ISSN 1561-2430 (Print)
ISSN 2524-2415 (Online)
УДК 517.9
https://doi.org/10.29235/1561-2430-2021-57-2-185-189

Поступила в редакцию 16.11.2020
Received 16.11.2020

М. В. Щукин

Белорусский национальный технический университет, Минск, Беларусь

n-ОДНОРОДНЫЕ C^*-АЛГЕБРЫ

Аннотация. Рассматриваются результаты, касающиеся n-однородных C^*-алгебр. Приводятся классические результаты Ж. Фелла, Ж. Томияма, М. Такесаки, описывающие n-однородную C^*-алгебру как алгебру всех непрерывных сечений соответствующего алгебраического расслоения. Посредством этой геометрической интерпретации, различные авторы описывали классы n-однородных C^*-алгебр с пространством примитивных идеалов, гомеоморфным двумерной сфере S^2, трехмерной сфере S^3, двумерному тору T^2, трехмерному тору T^3, произвольному связному ориентируемому и неориентируемому компактному двумерному многообразию. Также А. Антоневич и Н. Крупник задавали различные структуры на множестве классов эквивалентности алгебраических расслоений на сферах. Дальнейшая работа в этом направлении может состоять в описании классов эквивалентности алгебраических расслоений над трехмерными, четырехмерными многообразиями и т. д.

Ключевые слова: n-однородная C^*-алгебра, пространство примитивных идеалов, алгебраическое расслоение, расслоенное пространство, база расслоения, операторная алгебра, двумерное многообразие, двумерный тор, трехмерный тор, двумерная сфера, трехмерная сфера

Для цитирования. Щукин, М. В. n-Однородные C^*-алгебры / М. В. Щукин // Вес. Нац. акад. навук Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. – 2021. – Т. 57, № 2. – С. 185–189. https://doi.org/10.29235/1561-2430-2021-57-2-185-189

Mikhail V. Shchukin

Belarusian National Technical University, Minsk, Belarus

N-HOMOGENEOUS C^*-ALGEBRAS

Abstract. The classical results by J. Fell, J. Tomiyama, M. Takesaki describe n-homogeneous C^*-algebras as algebras of all continuous sections for an appropriate algebraic bundle. By using this realization, several authors described the set of n-homogeneous C^*-algebras with different spaces of primitive ideals. In 1974 F. Krauss and T. Lawson described the set of all n-homogeneous C^*-algebras whose space Prim of primitive ideals is homeomorphic to the sphere S^2. Suppose the space Prim$A$ of primitive ideals is homeomorphic to the sphere S^3 for some n-homogeneous C^*-algebra A. In this case, these authors showed that the algebra A is isomorphic to the algebra $C(S^3, C^{n\times n})$. If $n \geq 2$ then there are countably many pairwise non-isomorphic n-homogeneous C^*-algebras A such that $\mathrm{Prim}A \cong S^4$. Further, let $n \geq 3$. There is only one n-homogeneous C^*-algebra A such that $\mathrm{Prim}A \cong S^5$. There are two non-isomorphic 2-homogeneous C^*-algebras A and B with space $\mathrm{Prim}A \cong S^5$. On the other hand, algebraic bundles over the torus T^2 are described by a residue class $[p]$ in $Z/nZ = \pi_1(PU_n)$. Two such bundles with classes $[p_i]$ produce isomorphic C^*-algebras if and only if $[p_1] = \pm[p_2]$. An algebraic bundle over the torus T^3 is determined by three residue classes in Z/nZ. Anatolii Antonevich and Nahum Krupnik introduced some structures on the set of algebraic bundles over the sphere S^2. Algebraic bundles over the compact connected two-dimensional oriented manifolds were considered by the author. In this case, the set of non-equivalent algebraic bundles over such space is like the set of algebraic bundles over the torus T^2. Further advances could be in describing the set of algebraic bundles over the 3-dimensional manifolds.

Keywords: C^*-algebras, operator algebras, algebraic bundles, n-homogeneous C^*-algebras, two-dimensional manifolds, G-bundles, fiber bundles

For citation. Shchukin M. V. n-Homogeneous C^*-algebras. *Vestsi Natsyianal'nai akademii navuk Belarusi. Seryia fizika-matematychnykh navuk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physics and Mathematics series*, 2021, vol. 57, no. 2, pp. 185–189 (in Russian). https://doi.org/10.29235/1561-2430-2021-57-2-185-189

Введение. Интерес к C^*-алгебрам возник в связи с тем, что C^*-алгебра может быть реализована как замкнутая самосопряженная подалгебра алгебры $B(H)$ ограниченных линейных операторов на гильбертовом пространстве H. Развитие теории C^*-алгебр является естественным развитием алгебры, геометрии на некоммутативный случай. Эти объекты имеют важные приложения в современной физике. Некоммутативную математику называют также «квантовой».

И. М. Гельфанд и М. А. Наймарк в работе [1] доказали, что любая унитальная коммутативная C^*-алгебра изоморфна алгебре всех непрерывных функций $C(M)$ на компактном хаусдорфовом пространстве M. Дальнейшее развитие теории C^*-алгебр может состоять в изучении

C^*-алгебр с конечномерными неприводимыми представлениями. Представлением C^*-алгебры A называется пара (H, φ). Здесь H – гильбертово пространство, $\varphi : A \to B(H)$ – *-гомоморфизм алгебры A в алгебру ограниченных линейных операторов $B(H)$ на гильбертовом пространстве H. Представление (H, φ) алгебры A называется неприводимым, если алгебра $\varphi(A)$ действует неприводимо на гильбертовом пространстве H. Это значит, что не существует замкнутых инвариантных подпространств в H, за исключением 0 и H.

Если все неприводимые представления C^*-алгебры A имеют одну и ту же размерность n, то алгебра A называется n-однородной. В работах Ж. Фелла [2], Ж. Томияма и М. Такесаки [3] было показано, что любая n-однородная C^*-алгебра A изоморфна алгебре $\Gamma(E)$ всех непрерывных сечений соответствующего алгебраического расслоения $\zeta_A = (E,M,p)$. Теория расслоенных пространств активно развивается с начала XX в.

Алгебраическое расслоение – это локально тривиальное G-расслоение с типовым слоем $F = C^{n\times n}$(алгебра квадратных матриц порядка n с элементами в поле комплексных чисел C) и структурной группой $G = \mathrm{Aut}(n)$ – группа автоморфизмов алгебры $C^{n\times n}$. То есть алгебраическое расслоение – это тройка (E,M,p). Здесь E и M – топологические пространства, и $p : E \to M$ – непрерывная сюръекция. Существует открытое покрытие U_i базы расслоения M и набор гомеоморфизмов $\varphi_i : U_i \times F \to p^{-1}(U_i)$. При этом отображение $\varphi_{ij} : (U_i \cap U_j) \times C^{n\times n} \to (U_i \cap U_j) \times C^{n\times n}$, определяемое правилом $\varphi_{ij} = \varphi_j^{-1} \circ \varphi_i$ принадлежит группе $\mathrm{Aut}(n)$. Пусть $SU(n)$ обозначает группу унитарных матриц порядка n с определителем, равным 1. То есть $SU(n)$ есть замкнутая подгруппа группы унитарных матриц $U(n)$ порядка n. Пусть $Z\left(SU(n)\right)$ обозначает центр алгебры $SU(n)$. Тогда $Z\left(SU(n)\right) = Z_n$. Центр $Z\left(SU(n)\right)$состоит из матриц вида $\lambda \cdot I$, где $|\lambda| = 1$ и $\lambda^n = 1$. При этом группа $\mathrm{Aut}(n)$ изоморфна группе $SU(n)/Z\left(SU(n)\right) = PU(n)$. Следует отметить, что понятие эквивалентности двух алгебраических расслоений в работе Ж. Томияма и М. Такесаки [3] отличается от понятия эквивалентности G-расслоений, данного в [4, с. 18]. В этой работе два G-расслоения $\xi_1 = (E_1,M,p_1)$ и $\xi_2 = (E_2,M,p_2)$ эквивалентны, если существует гомеоморфизм $\gamma : E_1 \to E_2$ такой что $\gamma(F_x) = F_x (x \in M)$, причем этот гомеоморфизм слоя F принадлежит группе G. То есть гомеоморфизм пространств расслоений порождает гомеоморфизм слоя F над точкой $x \in M$ пространства E_1 в слой F над той же точкой $x \in M$ другого расслоения. В работе же Ж. Томияма и М. Такесаки используется следующее определение эквивалентности двух алгебраических расслоений: два алгебраических расслоения $\xi_1 = (E_1, M, p_1)$ и $\xi_2 = (E_2, M, p_2)$ эквивалентны, если существует гомеоморфизм $\gamma : E_1 \to E_2$ такой что $\gamma(F_x) = F_{\alpha(x)}$, где $\alpha : M \to M$ – гомеоморфизм базы расслоения M. То есть гомеоморфизм $\gamma : E_1 \to E_2$ переводит слой F_x над точкой $x \in M$ в слой $F_{\alpha(x)}$ над другой точкой $\alpha(x)$. Это понятие эквивалентности алгебраических расслоений обладает тем свойством, что два алгебраических расслоения ξ_1 и ξ_2 эквивалентны тогда и только тогда, когда соответствующие n-однородные C^*-алгебры $\Gamma(E_1)$ и $\Gamma(E_2)$ изоморфны [3].

Обзор результатов. В 1961 г. в работах [2], [3] было показано, что любая n-однородная унитальная C^*-алгебра изоморфна алгебре $\Gamma(E)$ всех непрерывных сечений соответствующего алгебраического расслоения $\zeta = (E, M, p)$. Здесь база расслоения гомеоморфна пространству $\mathrm{Prim}A$ примитивных идеалов алгебры A, снабженному оболочечно-ядерной топологией. С этой топологией пространство $\mathrm{Prim}A$ является хаусдорфовым.

Предложение 1 [2, теорема 3.2; 3, теорема 5]. *Каждая n-однородная C^*-алгебра A C^*-изоморфна C^*-алгебре* $\Gamma(\xi)$ *всех непрерывных ограниченных сечений некоторого расслоения* ξ *с базой расслоения* $\mathrm{Prim}A$*, слоем $C^{n\times n}$ и группой $PU(n)$, действующей на $C^{n\times n}$ посредством внутренних автоморфизмов.*

В 1974 г. Ф. Краусс и Т. Лаусон [5] описали классы эквивалентных алгебраических расслоений с базой, гомеоморфной сферам S^2, S^3, S^4и т. д.

Предложение 2 [5]. *Если n-однородная C^*-алгебра A обладает тем свойством, что* $\mathrm{Prim}A \cong S^1$, *то алгебра A изоморфна алгебре всех непрерывных функций* $C(S^1,C^{n\times n})$.

Пусть символы e_+^2 и e_-^2 обозначают верхнюю и нижнюю полусферы сферы S^2. Каждая из этих полусфер гомеоморфна кругу $\{z \subset C || z| \le 1\}$. Представим каждую из этих полусфер как часть плоскости C с границей $S^1 = \{z \subset C \mid z\bar{z} = 1\}$.

Пусть символ $\coprod$ обозначает дизъюнктное объединение двух множеств. То есть это измененная операция объединения множеств, которая заключается в объединении непересекающихся «копий» множеств. Дизъюнктное объединение множеств $\coprod_{i\in I} A_i$ – это объединение $\bigcup_{i\in I}\{(x,i)\,|\,x\in A_i\}$.

Предложение 3 [5]. *Если у n-однородной C^*-алгебры A пространство примитивных идеалов* Prim*A гомеоморфно сфере S^2, то алгебра A изоморфна одной из алгебр $A_j = C\left(e_+^2\coprod e_-^2, C^{n\times n}\right)$, которые определяются следующим образом. Матрица-функция $f\in A_j$, если при $z\in S^1$ значения функции на границе верхней полусферы e_+^2 и на границе нижней полусферы e_-^2 связаны соотношениями*

$$f_+(z) = g_j(z)\cdot f_-(z) = \begin{pmatrix} z^j & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix} \cdot f_-(z) \cdot \begin{pmatrix} \bar{z}^j & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix}.$$

Здесь $g_j(z)$ обозначает оператор перевода значений функции f с границы нижней полусферы e_-^2 в границу верхней полусферы e_+^2.

Предложение 4 [5]. *Если n-однородная C^*-алгебра A имеет пространство примитивных идеалов, гомеоморфное S^3, то алгебра A изоморфна алгебре $C(S^3, C^{n\times n})$ всех непрерывных матричнозначных функций из S^3 в $C^{n\times n}$.*

Предложение 5 [5].

(I) *1-однородная C^*-алгебра A с пространством примитивных идеалов* Prim$A\cong S^4$ *изоморфна алгебре всех непрерывных комплекснозначных функций $C(S^4)$.*

(II) *Существует бесконечное счетное множество попарно неизоморфных n-однородных ($n\ge 2$) C^*-алгебр с пространством примитивных идеалов* Prim$A\cong S^4$. *Каждая такая C^*-алгебра C^*-изоморфна одной из алгебр $A_{n,p} = g_p\left(e_+^4\coprod e_-^4, C^{n\times n}\right)$, определенных следующим образом: для матрицы-функции $f\in A_{n,p}$ и $(z,w)\in S^3$ (т. е. $|z|^2+|w|^2=1$) имеет место следующее равенство:*

$$f_+(z,w) = g_p(z,w)\cdot f_-(z,w) = \begin{pmatrix} z & -\bar{w} & 0 & \dots & 0 \\ w & \bar{z} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix}^p f_-(z,w) \begin{pmatrix} \bar{z} & \bar{w} & 0 & \dots & 0 \\ -w & z & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix}^p.$$

Здесь e_+^4 обозначает верхнюю 4-мерную полусферу, а e_-^4 – нижнюю полусферу. Символ $g_p(z,w)$ обозначает оператор, переводящий значения матрицы-функции f с границы нижней полусферы e_-^4 в значения на границе верхней полусферы e_+^4.

Предложение 6 [5].

(I) *Если $n\ne 2$, то существует только одна n-однородная C^*-алгебра A с пространством примитивных идеалов* Prim*A гомеоморфным сфере S^5.*

(II) *Если n = 2, то существуют две неизоморфные 2-однородные C^*-алгебры A и B, такие что* Prim$A\cong S^5\cong$ Prim$B$.

Предложение 7 [5]. *Существует n!-однородных C^*-алгебр A, таких что* Prim$A\cong S^{2n+1}$.

В [6] описываются n-однородные C^*-алгебры с пространством примитивных идеалов, гомеоморфным тору T^2 или T^3.

Предложение 8. *Алгебраические расслоения со слоем $C^{n\times n}$ и базой T^2 описываются классом $[p]$ в группе $\pi_1(PU_n) = Z/nZ$. Два таких расслоения порождают изомоморфные n-однородные C^*-алгебры тогда и только тогда когда $[p_1]=\pm[p_2]$.*

Алгебраические расслоения со слоем $C^{n\times n}$ и базой T^3 определяются тремя классами в группе $\pi_1(PU_n) = Z/nZ$. Но многие такие расслоения порождают изоморфные n-однородные C^*-алгебры. Каждая n-однородная C^*-алгебра с пространством примитивных идеалов Prim$A\cong T^3$ имеет вид $B\otimes C(T)$, где B – n-однородная C^*-алгебра с пространством примитивных идеалов, гомеоморфным T^2. И может быть так, что $B_1\otimes C(T)\cong B_2\otimes C(T)$, и при этом B_1 не изоморфна B_2.

Как известно, двумерное ориентируемое многообразие гомеоморфно сфере S^2 с приклеенными k ручками [7]. Обозначим такое пространство символом P_k [7]. Вырежем из P_k множество D_1, гомеоморфное единичному кругу D. Граница множества D_1 гомеоморфна единичной окружности S^1. Тогда алгебраическое расслоение ξ над P_k можно представить как склейку двух алгебраических расслоений. Первое расслоение – это ограничение расслоения ξ на множество D_1. Второе алгебраическое расслоение – это ограничение расслоения ξ на множество $P_k \setminus D_1$. При этом возникает функция p склейки слоев над границей $\delta(D_1)$ этих двух алгебраических расслоений. Граница $\delta(D_1)$ гомеоморфна окружности S^1. Ограничение расслоения ξ на множество D_1 тривиально, т. е. эквивалентно расслоению-произведению $D_1 \times C^{n\times n}$ [8]. Ограничение расслоения ξ на множество $P_k \setminus D_1$ также тривиально, т. е. эквивалентно расслоению-произведению $(P_k \setminus D_1)\times C^{n\times n}$ [8]. Оказывается, поэтому алгебраическое расслоение ξ описывается классом отображения p в фундаментальной группе $\pi_1(PU_n)$.

П р е д л о ж е н и е 9 [8]. *Алгебраическое расслоение ξ со слоем $C^{n\times n}$ и базой $P_k\,(k\geq 1)$ определяется классом $[p]\in\pi_1(PU_n)=Z/nZ$. Две n-однородные C^*-алгебры A_1 и A_2 с пространствами примитивных идеалов, гомеоморфными P_k, изоморфны тогда и только тогда, когда $[p_1]=\pm[p_2]$.*

Двумерное не ориентируемое компактное связное многообразие гомеоморфно сфере S^2 с приклеенными l проективными плоскостями ([7]). Обозначим такое множество через $P^l\,(l\geq 1)$. Это множество P^l также можно представить как объединение множества D и $P^l \setminus D$. Множество D выбирается гомеоморфным единичному кругу. Тогда расслоение ξ над P^l представляется как склейка ограничения расслоения ξ на множество D и ограничения расслоения ξ на множество $P^l \setminus D$. При этом граница $\delta(D)$ множества D гомеоморфна окружности S^1. Поэтому при склейке этих двух алгебраических расслоений возникает функция $p: S^1 \to PU_n$. Класс этого отображения в группе $\pi_1(PU_n)$ описывает алгебраическое расслоение ξ с точностью до эквивалентности.

П р е д л о ж е н и е 10 [9]. *Алгебраическое расслоение со слоем $C^{n\times n}$ и базой P^l определяется классом отображения $[p]\in\pi_1(PU_n)=Z/nZ$. Два таких алгебраических расслоения ξ_1 и ξ_2 изоморфны тогда и только тогда, когда $[p_1]\pm[p_2]=2s,\ s\in Z$.*

Используя это предложение, несложно найти количество классов неэквивалентных между собой алгебраических расслоений с базой P^l.

П р е д л о ж е н и е 11 [9]. *Пусть ξ есть алгебраическое расслоение с базой P^l и слоем $C^{n\times n}$. Тогда если n четное, то существуют два неэквивалентных алгебраических расслоения над P^l. Если же n нечетное, то расслоение ξ тривиально, т. е. эквивалентно расслоению-произведению $P^l \times C^{n\times n}$.*

В [10] описана связь между множеством алгебраических и векторных расслоений с базой S^k. Также в этой работе изучались операции, заданные на множестве $A\lg(S^2)$ алгебраических расслоений с базой S^2.

П р е д л о ж е н и е 12 [10]. *Множество алгебраических расслоений $A\lg_n(S^2)$ со слоем $C^{n\times n}$ и базой S^2 состоит из n элементов. Каждое такое алгебраическое расслоение со слоем $C^{n\times n}$ и базой S^2 определяется двумя числами $n\in N$ и $k=0,1,2,\ldots,n-1$.*

Таким образом, любое алгебраическое расслоение над S^2 может быть записано в виде $A_{n,k},\ n\in N,\ k=0,1,2,\ldots,n-1$. Следует отметить, что в [10] использовалось определение эквивалентности алгебраических расслоений такое же, как в работе [4, с. 18]. Это значит, что неэквивалентные в этом смысле расслоения могут порождать изоморфные n-однородные C^*-алгебры. Различие двух определений эквивалентности алгебраических расслоений обсуждалось во введении. В предложении 3 дается конкретная реализация соответствующих n-однородных C^*-алгебр с пространством примитивных идеалов Prim$A$, гомеоморфным двумерной сфере S^2.

Пусть T обозначает полугруппу комплексных чисел вида $ne^{2\pi ik/n},\ n\in N,\ k=0,1,2,\ldots,n-1$, с обычной операцией умножения комплексных чисел. Пусть $A\lg(S^2)$ обозначает множество алгебраических расслоений с базой S^2.

П р е д л о ж е н и е 13 [10]. *Полугруппа $\left(A\lg(S^2),\otimes\right)$ изоморфна полугруппе T. Изоморфизм задается отображением*

$$A_{n,k} \to ne^{\frac{2\pi ik}{n}}.$$

Отсюда видно, что множество алгебраических расслоений над двумерной сферой S^2 достаточно хорошо изучено.

Заключение. Таким образом, описаны n-однородные C^*-алгебры с пространством примитивных идеалов Prim$A$, гомеоморфным сферам S^2, S^3, S^4, S^5, торам T^2, T^3, компактному двумерному связному ориентируемому многообразию P_k, компактному двумерному связному не ориентируемому многообразию P^k. Дальнейшее развитие теории n-однородных C^*-алгебр может заключаться в описании классов эквивалентности алгебраических расслоений над трехмерными многообразиями, четырехмерными многообразиями и т. д.

Благодарности. Автор выражает благодарность профессору Анатолию Борисовичу Антоневичу за ценные дискуссии, касающиеся изложенных здесь результатов.

Acknowledgments. The author is glad to thank Professor Anatolii Antonevich for useful discussions regarding this work.

Список использованных источников

1. Наймарк, М. А. Нормированные кольца / М. А. Наймарк. – М.: Физматлит, 1968. – 664 с.

2. Fell, J. M. G. The structure of algebras of operator fields / J. M. G. Fell // Acta Math. – 1961. – Vol. 106, № 3/4. – P. 233–280. https://doi.org/10.1007/bf02545788

3. Tomiyama, J. Applications of fibre bundles to the certain class of C^*-algebras / J. Tomiyama, M. Takesaki // Tohoku Math. J. – 1961. – Vol. 13, № 3. – P. 498–522. https://doi.org/10.2748/tmj/1178244253

4. Steenrod, N. Topology of Fibre Bundles / N. Steenrod – Princeton, USA, 1951. – 236 p. https://doi.org/10.1515/9781400883875

5. Krauss, F. Examples of homogeneous C^*-algebras / F. Krauss, T. Lawson // Memoirs Am. Math. Soc. – 1974. – Vol. 148. – P. 153–164.

6. Disney, S. Homogeneous C^*-algebras whose spectra are tori / S. Disney, I. Raeburn // J. Aust. Math. Soc. Ser. A. Pure Math. Statist. – 1985. – Vol. 38, № 1. – P. 9–39. https://doi.org/10.1017/s1446788700022576

7. Massey, W. S. Algebraic Topology: An Introduction / W. S. Massey. – New York: Springer-Verlag, 1977. – 292 p.

8. Shchukin, M. V. On n-homogeneous C^*-algebras over a two-dimensional compact oriented connected manifold / M. V. Shchukin // Таврич. вестн. информатики и математики. – 2018. – № 2. – С. 90–97.

9. Shchukin, M. On n-homogeneous C^*-algebras over two-dimensional non-oriented compact manifolds / M. Shchukin // Serdica Math. J. – 2016. – Vol. 42, № 3/4. – P. 203–210.

10. Antonevich, A. On trivial and non–trivial N–homogeneous C^*-algebras / A. Antonevich, N. Krupnik // Integral Equations and Operator Theory. – 2000. – Vol. 38, № 2. – P. 172–189. https://doi.org/10.1007/bf01200122

References

1. Naimark M. A. *The Normed Rings*. Moscow, Fizmatlit Publ., 1968. 664 p. (in Russian).

2. Fell J. M. G. The structure of algebras of operator fields. *Acta Mathematica.* 1961, vol. 106, no. 3–4, pp. 233–280. https://doi.org/10.1007/bf02545788

3. Tomiyama J., Takesaki M. Applications of fibre bundles to the certain class of C^*-algebras. *Tohoku Mathematical Journal,* 1961, vol. 13, no. 3, pp. 498–522. https://doi.org/10.2748/tmj/1178244253

4. Steenrod N. *Topology of Fibre Bundles*. Princeton, USA, 1951. 236 p. https://doi.org/10.1515/9781400883875

5. Krauss F., Lawson T. Examples of homogeneous C^*-algebras. *Memoirs of the American Mathematical Society*, 1974, vol. 148, pp. 153–164.

6. Disney S., Raeburn I. *Homogeneous* C^*-algebras whose spectra are tori. *Journal of the Australian Mathematical Society. Series A. Pure Mathematics and Statistics*, 1985, vol. 38, no. 1, pp. 9–39. https://doi.org/10.1017/s1446788700022576

7. Massey W. S. *Algebraic Topology: An Introduction*. New York, Springer-Verlag, 1977.

8. Shchukin M. V. On n-homogeneous C^*-algebras over a two-dimensional compact oriented connected manifold. *Tavricheskii vestnik informatiki i matematiki = Taurida Journal of Computer Science Theory and Mathematics*, 2018, no. 2, pp. 90–97.

9. Shchukin M. On n-homogeneous C^*-algebras over two-dimensional non-oriented compact manifolds. *Serdica Mathematical Journal*, 2016, vol. 42, no. 3–4, pp. 203–210.

10. Antonevich A., Krupnik N. On trivial and non–trivial n-homogeneous C^*-algebras. *Integral Equations and Operator Theory*, 2000, vol. 38, no. 2, pp. 172–189. https://doi.org/10.1007/bf01200122

Информация об авторе

Щукин Михаил Владимирович – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры «Высшая математика», Белорусский национальный технический университет (ул. Хмельницкого, 9, 220013, г. Минск, Республика Беларусь). E-mail: mvshchukin@bntu.by

Information about the author

Mikhail V. Shchukin – Ph. D. (Physics and Mathematics), Assistant Professor of the Department “Higher Mathematics”, Belarusian National Technical University (9, Khmel’nitskii Str., 220013, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: mvshchukin@bntu.by