac{1}{9} \frac{\partial^2 L}{\partial X'^2} = 0.$$

Апошняя формула ўяўляе сабой ураўненне дыфузіі пры замене часу на яго куб, што дазваляе скарыстацца вядомымі метадамі яго рашэння.

4. Межавыя ўмовы. Час дыфузіі. Атрыманае ўраўненне павінна быць дапоўнена межавымі ўмовамі. Часта выкарыстоўваюцца два тыпы межавых умоў: свабодны паток, напрыклад у двухпатокавым прыбліжэнні [14], і нулявыя межавыя ўмовы. Апошнія могуць быць выкарыстаны на

«экстрапаліраванай мяжы» ў якасці замены ўмоў свабоднага патоку [5]. Становішча «экстрапаліраванай мяжы» $\xi = -ac^2t^2 \Delta / R_0$ (a – канстанта парадку адзінкі, яна залежыць ад апраксімацыі, якая выкарыстоўваецца для апісання свабоднага патоку) для асноўнай часткі выпраменьвання вельмі блізкае да рэальнай мяжы, а ў выпадку нулявых межавых умоў $L(\xi = 0, t) = L(\xi = l, t) = 0$ адбываецца паслядоўнае раскладанне рашэння. Для нулявых межавых і пастаянных пачатковых умоў $L(\xi, t = t_0) = 1$ рашэнне ўраўнення (9) мае выгляд [13]

$$L(\xi, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{4}{(2n+1)\pi} \exp\left(-\frac{\Delta(2n+1)^2 \pi^2 c^3 (t^3 - t_0^3)}{9R_0 l^2}\right) \sin\left(\frac{(2n+1)\pi \xi}{l}\right), \quad (11)$$

дзе $\Delta = \frac{1}{\Gamma^2 \tau_0}$. Паток функцыі $L(\xi, t)$ характарызуецца пачатковым ўсплэскам, а затым імкнецца да асімптатычнага рашэння, якое адпавядае $t_0 = 0$. Пік патоку, што выключае пачатковы ўсплэск, знаходзіцца паблізу пункта, які адпавядае часу дыфузіі [13]

$$t_D = \frac{l}{c} \left(\frac{R_0}{l\Delta}\right)^{1/3},$$

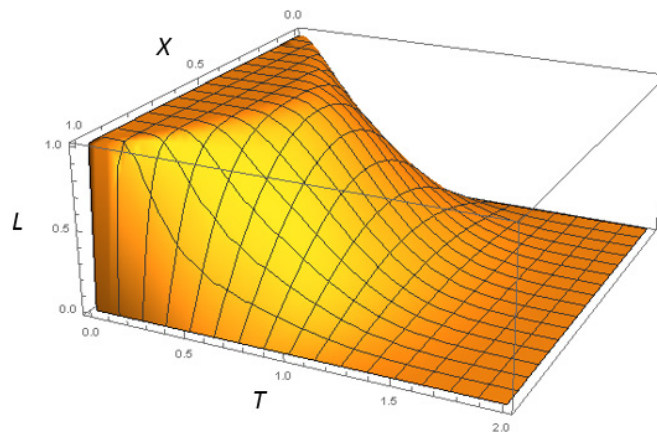
а «экстрапаліраваная мяжа» ў гэты час роўная $\xi = -al(\Delta / R_0)^{1/3} \ll l$ і вельмі блізкая да рэальнай (нагадаем, што ў выпадку гама-ўсплэскаў, да якіх мае быць прыдатным дыфузійнае прыбліжэнне, Δ мае парадак $10^{12} - 10^{16}$, а l нязначна большае за R_0 [13]), што падмацоўвае магчымасць выкарыстоўваць прыбліжэнне нулявых межавых умоў на рэальных краях абалонкі.

Выкарыстаем значэнне часу дыфузіі для таго, каб знайсці адносіны паміж $\frac{1}{k\Gamma} \frac{\partial J_0}{\partial \xi}$ і $\frac{\Gamma}{kc} \frac{\partial J_0}{\partial t}$:

$$\frac{1}{k\Gamma} \frac{J_0}{l} : \frac{\Gamma}{kc} \frac{J_0}{t_D} = \frac{1}{\Gamma^2} \left(\frac{\Gamma^2 \tau_0 R_0}{l}\right)^{1/3} = \frac{\tau_0^{1/3} R_0^{1/3}}{\Gamma^{4/3} l^{1/3}} \approx \frac{\tau_0^{1/3}}{\Gamma^{4/3}} \gg \frac{\Gamma^{4/3}}{\Gamma^{4/3}} = 1,$$

дзе мы выкарыстоўваем таксама фатонную тонкасць абалонкі $\tau_0 \gg \Gamma^4$. Гэта дазваляе не ўлічваць другое складаемае пры разліку $J_1 = \frac{1}{k\Gamma} \frac{\partial J_0}{\partial \xi} - \frac{\Gamma}{kc} \frac{\partial J_0}{\partial t}$ і атрымаць ураўненне (8) хутчэй, чым гэта было зроблена ў раздзеле 3.

5. Даследаванне прымянімасці дыфузійнага прыбліжэння пры тыповых параметрах струменяў гама-ўсплэскаў. Залежнасць функцыі L ад часу $T = \frac{t}{t_D}$ (у інтэрвале ад 0 да 2) і параметра $X = \frac{\xi}{l}$ (у інтэрвале ад 0 да 1) прадстаўлена на мал. 3. Зыходзячы з графіка, можна заўважыць, што хуткасць памяншэння інтэнсіўнасці выпраменьвання ўзрастае пры прыбліжэнні да межаў абалонкі (значэння X да 0 ці 1).



Мал. 3. Залежнасць функцыі L ад часу T і параметра X

Fig. 3. Functional dependence of L on the time T and the parameter X

Тыповымі параметрамі гама-ўсплёску з’яўляюцца значэнні пачатковага радыусу R_0 ад 10^8 да 10^{10} см, таўшчыні абалонкі l ад 10^8 да 10^{12} см, энтрапіі η ад 10 да 1000 (у выпадку фатонна-тонкай абалонкі $\Gamma = \eta$), энергіі E_0 ад 10^{48} да 10^{54} эрг. Для разліку $\Delta = \frac{1}{\Gamma^2 \tau_0}$ выкарыстоўвалася формула базавай аптычнай таўшчыні

$$\tau_0 = \sigma n_0 R_0 = \frac{\sigma E_0}{4\pi m_p c^2 R_0 \Gamma}$$

[13], дзе сячэнне расейвання Томсана $\sigma = 6,65 \cdot 10^{-25}$ см², маса пратона $m_p = 1,67 \cdot 10^{-24}$ г, хуткасць святла $c = 3 \cdot 10^{10}$ см/с. Такім чынам, атрымліваем

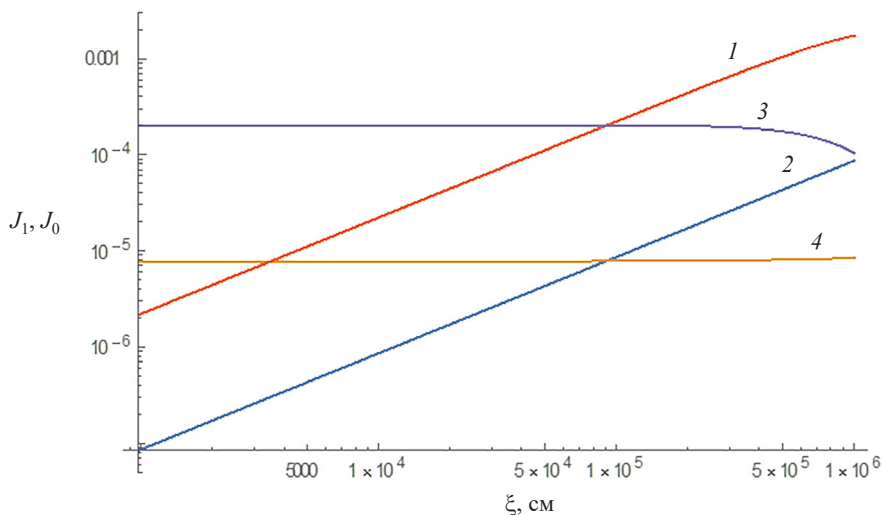
$$\Delta = 2,84 \cdot 10^{-18} E_{54}^{-1} \eta_2^{-1} R_8 l_8,$$

дзе выкарыстоўваем звычайную ў астрафізіцы сістэму адзінак СГС і вызначэнні тыпу $E_{54} = E_0 / (10^{54} \text{ эрг})$.

Возьмем тыповае $\Delta = 10^{-16}$, якое адпавядае, напрыклад, $\Gamma = 100$, $E_0 = 2,84 \cdot 10^{52}$ эрг, $l = 10^8$ см, $R_0 = 10^8$ см (далей, калі не пазначана асобна, выкарыстоўваем гэтую велічыню R_0 , якая адпавядае памеру акрэцыйнага дыску, што ўтвараецца пры ўзрыве гіперновай і ўзнікненні там чорнай дзіры). Час дыфузіі для такога гама-ўсплёску складае 720 с, заўважна, што ужо на дзвух часах дыфузіі выпраменьвання ў абалонцы практычна няма (гл. мал. 3).

Пры прыбліжэнні параметра X да 0 і 1 памяншаецца працягласць прамежку часу, праз які значэнне функцыі пачынае змяншацца, такім чынам, адбываецца «сцяканне» выпраменьвання. Пры $X \rightarrow 0$ ці 1 памяншэнне значэння функцыі L да 0 адбываецца практычна імгненна.

Для параметраў $l \rightarrow 10^8$ см, $R_0 \rightarrow 10^8$ см, $\Delta \rightarrow 10^{-14}$, якія адпавядаюць гама-ўсплёску з лорэнц-фактарам $\Gamma = 100$ і энергіяй $E_0 = 2,84 \cdot 10^{50}$ эрг, час дыфузіі складае 150 с. Гэта значэнне энергіі блізкае да межаў прыдатнасці фатонна-тонкай абалонкі $E_{54} \gg 1,1 \cdot 10^{-4} l_8^2 \eta_2^5$ [13]. На мал. 4 прадстаўлены графікі функцый J_1, J_0 для задазеных параметраў пры $t = 10$ с ($t \ll t_D$), глыбіня ξ змяняецца ад 0 да 10^6 см. Як відаць з графіка, адрозненняў пры выкарыстанні першых 100 і 1000 членаў сумы для вылічэння J_0 няма. Глыбіня ξ , пры якой $J_1 = J_0$, аднолькавая ва ўсіх выпадках і мае значэнне каля $9 \cdot 10^4$ см.



Мал. 4. Функцыі J_1 і J_0 пры $t = 10$ с, глыбіня ξ змянялася ад 0 да 10^6 см; лініі 1 і 3 адпавядаюць уліку 100 ці 1000 членаў рада ўраўнення (11) пры разліку J_0 і J_1 адпаведна, лініі 2 і 4 – толькі першага члена ($l \rightarrow 10^8$ см, $R_0 \rightarrow 10^8$ см, $\Delta \rightarrow 10^{-14}$, $\Gamma \rightarrow 100$, $E_0 = 2,84 \cdot 10^{50}$ эрг)

Fig. 4. Functions J_1 and J_0 with $t = 10$ s, depth ξ is from 0 to 10^6 cm; lines 1 and 3 correspond to 100 and 1000 terms of series (11) for the J_0 and J_1 calculations, correspondingly, lines 2 and 4 correspond to the first term only ($l \rightarrow 10^8$ cm, $R_0 \rightarrow 10^8$ cm, $\Delta \rightarrow 10^{-14}$, $\Gamma \rightarrow 100$, $E_0 = 2,84 \cdot 10^{50}$ erg)

Гэта выцякае з віду сумы ўраўнення (11): кожная сінусаідальная мода захоўвае сваю форму, але змяншаецца з цягам часу па экспаненцыяльным законе тым хутчэй, чым больш вялікі яе нумар n . Крытычнае значэнне n_{cr} , калі экспанента ў члене пераходзіць з 1 да 0, вызначаецца прыраўноўваннем паказальніка экспаненты да 1:

$$\frac{\Delta(2n_{cr} + 1)^2 \pi^2 c^3 (t^3 - t_0^3)}{9R_0 l^2} = 1 \Rightarrow n_{cr} \approx \frac{3l}{2\pi} \sqrt{\frac{R_0}{\Delta c^3 (t^3 - t_0^3)}},$$

што дазваляе выкарыстоўваць колькасць $2n_{cr}$ членаў для акуратнага вылічэння сумы. Мы можам таксама атрымаць наступнае прыбліжэнне для інтэнсіўнасці каля мяжы абалонкі:

$$J_0 \approx \xi \left. \frac{\partial J_0}{\partial \xi} \right|_{\xi=0} = \frac{2L_0}{l} \theta_2 \left(\exp \left[-\frac{4\pi^2 \Delta c^3 (t^3 - t_0^3)}{9R_0 l^2} \right] \right) \left(\frac{t_0}{t} \right)^{8/3} \xi \approx 3L_0 \sqrt{\frac{R_0}{\pi \Delta c^3 (t^3 - t_0^3)}} \left(\frac{t_0}{t} \right)^{8/3} \xi,$$

дзе апошні выраз мае месца для часоў, значна меншых за час дыфузіі. Паток выпраменьвання J_1 праз мяжу абалонкі можа быць прадстаўлены як

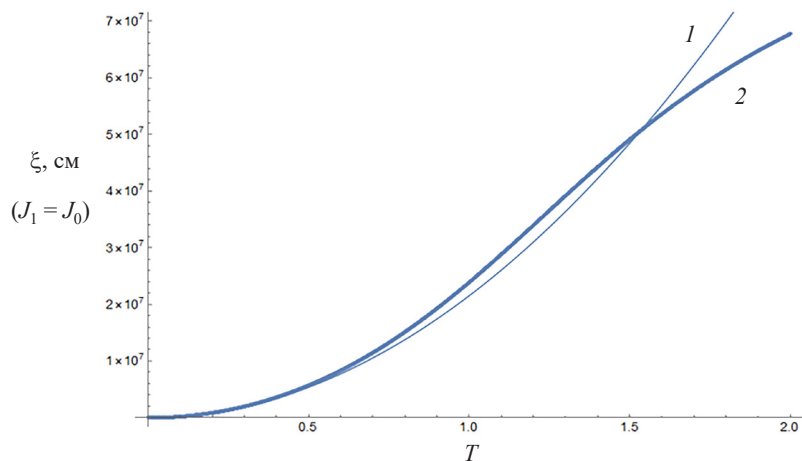
$$J_1 = \frac{2L_0}{l} \frac{c^2 t^2 \beta^2 \Gamma^2 \Delta}{R_0} \theta_2 \left(\exp \left[-\frac{4\pi^2 \Delta c^3 (t^3 - t_0^3)}{9R_0 l^2} \right] \right) \left(\frac{t_0}{t} \right)^{8/3} \approx 3L_0 \Gamma^2 t^2 \sqrt{\frac{\Delta c}{\pi R_0 (t^3 - t_0^3)}} \left(\frac{t_0}{t} \right)^{8/3},$$

дзе апошні выраз ізноў мае месца для $t \ll t_D$.

Умовай прымянімасці ўраўнення (9) з'яўляецца $J_1 \ll J_0$. Прыраўноўваючы $J_1 = J_0$, што дае мяжу выкарыстання дыфузійнага прыбліжэння, маем

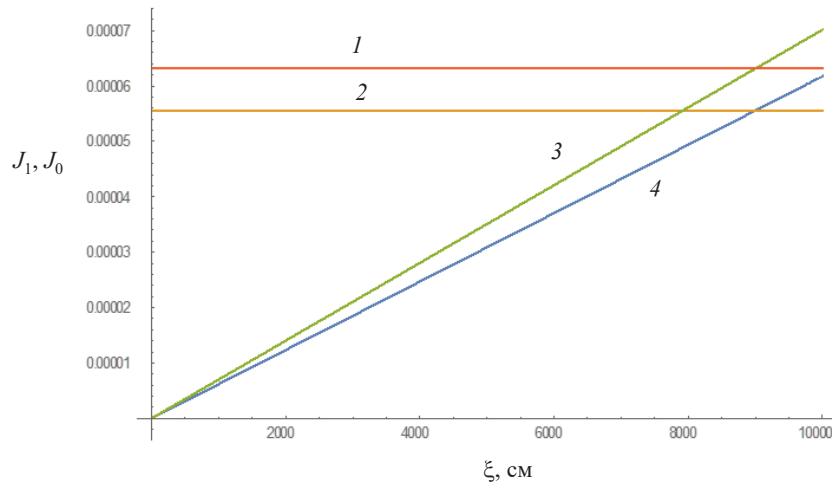
$$\xi(J_0 = J_1) \approx \frac{\Delta \Gamma^2}{R_0} c^2 t^2 = \frac{c^2 t^2}{R_0 \tau_0}. \tag{12}$$

Гэтае прыбліжэнне дастаткова добрае нават пры $t \approx t_D$ на мяжы прыдатнасці фатонна-тонкай асімптотыкі, што адлюстроўвае мал. 5. Такім чынам, прамежак часу, пры якім яшчэ магчыма выкарыстанне дыфузійнага прыбліжэння, падаўжаецца з павелічэннем глыбіні ўнутры абалонкі.



Мал. 5. Залежнасць значэння глыбіні знаходжання фатона ξ , пры якой $J_1 = J_0$, ад $T = t/t_D$. Лінія 2 дае дакладнае лічбавое рашэнне, лінія 1 – значэнне, разлічанае па формуле (12) ($l \rightarrow 10^8$ см, $R_0 \rightarrow 10^8$ см, $\Delta \rightarrow 10^{-14}$, $\Gamma \rightarrow 100$, $E_0 = 2,84 \cdot 10^{50}$ эрг)

Fig. 5. Dependence of photon depth ξ with $J_1 = J_0$ on $T = t/t_D$. Wide line 2 gives exact numerical solution, while narrow line 1 gives the value calculated by formula (12) ($l \rightarrow 10^8$ см, $R_0 \rightarrow 10^8$ см, $\Delta \rightarrow 10^{-14}$, $\Gamma \rightarrow 100$, $E_0 = 2,84 \cdot 10^{50}$ эрг)



Мал. 6. Функцыі J_1 і J_0 пры $t = 10$ с, глыбіня ξ змянялася ад 0 да 10^4 см; лініі 1 і 3 адпавядаюць уліку 1000 членаў раду ўраўнення (11) пры разліку J_1 і J_0 адпаведна, лініі 2 і 4 – першых 100 членаў ($l \rightarrow 10^8$ см, $R_0 \rightarrow 10^8$ см, $\Delta \rightarrow 10^{-15}$, $\Gamma \rightarrow 100$, $E_0 = 2,84 \cdot 10^{51}$ эрг)

Fig. 6. Functions J_1 and J_0 with $t = 10$ s, depth ξ is from 0 to 10^4 cm; lines 1 and 3 correspond to 1000 terms of series (11) for J_0 and J_1 calculations, correspondingly, lines 2 and 4 correspond to the first 100 terms only ($l \rightarrow 10^8$ cm, $R_0 \rightarrow 10^8$ cm, $\Delta \rightarrow 10^{-15}$, $\Gamma \rightarrow 100$, $E_0 = 2,84 \cdot 10^{51}$ erg)

Ацэнім глыбіню прыдатнасці дыфузійнага прыбліжэння пры $t = t_D$:

$$\frac{\xi(J_0 = J_1, t = t_D)}{l} \approx 0,014 l_8^{2/3} \eta_2^{5/3} E_{54}^{-1/3} \ll 0,29, \quad (13)$$

дзе апошняя няроўнасць выцякае з прыдатнасці фатонна-тонкай асімптотыкі для абалонкі $E_{54} \gg 1,1 \cdot 10^{-4} l_8^2 \eta_2^5$ [13], што дазваляе атрымаць

$$\Delta = 2,84 \cdot 10^{-18} E_{54}^{-1} \eta_2^{-1} R_8 l_8 \ll 2,58 \cdot 10^{-14} \eta_2^{-6} l_8^{-1} R_8.$$

Такім чынам, для асноўнай масы ўсплёску ў фатонна-тонкім выпадку дыфузійнае прыбліжэнне застаецца прыдатным нават пасля некалькіх часоў дыфузіі, калі колькасць выпраменьвання ў абалонцы ўжо можна не ўлічваць.

Для параметраў $l \rightarrow 10^8$ см, $R_0 \rightarrow 10^8$ см, $\Delta \rightarrow 10^{-15}$, якія адпавядаюць гама-ўсплёску з лорэнц-фактарам $\Gamma = 100$ і энергіяй $E_0 = 2,84 \cdot 10^{51}$ эрг, час дыфузіі складае 330 с. Графікі функцый J_1 , J_0 выглядаюць аналагічна прадстаўленым на мал. 4, з той розніцай, што ў дадзеным выпадку значэнні J_0 і J_1 пры выкарыстанні першых 100 і 1000 членаў сумы не супадаюць (мал. 6). Глыбіня ξ , пры якой $J_1 = J_0$, аднолькавая ва ўсіх выпадках і мае значэнне каля $9 \cdot 10^3$ см.

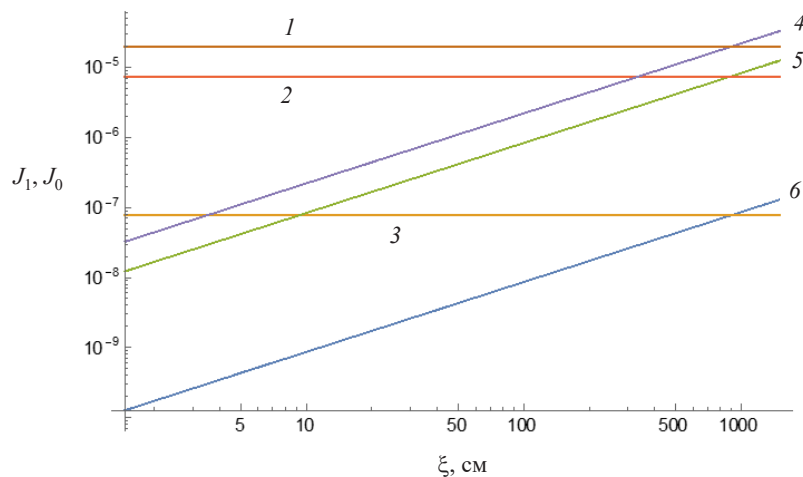
На мал. 7 прадстаўлена залежнасць функцый J_1 , J_0 ад глыбіні ξ , якая прымае значэнні ад 0 да 1500 см, пры $t = 10$ с для параметраў $l \rightarrow 10^8$ см, $R_0 \rightarrow 10^8$ см, $\Delta \rightarrow 10^{-16}$, якія адпавядаюць гама-ўсплёску з лорэнц-фактарам $\Gamma = 100$ і энергіяй $E_0 = 2,84 \cdot 10^{52}$ эрг, час дыфузіі складае 718 с. Глыбіня ξ , пры якой $J_1 = J_0$, аднолькавая ва ўсіх выпадках і мае значэнне каля 900 см, значэнні J_1 , J_0 пры выкарыстанні першых 100 і 1000 членаў сумы не супадаюць.

Для параметраў $l \rightarrow 10^8$ см, $R_0 \rightarrow 10^{10}$ см, $\Delta \rightarrow 10^{-16}$, $\Gamma = 10$, $E_0 = 2,84 \cdot 10^{54}$ эрг час дыфузіі складае $t_D = 3,33 \cdot 10^3$ с. Функцыі J_1 і J_0 пры $t = 0,1 \cdot t_D$, $t = 0,5 \cdot t_D$ і $t = t_D$ прадстаўлены на мал. 8. Пры разліку функцый выкарыстоўваўся толькі першы член сумы (11).

З графікаў бачна, што пры прыбліжэнні да часу дыфузіі значэнне глыбіні ξ , пры якой функцыі J_1 і J_0 роўныя, павялічваецца, а значэнне саміх функцый памяншаецца.

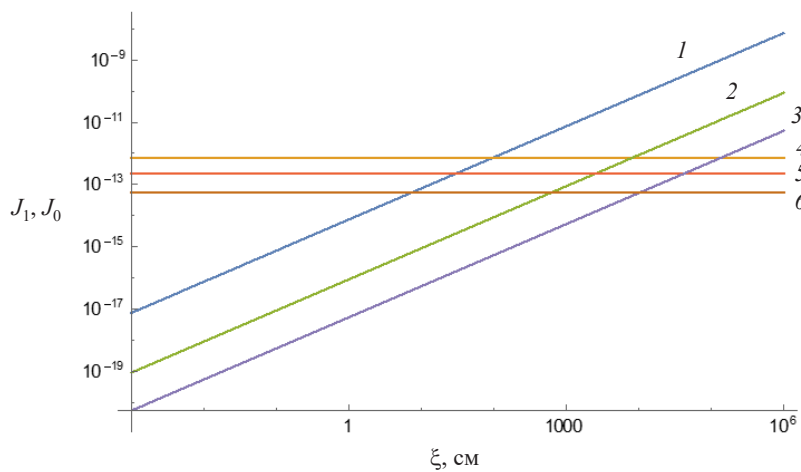
Ацэнім працягласць і тэмпературу выпраменьвання з абалонкі, якое дасягае назіральніка. Працягласць усплёску будзе мець парадак

$$t_{\text{obs}} \sim t_D / (2\Gamma^2) = 0,12 l_8^{1/3} \eta_2^{-5/3} E_{54}^{1/3} \text{ с},$$



Мал. 7. Функцыі J_1 і J_0 пры $t = 10$ с, глыбіня ξ змянялася ад 0 да 1500 см; лініі 1 і 4 адпавядаюць уліку 1000 членаў раду ўраўнення (11) пры разліку J_1 і J_0 адпаведна, лініі 2 і 5 – першых 100 членаў; лініі 3 і 6 – толькі першага члена ($l \rightarrow 10^8$ см, $R_0 \rightarrow 10^8$ см, $\Delta \rightarrow 10^{-16}$, $\Gamma \rightarrow 100$, $E_0 = 2,84 \cdot 10^{52}$ эрг)

Fig. 7. Functions J_1 and J_0 with $t = 10$ s, depth ξ is from 0 to 1500 cm; lines 1 and 4 correspond to 1000 terms of series (11) for J_0 and J_1 calculations, correspondingly, lines 2 and 5 correspond to the first 100 terms, lines 3 and 6 correspond to the first term only ($l \rightarrow 10^8$ cm, $R_0 \rightarrow 10^8$ cm, $\Delta \rightarrow 10^{-16}$, $\Gamma \rightarrow 100$, $E_0 = 2,84 \cdot 10^{52}$ erg)



Мал. 8. Функцыі J_1 і J_0 у залежнасці ад глыбіні ξ , якая прымае значэнні ад 0 да 10^6 см; лініі 1 і 4 адпавядаюць часу $t = 0,1 \cdot t_D$, лініі 2 і 5 – часу $t = 0,5 \cdot t_D$; лініі 3 і 6 – часу $t = t_D$ ($l \rightarrow 10^8$ см, $R_0 \rightarrow 10^{10}$ см, $\Delta \rightarrow 10^{-16}$, $\Gamma \rightarrow 10$, $E_0 = 2,84 \cdot 10^{54}$ эрг)

Fig. 8. Functions J_1 and J_0 on depth ξ from 0 to 10^6 cm; lines 1 and 4 correspond to time $t = 0,1 \cdot t_D$, lines 2 and 5 correspond to $t = 0,5 \cdot t_D$; lines 3 and 6 correspond to $t = t_D$ ($l \rightarrow 10^8$ cm, $R_0 \rightarrow 10^{10}$ cm, $\Delta \rightarrow 10^{-16}$, $\Gamma \rightarrow 10$, $E_0 = 2,84 \cdot 10^{54}$ erg)

а тэмпература

$$T_{\text{obs}} \sim 37 R_8^{1/6} l_8^{-17/36} \eta_2^{4/9} E_{54}^{1/36} \text{ кэВ},$$

што супадае з характэрнымі велічынямі для кароткіх гама-ўсплёскаў. Іншая магчымасць дачынення дыфузійнай асімптотыкі да гама-ўсплёскаў узнікае ў выпраменьванні кокана – адносна слаба рэлятывісцкай ($\Gamma \sim 3\text{--}30$) знешняй абалонкі струменя гама-ўсплёска, для шэрагу ўсплёскаў гэтае мадэляванне дазваляе атрымаць характарыстыкі коканаў (гл. [17]).

Заклучэнне. Для апісання пачатковага этапу гама-ўсплёску можна выкарыстоўваць дыфузійнае прыбліжэнне ўраўнення пераносу выпраменьвання ў абалонцы, якая ультрарэлятывісцкі пашыраецца. Яно адрозніваецца ад класічнага ўраўнення дыфузіі толькі залежнасцю каэфіцыента

пры другой вытворнай па каардынаце ад часу. Гэта ўраўненне можна перапісаць, выкарыстоўваючы безразмерныя параметры, што дае ўніверсальнае рашэнне для выпадку пастаяннай тэмпературы ў крыніцы гама-ўсплёску.

Хуткасць змяншэння інтэнсіўнасці выпраменьвання ўзрастае пры прыбліжэнні да межаў абалонкі гама-ўсплёску, але для асноўнай масы ўсплёску дыфузійнае прыбліжэнне здаецца прыдатным нават пасля некалькі часоў дыфузіі, калі колькасць выпраменьвання ў абалонцы ўжо можна не ўлічваць.

Прамежак часу, пры якім яшчэ магчыма выкарыстанне дыфузійнага прыбліжэння, падаўжаецца з павелічэннем глыбіні ўнутры абалонкі. Атрыманы выгляд залежнасці гэтага прамежку часу ад глыбіні блізкі да графіка квадратычнай функцыі, што тлумачыцца прыдатнасцю лінейнага прыбліжэння для інтэнсіўнасці выпраменьвання ў залежнасці ад глыбіні на пачатку дыфузіі. Параметры выпраменьвання блізкія да характэрных велічынь для кароткіх гама-ўсплёскаў.

Падзякі. Работа выканана пры падтрымцы Беларускага фонду фундаментальных даследаванняў (грант № Ф19УЗБ-014).

Acknowledgments. This work was supported by the Belarusian Republican Foundation for Basic Research (Grant no. Ф19УЗБ-014).

Спіс выкарыстаных крыніц

1. Бисноватый-Коган, Г. С. Всплески космического гамма-излучения: наблюдение и моделирование / Г. С. Бисноватый-Коган // Физика элементарных частиц и атомного ядра. – 2006. – Т. 37, вып. 5. – С. 1236–1284.
2. Kumar, P. The physics of gamma-ray bursts & relativistic jets / P. Kumar, B. Zhang // Phys. Rep. – 2015 – Vol. 561. – P. 1–109. <https://doi.org/10.1016/j.physrep.2014.09.008>
3. Piran, T. The physics of gamma-ray bursts / T. Piran // Rev. Mod. Phys. – 2005. – Vol. 76, № 4. – P. 1143–1210. <https://doi.org/10.1103/revmodphys.76.1143>
4. Biscoveanu, S. Constraining short gamma-ray burst jet properties with gravitational waves and gamma rays / S. Biscoveanu, E. Thrane, S. Vitale // Astrophys. J. – 2020. – Vol. 893, № 1. – P. 38. <https://doi.org/10.3847/1538-4357/ab7eaf>
5. Boundary conditions for the diffusion equation in radiative transfer / R. C. Haskell [et al.] // J. Opt. Soc. Am. A. – 1994. – Vol. 11, № 10. – P. 2727–2741. <https://doi.org/10.1364/josaa.11.002727>
6. Zhang, B. The Physics of Gamma-Ray Bursts / B. Zhang // Rev. Mod. Phys. – 2004. – Vol. 76, № 4. – P. 1143–1210. <https://doi.org/10.1103/revmodphys.76.1143>
7. Pe'er, A. Physics of Gamma-Ray Bursts Prompt Emission / A. Pe'er // Adv. Astron. – 2015. – Vol. 2015. – P. 1–37. <https://doi.org/10.1155/2015/907321>
8. Abdalla, H. A very-high-energy component deep in the γ -ray burst afterglow / H. Abdalla, R. Adam, F. Aharonian // Nature. – 2019. – Vol. 575. – P. 464–467. <https://doi.org/10.1038/s41586-019-1743-9>
9. Zhang, B. Gamma-Ray Bursts: progress, problems & prospects / B. Zhang, P. Mészáros // Int. J. Mod. Phys. – 2004. – Vol. 19, № 15. – P. 2385–2472. <https://doi.org/10.1142/s0217751x0401746x>
10. Mészáros, P. Gamma-ray bursts / P. Mészáros // Rep. Prog. Phys. – 2006. – Vol. 69, № 8. – P. 2259–2321. <https://doi.org/10.1088/0034-4885/69/8/r01>
11. Kulkarni, S. Classification of gamma-ray burst durations using robust model-comparison techniques / S. Kulkarni, S. Desai // Astrophys. Space Sci. – 2017. – Vol. 362, № 4. <https://doi.org/10.1007/s10509-017-3047-6>
12. The afterglow of GRB 050709 and the nature of the short-hard γ -ray bursts / D. B. Fox [et al.] // Nature. – 2005. – Vol. 437, № 7060. – P. 845–850. <https://doi.org/10.1038/nature04189>
13. Ruffini, R. A theory of photospheric emission from relativistic outflows / R. Ruffini, I. A. Siutsou, G. V. Vereshchagin // Astrophys. J. – 2013. Vol. 772, № 1. – P. 11. <https://doi.org/10.1088/0004-637x/772/1/11>
14. Rybicki, G. B. Radiative Processes in Astrophysics / G. B. Rybicki, A. P. Lightman. – Weinheim: WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, 2004. – 382 p. <https://doi.org/10.1002/9783527618170>
15. Beloborodov, A. M. Radiative Transfer in Ultrarelativistic Outflows / A. M. Beloborodov // Astrophys. J. – 2011. – Vol. 737, № 2. – P. 68. <https://doi.org/10.1088/0004-637x/737/2/68>
16. Mihalas, D. Solution of the comoving-frame equation of transfer in spherically symmetric flows. VI - Relativistic flows / D. Mihalas // Astrophys. J. – 1980. – Vol. 237. – P. 574–589. <https://doi.org/10.1086/157902>
17. Vereshchagin, G. V. Diffusive photospheres in gamma-ray bursts / G. V. Vereshchagin, I. A. Siutsou // Mon. Not. R. Astron. Soc. – 2020. – Vol. 494, № 1. – P. 1463–1469. <https://doi.org/10.1093/mnras/staa868>

References

1. Bisnovaty-Kogan G. S. Cosmic gamma-ray bursts: observations and simulations. *Fizika elementarnykh chastic i atomnogo yadra = Physics of Elementary Particles and Atomic Nuclei*, 2006, vol. 37, no. 5, pp. 1236–1284 (in Russian).
2. Kumar P., Zhang B. The physics of gamma-ray bursts & relativistic jets. *Physics Reports*, 2015, vol. 561, pp. 1–109. <https://doi.org/10.1016/j.physrep.2014.09.008>

3. Piran T. The physics of gamma-ray bursts. *Reviews of Modern Physics*, 2005, vol. 76, no. 4, pp. 1143–1210. <https://doi.org/10.1103/revmodphys.76.1143>
4. Biscoveanu S., Thrane E., Vitale S. Constraining short gamma-ray burst jet properties with gravitational waves and gamma rays. *The Astrophysical Journal*, 2020, vol. 893, no. 1, pp. 38. <https://doi.org/10.3847/1538-4357/ab7eaf>
5. Haskell R. C., Svaasand L. O., Tsong-Tseh Tsay, Ti-Chen Feng, Tromberg B. J., McAdams M. S. Boundary conditions for the diffusion equation in radiative transfer. *Journal of the Optical Society of America A*, 1994, vol. 11, no. 10, pp. 2727–2741. <https://doi.org/10.1364/josaa.11.002727>
6. Zhang B. The Physics of Gamma-Ray Bursts. *Reviews of Modern Physics*, 2004, vol. 76, no. 4, pp. 1143–1210. <https://doi.org/10.1103/revmodphys.76.1143>
7. Pe'er A. Physics of Gamma-Ray Bursts Prompt Emission. *Advances in Astronomy*, 2015, vol. 2015, pp. 1–37. <https://doi.org/10.1155/2015/907321>
8. Abdalla H., Adam R., Aharonian F. A very-high-energy component deep in the γ -ray burst afterglow. *Nature*, 2019, vol. 575, pp. 464–467. <https://doi.org/10.1038/s41586-019-1743-9>
9. Zhang B., Mészáros P. Gamma-Ray Bursts: progress, problems & prospects. *International Journal of Modern Physics*, 2004, vol. 19, no. 15, pp. 2385–2472. <https://doi.org/10.1142/s0217751x0401746x>
10. Mészáros P. Gamma-ray bursts. *Reports on Progress in Physics*, 2006, vol. 69, no. 8, pp. 2259–2321. <https://doi.org/10.1088/0034-4885/69/8/r01>
11. Kulkarni S., Desai S. Classification of gamma-ray burst durations using robust model-comparison techniques. *Astrophysics and Space Science*, 2017, vol. 362, no. 4. <https://doi.org/10.1007/s10509-017-3047-6>
12. Fox D. B., Frail D. A., Price P. A., Kulkarni S. R., Berger E., Piran T., Soderberg A. M., Cenko S. B., Cameron P. B., Gal-Yam A., Kasliwal M. M., Moon D.-S., Harrison F. A., Nakar E., Schmidt B. P., Penprase B., Chevalier R. A. [et al.]. The afterglow of GRB 050709 and the nature of the short-hard γ -ray bursts. *Nature*, 2005, vol. 437, no. 7060, pp. 845–850. <https://doi.org/10.1038/nature04189>
13. Ruffini R., Siutsou I. A., Vereshchagin G. V. A theory of photospheric emission from relativistic outflows. *The Astrophysical Journal*, 2013, vol. 772, no. 1, pp. 11. <https://doi.org/10.1088/0004-637x/772/1/11>
14. Rybicki G. B., Lightman A. P. *Radiative Processes in Astrophysics*. Weinheim, WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, 2004, 382 p. <https://doi.org/10.1002/9783527618170>
15. Beloborodov A. M. Radiative Transfer in Ultrarelativistic Outflows. *The Astrophysical Journal*, 2011, vol. 737, no. 2, pp. 68. <https://doi.org/10.1088/0004-637x/737/2/68>
16. Mihalas D. Solution of the comoving-frame equation of transfer in spherically symmetric flows. VI - Relativistic flows. *The Astrophysical Journal*, 1980, vol. 237, pp. 574–589. <https://doi.org/10.1086/157902>
17. Vereshchagin G. V., Siutsou I. A. Diffusive photospheres in gamma-ray bursts. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2020, vol. 494, no. 1, pp. 1463–1469. <https://doi.org/10.1093/mnras/staa868>

Інфармацыя пра аўтараў

Сіўцоў Іван Аляксандравіч – кандыдат фізіка-матэматычных навук, старшы навуковы супрацоўнік, ЦФУА Інстытута фізікі імя Б. І. Сцяпанавы Нацыянальнай акадэміі навук Беларусі (пр. Незалежнасці, 68-2, 220072, г. Мінск, Рэспубліка Беларусь), E-mail: siu@tut.by; i.siutsou@ifanbel.bas-net.by. <https://orcid.org/0000-0001-7802-0691>

Кургузава Аксана Эдуардаўна – аспірант, малодшы навуковы супрацоўнік, ЦФУА Інстытута фізікі імя Б. І. Сцяпанавы Нацыянальнай акадэміі навук Беларусі (пр. Незалежнасці, 68-2, 220072, г. Мінск, Рэспубліка Беларусь), E-mail: kuppory@gmail.com

Information about the authors

Ivan A. Siutsou – Ph. D. (Physics and Mathematics), Senior Researcher, CFIA of B. I. Stepanov Institute of Physics of the National Academy of Sciences of Belarus (68-2, Nezalezhnasci Ave., 220072, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: siu@tut.by; i.siutsou@ifanbel.bas-net.by. <https://orcid.org/0000-0001-7802-0691>

Aksana E. Kurguzava – Postgraduate Student, Junior Researcher, CFIA of B. I. Stepanov Institute of Physics of the National Academy of Sciences of Belarus (68-2, Nezalezhnasci Ave., 220072, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: kuppory@gmail.com