

ISSN 1561-2430 (Print)

ISSN 2524-2415 (Online)

УДК 621.373.826; 535.375

<https://doi.org/10.29235/1561-2430-2021-57-3-374-384>

Поступила в редакцию 10.08.2021

Received 10.08.2021

**В. И. Дашкевич<sup>1</sup>, А. А. Русак<sup>1</sup>, Г. И. Тимофеева<sup>1</sup>, А. П. Шкадаревич<sup>2</sup>, П. А. Апанасевич<sup>1</sup>,  
В. А. Орлович<sup>1</sup>**

<sup>1</sup>Институт физики им. Б. И. Степанова Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь

<sup>2</sup>Научно-технический центр «ЛЭМТ» БелОМО», Минск, Беларусь

## ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ ГЕНЕРАЦИЯ СВЕТА В ДВУОСНОМ КРИСТАЛЛЕ КТА ПРИ НАКАЧКЕ ИЗЛУЧЕНИЕМ YAG:Nd-ЛАЗЕРА В ПРОИЗВОЛЬНЫХ НАПРАВЛЕНИЯХ

**Аннотация.** На основе выражений для показателя преломления изонормальных волн проанализирована возможность выполнения коллинеарного фазового синхронизма для параметрической генерации света в произвольных направлениях двуосного кристалла КТА при накачке излучением YAG:Nd-лазера. Рассчитаны перестроечные кривые, определяющие диапазон перестройки сигнальной и холостой волн для синхронизма типов I и II и произвольных углов  $\theta$  и  $\varphi$  в случаях, когда перестройка осуществляется по углу  $\theta$  при фиксированном угле  $\varphi$  и наоборот. Определены эффективные нелинейные коэффициенты. Показано, что их максимальное значение обеспечивается при 90-градусном по углу  $\theta$  фазовом синхронизме типа II. Для случая генерации безопасного для глаз излучения произведена оценка спектральной и угловой ширины синхронизма, а также ширины полосы усиления ПГС при монохромной накачке.

**Ключевые слова:** параметрическая генерация света, кристалл КТА, фазовый синхронизм

**Для цитирования.** Параметрическая генерация света в двуосном кристалле КТА при накачке излучением YAG:Nd-лазера в произвольных направлениях / В. И. Дашкевич [и др.] // Вест. Нац. акад. наук Беларуси. Сер. физ.-мат. наук. – 2021. – Т. 57, № 3. – С. 374–384. <https://doi.org/10.29235/1561-2430-2021-57-3-374-384>

**Uladzimir I. Dashkevich<sup>1</sup>, Anastasiya A. Rusak<sup>1</sup>, Galina I. Timofeeva<sup>1</sup>, Aliaksei P. Shkadarevich<sup>2</sup>,  
Pavel A. Apanasevich<sup>1</sup>, Valentin A. Orlovich<sup>1</sup>**

<sup>1</sup>*B. I. Stepanov Institute of Physics of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus*

<sup>2</sup>*Unitary Enterprise “STC “LEMT” of the BelOMO”, Minsk, Belarus*

## OPTICAL PARAMETRIC GENERATION IN BIAxIAL KTA CRYSTAL UNDER PUMPING BY YAG:ND LASER IN ARBITRARY DIRECTIONS

**Abstract.** Herein, on the basis of expressions for the refractive indices of isonormal waves, the possibility of performing collinear phase matching for optical parametric generation in arbitrary directions of a biaxial KTA crystal under pumping by radiation of a YAG:Nd laser is analyzed. The tuning curves that determine the tuning range of the signal and idler for type-I and II-type phase-matching and arbitrary angles  $\theta$  and  $\varphi$  in cases where the tuning is carried out along the angle  $\theta$  at a fixed angle  $\varphi$  and vice versa are calculated. The effective nonlinear coefficient is determined. It is shown that their maximum value is achieved at a polar angle  $\theta = 90^\circ$  and type-II phase-matching. For the case of generation of eye-safe radiation the spectral and angular phase matching widths were estimated, as well as gain widths of KTA-OPO under monochromatic pumping.

**Keywords:** optical parametric generation, KTA crystal, phase matching

**For citation.** Dashkevich U. I., Rusak A. A., Timofeeva G. I., Shkadarevich A. P., Apanasevich P. A., Orlovich V. A. Optical parametric generation in biaxial KTA crystal under pumping by YAG:Nd laser in arbitrary directions. *Vestsi Natsyional'nai akademii navuk Belarusi. Seriya fizika-matematychnykh navuk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physics and Mathematics series*, 2021, vol. 57, no. 3, pp. 374–384 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1561-2430-2021-57-3-374-384>

**Введение.** Двуосные нелинейно-оптические кристаллы калий-титанил арсената  $\text{KTiOAsO}_4$  (далее КТА), являющиеся изоморфной разновидностью хорошо известных кристаллов калий-титанил фосфата  $\text{KTiOPo}_4$  (КТР), весьма привлекательны для работающих в области лазерной физики исследователей с точки зрения создания высокоэффективных безопасных для глаз параметрических генераторов света (ПГС), накачиваемых излучением Nd-содержащих лазеров. Это объясняется тем, что кристаллы КТА в отличие от кристаллов КТР характеризуются более широкой полосой спектральной прозрачности, что исключает в КТА ПГС сильное поглощение

в нелинейных кристаллах холостой волны и связанное с ним проявление термооптических эффектов, ограничивающих выходную мощность КТР ПГС.

Однако до настоящего времени сведения о свойствах фазового синхронизма в кристаллах КТА при накачке излучением Nd-содержащих лазеров ( $\lambda_p = 1064$  нм) представлены в литературе не в полной мере. В первую очередь это касается перестроечных характеристик ПГС и эффективных нелинейных коэффициентов при произвольных направлениях трехволнового коллинеарного взаимодействия в кристалле КТА. Данные о перестроечных кривых и нелинейных коэффициентах проанализированы только для случаев параметрической генерации света в главных плоскостях оптической индикатрисы кристалла КТА – XZ и YZ [1–4]. Это объясняется тем, что кристаллы КТА с вырезкой, которая обеспечивает коллинеарное трехчастотное взаимодействие в главных плоскостях оптической индикатрисы, традиционно используются для построения либо безопасных для глаз ПГС [3], либо перестраиваемых ПГС, применяемых для накачки последующих ПГС на кристаллах  $ZnGeP_2$  и  $CdSe$  и обеспечивающих генерацию перестраиваемого излучения в средней ИК-области спектра (3–11 мкм) [5, 6]. В то же время информация о перестроечных кривых и нелинейных коэффициентах при произвольных направлениях трехчастотного взаимодействия в кристалле КТА весьма актуальна и крайне необходима, поскольку достаточно широкий диапазон спектральной прозрачности КТА (0,35–5,3 мкм на «0» уровне пропускания [7]) указывает на потенциальную возможность создания с помощью кристаллов КТА ПГС, способных генерировать излучение в коротковолновой области среднего ИК-диапазона спектра ( $\lambda \sim 2\text{--}5$  мкм).

В данной работе для кристалла КТА произведен расчет нелинейных коэффициентов и перестроечных кривых, определяющих длины сигнальной и холостой волн при коллинеарном трехчастотном взаимодействии, в зависимости от направления волновой нормали  $s_p$  накачки с длиной волны 1064 нм (Nd:YAG-лазер), определена спектральная и угловая ширина синхронизма при генерации безопасного для глаз излучения при накачке вдоль главных осей кристалла  $X$  и  $Y$ , оценена полоса усиления ПГС, указывающая на возможную ширину спектра параметрической генерации при монохроматической накачке.

В двусных кристаллах направление волновых нормалей обычно задается [7] полярным углом  $\theta$  и азимутальным углом  $\varphi$ , где  $\theta$  – угол между волновым вектором и диэлектрической осью  $Z$  оптической индикатрисы,  $\varphi$  – угол между проекцией волнового вектора на плоскость  $XU$  и осью  $X$  оптической индикатрисы. Отметим, что для кристалла КТА, относящегося к положительному двусному кристаллу симметрии  $mm2$ , главные диэлектрические оси  $X, Y, Z$  (оси оптической индикатрисы) совпадают с кристаллографическими осями  $a, b, c$ .

Известно [8], что структура прозрачной анизотропной среды допускает распространение в любом данном направлении двух изонормальных ортогонально поляризованных плоских монохроматических волн, обладающих различными фазовыми скоростями, т. е. волн, для которых среда характеризуется двумя различными показателями преломления. Эти два показателя преломления имеют вид [9]

$$n^{(\pm)} = \left[ \frac{1}{2} \left( p \pm \sqrt{p^2 - 4q} \right) \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (1)$$

где величины  $p$  и  $q$  определяются значениями главных показателей преломления  $N_x, N_y, N_z$  и углами  $\theta$  и  $\varphi$ :

$$p = (N_y^{-2} + N_z^{-2}) \sin^2 \theta \cos^2 \varphi + (N_x^{-2} + N_z^{-2}) \sin^2 \theta \sin^2 \varphi + (N_x^{-2} + N_y^{-2}) \cos^2 \theta, \quad (2)$$

$$q = (N_y^{-2} N_z^{-2}) \sin^2 \theta \cos^2 \varphi + (N_x^{-2} N_z^{-2}) \sin^2 \theta \sin^2 \varphi + (N_x^{-2} N_y^{-2}) \cos^2 \theta. \quad (3)$$

Направление колебаний (поляризации) для указанных выше волн, распространяющихся по данному направлению волновой нормали  $\mathbf{k}$ , согласно [8], можно найти, воспользовавшись эллипсоидом нормалей (оптической индикатрисой). Через начало координат этого эллипсоида

проводится плоскость, перпендикулярная  $\mathbf{k}$ . Сечение эллипсоида нормалей такой плоскостью представляет собой эллипс, направление главных осей которого указывает на направление колебаний, а длины полуосей обратно пропорциональны соответствующим фазовым скоростям  $v_\phi = c/n^{(\pm)}$ , т. е. прямо пропорциональны показателям преломления  $n$ , определяемым формулой (1).

При коллинеарном взаимодействии волны накачки  $(\omega_p, \mathbf{k}_p)$ , сигнальной  $(\omega_s, \mathbf{k}_s)$  и холостой  $(\omega_i, \mathbf{k}_i)$  волн условие фазового синхронизма имеет вид

$$\omega_p n_p = \omega_s n_s + \omega_i n_i. \quad (4)$$

Поскольку, как следует из (1),  $n^{(+)}(\omega) < n^{(-)}(\omega)$ , то для удовлетворения условия коллинеарного синхронизма (4) в области нормальной дисперсии  $(\omega_p > \omega_s > \omega_i)$  волна накачки должна иметь меньший показатель преломления  $n_p^+$  и соответственно большую фазовую скорость, т. е. быть быстрой (fast) f-волной. При этом, как и в [7], будем считать, что синхронизм (4) выполняется для типов I и II коллинеарного трехволнового взаимодействия.

В случае взаимодействия типа I, при котором быстрая волна накачки вызывает генерацию медленных (slow) сигнальной и холостой s-волн (взаимодействие типа f  $\rightarrow$  ss [7]) из (4) следует

$$\frac{n_p^{(+)}}{\lambda_p} = \frac{n_s^{(-)}}{\lambda_s} + \frac{n_i^{(-)}}{\lambda_i}. \quad (5)$$

Поскольку сигнальная и холостая волны являются медленными s-волнами, то, согласно вышеизложенному правилу из [8], они имеют одинаковую поляризацию, ортогональную поляризации волны накачки.

В случае взаимодействия типа II возможны два варианта его реализации: взаимодействие f  $\rightarrow$  fs (синхронизм типа IIa) и взаимодействие f  $\rightarrow$  sf (синхронизм типа IIб) [7]. При выполнении синхронизма типа IIa волна накачки вызывает генерацию быстрой сигнальной волны, а синхронизма типа IIб – медленной сигнальной волны.

При взаимодействиях типа II сигнальная и холостая волны имеют разную поляризацию и в соответствии с (4) для синхронизмов типов IIa и IIб соответственно можно записать следующие уравнения:

$$\frac{n_p^{(+)}}{\lambda_p} = \frac{n_s^{(+)}}{\lambda_s} + \frac{n_i^{(-)}}{\lambda_i}, \quad (6a)$$

$$\frac{n_p^{(+)}}{\lambda_p} = \frac{n_s^{(-)}}{\lambda_s} + \frac{n_i^{(+)}}{\lambda_i}. \quad (6б)$$

На основе выражений (1), (3) и (4), дополненных вытекающим из закона сохранения энергии соотношением

$$\frac{1}{\lambda_p} = \frac{1}{\lambda_s} + \frac{1}{\lambda_i}, \quad (7)$$

был произведен компьютерный расчет перестроечных зависимостей для произвольных направлений распространения излучения накачки ( $\lambda_p = 1064$  нм, Nd:YAG-лазер) в двусосном кристалле КТА. Дисперсия показателя преломления в кристалле КТА учитывалась с использованием уравнений Селмейера  $n_k^2 = A_k + B_k / (1 - C_k^2 / \lambda^2) - D_k \lambda^2$ , где индекс  $k = x, y, z$ , а  $\lambda$  – длина волны в вакууме, выраженная в микрометрах, а  $A_k, B_k, C_k$  и  $D_k$  – коэффициенты, значения которых приведены в [1].

Перестроечные кривые в случае, когда перестройка длин волн сигнала и накачки  $\lambda_s$  и  $\lambda_p$  осуществляется путем изменения полярного угла  $\theta$  при фиксированном азимутальном угле  $\varphi$ , приведены на рис 1, где кривые I описывают перестройку в главной плоскости кристалла XZ

( $\varphi = 0^\circ$ ), а крывыя 5 – соответственно в главной плоскости  $YZ$  ( $\varphi = 90^\circ$ ). Кривые, расположенные между линиями 1 и 5, дают сведения о длинах волн параметрической генерации, реализующихся при произвольных направлениях трехчастотного коллинеарного взаимодействия в области, ограниченной указанными главными плоскостями. В главных плоскостях двуосный кристалл подобен одноосному [3], и процесс параметрической генерации можно рассматривать с точки зрения взаимодействия обыкновенной (о) и необыкновенных (е) волн, поляризованных соответственно перпендикулярно и параллельно главной плоскости [10]. Согласно изложенному в [8] правилу определения направлений колебаний (поляризации) и фазовых скоростей для двух вышеуказанных изонормальных волн, в плоскости  $XZ$  ( $\varphi = 0^\circ$ ) при перестройке по углу  $V_z \leq \theta \leq 90^\circ$  ( $2V_z$  – угол между оптическими осями кристалла) и  $0 \leq \varphi \leq 90^\circ$ , условия (5) и (6) выполняются для волны накачки, электрический вектор которой параллелен главной плоскости  $XY$ , т. е. для обыкновенной о-волны, Таким образом, кривые 1 и 5 (рис. 1, а) соответствуют  $o_p \rightarrow e_s e_i$  синхронизму типа I, а кривые 1 и 5 (рис. 1, б) – синхронизму типов IIа ( $o_p \rightarrow o_s e_i$ ) и IIб ( $o_p \rightarrow e_s o_i$ ). Следует отметить, что синхронизм  $o_p \rightarrow o_s e_p$  типа IIа традиционно используется для реализации безопасных для глаз КТА ПГС, генерирующих сигнальную волну на  $\lambda = 1,535$  мкм. Также отметим, что в литературе синхронизм типа IIб иногда считается синхронизмом типа III, например [4]. Из рис. 1, а видно, что для кристалла КТА существует множество направлений распространения волны накачки, удовлетворяющих условиям  $0 \leq \varphi \leq 90^\circ$ ,  $27,3^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$  и обеспечивающих при выполнении фазового синхронизма типа I возможность при  $\lambda_p = 1,064$  мкм параметрической генерации света при изменении полярного угла  $\theta$  с перестройкой (для сигнальной и холостой волн) в пределах от 1,23 мкм ( $\varphi = 90^\circ$ ) или от 1,29 мкм ( $\varphi = 0^\circ$ ) до 5 мкм. Следует отметить, что при расчетах перестроечных кривых длины волн свыше 5 мкм не учитывались, поскольку находились за пределами диапазона прозрачности кристалла КТА. Точка перегиба приведенных на рис. 1, а перестроечных кривых соответствует в условиях синхронизма типа I вырожденной параметрической генерации ( $\lambda_s = \lambda_i$ ). Как видно, при уменьшении азимутального угла  $\varphi$  точка вырождения смещается в сторону меньших полярных углов  $\theta$ .

Из данных рис. 1, б следует, что для кристалла КТА также характерен целый спектр направлений трехчастотного коллинеарного взаимодействия, вдоль которых параметрическая генерация реализуется в условиях выполнения волнового синхронизма типа II, при этом независимо от азимутального угла  $\varphi$  путем вариации полярного угла  $\theta$  возможна широкая область ее перестройки. Так, например, при  $\varphi = 60^\circ$  путем изменения  $\theta$  от  $90^\circ$  до  $36,2^\circ$  можно получить широкую область перестройки: для сигнальной волны в пределах 1,51–5 мкм, для холостой волны – 3,6–1,35 мкм. Кроме того, в случае реализации параметрической генерации при выполнении синхронизма типа II при углах  $\theta < 55^\circ$  и произвольных углах  $\varphi$  зависимости  $\lambda_s(\theta)$  и  $\lambda_i(\theta)$  являются достаточно

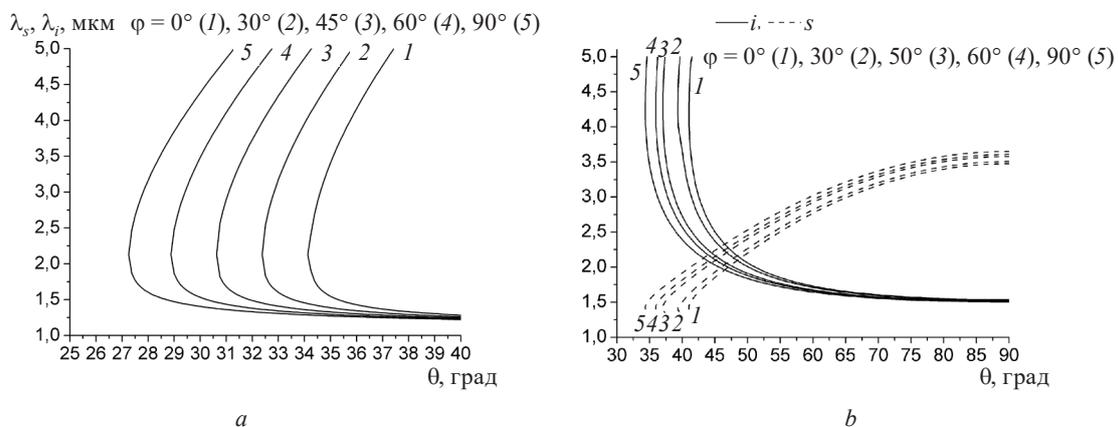


Рис. 1. Зависимость длин сигнальной и холостой волн  $\lambda_s$  и  $\lambda_i$  от полярного угла  $\theta$  при различных фиксированных азимутальных углах  $\varphi$  в случае выполнения синхронизма типа I (а) и типа II (б)

Fig. 1. Dependence of the signal ( $\lambda_s$ ) and idler ( $\lambda_i$ ) wavelengths on the polar angle  $\theta$  for various fixed azimuth angles  $\varphi$  at the type I (a) and type II (b) phase matching

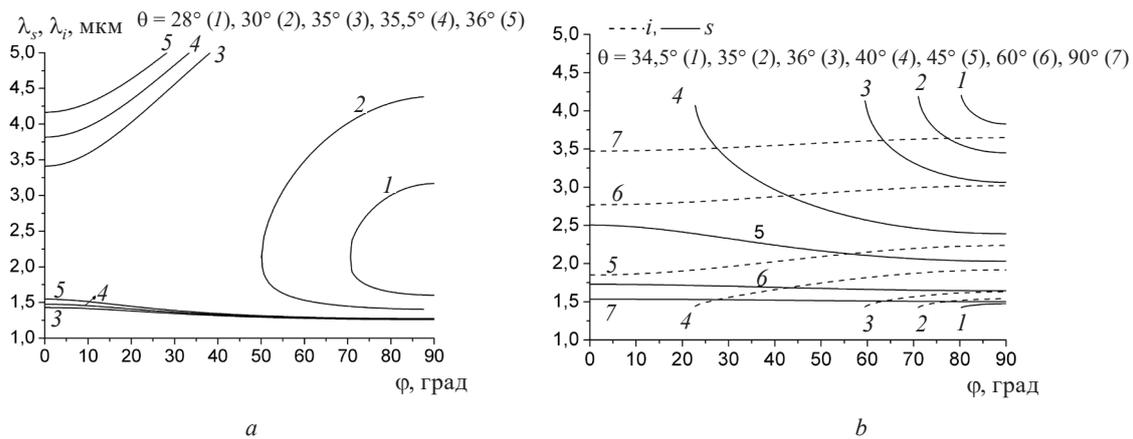


Рис. 2. Зависимость длин сигнальной и холостой волн  $\lambda_s$  и  $\lambda_i$  от азимутального угла  $\varphi$  при различных фиксированных полярных углах  $\theta$  в случае выполнения синхронизма типа I (a) и типа II (b)

Fig. 2. Dependence of the signal and idler wavelengths  $s$  and  $i$  on the azimuth angle  $\varphi$  at various fixed polar angles  $\theta$  in the case of synchronism of type I (a) and type II (b)

сильными, что позволяет осуществлять широкодиапазонную перестройку длин генерируемых волн при достаточно малых углах поворота кристалла. Например, при выполнении синхронизма типа II в главной плоскости  $XZ$  поворот нелинейного кристалла КТА, вызывающий изменение угла  $\theta$  внутри него от  $50^\circ$  до  $41,2^\circ$ , способен обеспечить перестройку длины сигнальной волны от 2,05 до 4,75 мкм. При этом длина холостой волны будет изменяться от 2,21 до 1,48 мкм.

Рис. 1, *b* также иллюстрирует, что при фазовом синхронизме типа II перестройка по углу  $\theta$  может обеспечить осуществление вырожденной параметрической генерации ( $\lambda_s = \lambda_i$  – точки пересечения сплошных и пунктирных перестроечных кривых). В плоскости  $XZ$  вырожденная генерация с длиной волны  $\lambda_D = \lambda_s = \lambda_i = 2,128$  мкм реализуется при угле  $\theta_D = 49^\circ$ . При увеличении азимутального угла  $\varphi$  точка вырождения  $\theta_D$  смещается в сторону меньших углов  $\theta$ , составляя в плоскости  $YZ$   $43,2^\circ$ .

На рис. 2 представлен вид перестроечных кривых в случае изменения азимутального угла  $\varphi$  при различных фиксированных полярных углах  $\theta$ . Видно, что взаимодействие в главной плоскости  $XU$  ( $\theta = 90^\circ$ ) характеризуется достаточно малой областью перестройки. Расчетные кривые 7 на рис 2, *b* соответствуют  $e_p \rightarrow e_s o_i$  и  $e_p \rightarrow o_s e_i$  видам синхронизма, для которых при изменении угла  $\varphi$  в пределах  $0-90^\circ$  длина сигнальной волны перестраивается в пределах 1,5–1,53 мкм, длина холостой – 3,48–3,65 мкм. Незначительная область перестройки объясняется тем, что в плоскости  $XU$  ( $\theta = 90^\circ$ ) двулучепреломление достаточно мало, чтобы скомпенсировать дисперсию в широкой спектральной области. С уменьшением угла  $\theta$  двулучепреломление возрастает, приводя к увеличению диапазона перестройки генерируемых длин волн. Так, например, при  $\theta = 40^\circ$  (кривые 4 на рис. 2, *b*) при изменении угла  $\varphi$  в пределах от  $90^\circ$  до  $22,9^\circ$  длина сигнальной волны перестраивается в пределах 2,4–4,1 мкм, длина холостой – 1,92–1,45 мкм.

Кривые 3–5 на рис. 2, *a*, а также данные рис. 1, *a* показывают, что путем реализации в кристалле КТА синхронизма типа I можно обеспечить параметрическую генерацию с длиной волны вблизи 5 мкм.

Таким образом, для произвольных направлений параметрического преобразования в двуосном кристалле КТА рассчитаны перестроечные кривые, которые позволяют определить диапазон изменения длин сигнальной и холостой волн для синхронизма типов I и II и произвольных углов  $\theta$  и  $\varphi$  в случаях, когда перестройка осуществляется по углу  $\theta$  при фиксированном угле  $\varphi$  и наоборот. Проведенные расчеты показывают, что имеются углы вырезки кристалла КТА, при которых ПГС при накачке Nd:YAG-лазером ( $\lambda = 1,064$  мкм) способен обеспечить генерацию излучения в коротковолновой области среднего ИК-диапазона спектра с перестройкой в области 2–5 мкм.

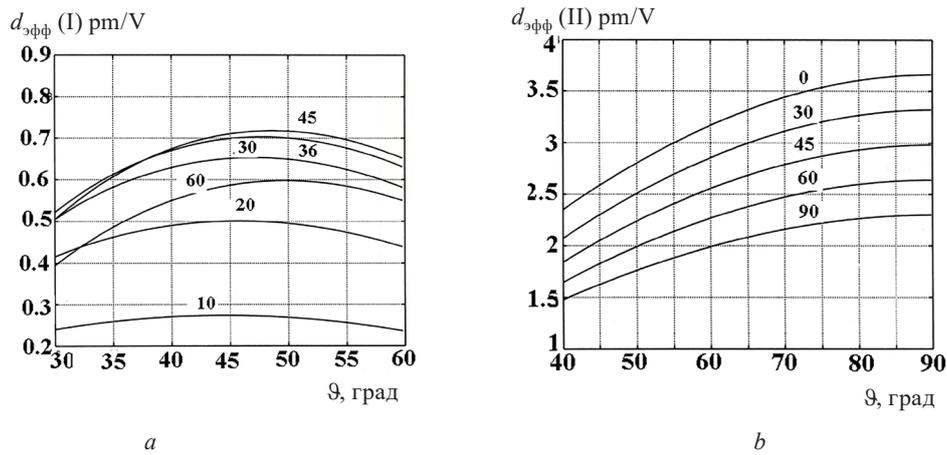


Рис. 3. Зависимости эффективного нелинейного коэффициента  $d_{\text{эфф}}$  от угла синхронизма  $\theta$  при фиксированном угле  $\varphi$  для кристалла КТА в случае выполнения синхронизма типа I (a) и типа II (b); значения фиксированных углов  $\varphi$  указаны над кривыми или под ними

Fig. 3. Dependences of the KTA crystal effective nonlinear coefficient  $d_{\text{eff}}$  on the phase matching angle  $\theta$  for a fixed angle  $\varphi$  at the type I (a) and type II (b) phase matching; fixed angles  $\varphi$  are indicated by curves

**Эффективные нелинейные коэффициенты.** Выполнение условия фазового синхронизма является необходимым, но недостаточным условием получения эффективной параметрической генерации, поскольку КПД параметрического преобразования зависит от эффективных нелинейных коэффициентов  $d_{\text{эфф}}$ , которые являются свертками тензора квадратичных восприимчивостей  $d_{ijk}$  с единичными векторами  $p$  поляризаций накачки, сигнальной и холостой волн ( $|p| = 1$ ). В общем случае данные коэффициенты имеют вид [7]

$$d_{\text{эфф}} = \sum_i p_i \sum_j \sum_k d_{ijk} p_j p_k \tag{8}$$

Конкретный вид эффективных нелинейных коэффициентов  $d_{\text{эфф}}$  в направлении синхронизма для орторомбических двусосных кристаллов точечной группы  $mm2$  в случае соответствия кристаллооптических осей  $X, Y, Z$  кристаллографическим осям  $a, b, c$  получен в работе [11] (формулы (20) и (21)). Именно указанные выражения (20) и (21) из [11] были использованы для расчета  $d_{\text{эфф}}$  в кристалле КТА при произвольных направлениях накачки. При этом при расчетах использовались отличные от нуля экспериментально измеренные значения элементов тензора квадратичной восприимчивости. Их значения, взятые из [12], с учетом условия Клеймана, равны  $d_{15} = d_{31} = 2,3$  пм/В,  $d_{24} = d_{32} = 3,66$  пм/В,  $d_{33} = 15,5$  пм/В.

Результаты расчетов эффективных нелинейных коэффициентов  $d_{\text{эфф}}$  для кристалла КТА представлены на рис. 3. В случае взаимодействия типа I  $d_{\text{эфф}} = 0$  в плоскости  $YZ$  и плоскости  $ZX$  при  $\theta > V_z$  [10]. При отличных от нуля значениях  $d_{\text{эфф}}$  зависимости  $d_{\text{эфф}}(\theta, \varphi)$  характеризуются максимумами (рис. 3, a), наибольшее значение которых при  $\theta = 48,9^\circ$  и  $\varphi = 45^\circ$  составляет 0,718 пм/В. Данные рис. 3, a и b показывают, что при реализации синхронизма II  $d_{\text{эфф}}$  более чем в 5 раз выше, чем при реализации синхронизма типа I. При этом при произвольном значении угла  $\varphi$  нелинейные коэффициенты  $d_{\text{эфф}}$  возрастают с увеличением угла  $\theta$ , достигая своего наибольшего значения при  $\theta = 90^\circ$  (см. рис. 3, b). Максимальное значение  $d_{\text{эфф}}$  реализуется в главной плоскости  $XZ$  ( $\varphi = 0^\circ$ ), а минимальное – в плоскости  $YZ$ . Таким образом, параметрическое преобразование типа II вдоль оси  $X$  является более эффективным, чем вдоль оси  $Y$ , в  $(d_{24}/d_{15})^2 \approx 35,5$  раза.

**Угловая ширина синхронизма при накачке вдоль осей X и Y (при генерации безопасного для глаз излучения).** Из данных рис. 1, b следует, что при накачке на  $\lambda_p = 1064$  нм вдоль главных осей  $X$  и  $Y$  кристалл КТА способен обеспечивать генерацию безопасной для глаз сигнальной волны соответственно с длиной волны 1534 и 1502 нм. Для достижения высокой эффективности параметрического преобразования важно, чтобы расходимость излучения накачки не пре-

вышла угловую ширину синхронизма. В случае отклонения от направления точного фазового синхронизма  $(\theta_c, \varphi_c)$  процесс параметрического преобразования протекает в условиях наличия фазовой расстройки:

$$\Delta k = 2\pi \left( \frac{n_p}{\lambda_p} - \frac{n_s}{\lambda_s} - \frac{n_i}{\lambda_i} \right). \quad (9)$$

В случае наличия по каким-то параметрам  $\zeta_i$ , определяющим такие величины, как азимутальный и полярный углы, температуру, длину волны излучения накачки и волновой расстройки, ее можно записать в виде разложения в ряд:

$$\Delta k = \Delta k(\zeta_i^0) + \sum_i \frac{\partial \Delta k(\zeta_i^0)}{\partial \zeta_i} \Delta \zeta_i + \frac{1}{2} \sum_i \frac{\partial^2 \Delta k(\zeta_i^0)}{\partial \zeta_i^2} (\Delta \zeta_i)^2 + \dots, \quad (10)$$

где  $\Delta k(\zeta_i^0)$  – расстройка в точке точного синхронизма (следовательно,  $\Delta k(\zeta_i^0) = 0$ ).

Считается, что допустимая расходимость излучения накачки  $\Delta\theta = 2\delta\theta$  и  $\Delta\varphi = 2\delta\varphi$ , где  $\delta\theta$  и  $\delta\varphi$  – углы отклонения, при которых мощность преобразованного излучения уменьшается вдвое. Это имеет место тогда, когда волновая расстройка [7]

$$\Delta k = 0,886\pi/l, \quad (11)$$

где  $l$  – длина кристалла

В случае линейной аппроксимации (учет только первых производных) уравнения (9)–(11) позволяют получить следующие выражения для угловых ширин синхронизма:

$$\Delta\theta l = \frac{0,886}{\lambda_p^{-1} \frac{\partial n_p}{\partial \theta} - \lambda_s^{-1} \frac{\partial n_s}{\partial \theta} - \lambda_i^{-1} \frac{\partial n_i}{\partial \theta}}, \quad (12)$$

$$\Delta\varphi l = \frac{0,886}{\lambda_p^{-1} \frac{\partial n_p}{\partial \varphi} - \lambda_s^{-1} \frac{\partial n_s}{\partial \varphi} - \lambda_i^{-1} \frac{\partial n_i}{\partial \varphi}}. \quad (13)$$

Для каждого из типов взаимодействия входящие в (12) и (13) производные  $\frac{\partial n_{\pm}}{\partial \zeta}$  ( $\zeta = \theta, \varphi$ ), согласно формуле (1), определяются выражением

$$\frac{\partial n_{\pm}}{\partial \zeta} = \sqrt{2} \left( p \pm \sqrt{p^2 - 4q} \right)^{-\frac{1}{2}} \left( \frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial \zeta} \pm \frac{\frac{\partial p}{\partial \zeta} - 2 \frac{\partial q}{\partial \zeta}}{\sqrt{p^2 - 4q}} \right). \quad (14)$$

Входящие в (14) производные  $\frac{\partial p}{\partial \zeta}$  и  $\frac{\partial q}{\partial \zeta}$  определяются из формул (2) и (3).

Из (14) следует, что в случаях накачки вдоль осей  $X$  и  $Y$  (соответственно  $\theta = 90^\circ$ ,  $\varphi = 0^\circ$  и  $\theta = 90^\circ$ ,  $\varphi = 90^\circ$ ) входящие в (10) первые производные  $\frac{\partial \Delta k}{\partial \theta}$  и  $\frac{\partial \Delta k}{\partial \varphi}$  равны 0. В том случае, когда в разложении (10) первые производные  $\sum_i \frac{\partial \Delta k(\zeta_i^0)}{\partial \zeta_i} \Delta \zeta_i$  равны 0, реализующийся фазовый синхронизм классифицируется как некритический фазовый синхронизм (НКФС) [13] и для оценки его ширины следует учитывать вторые производные. Тогда, согласно (10) с учетом  $\Delta k(\zeta_i^0) = 0$  и (11), угловые ширины синхронизмов вдоль осей  $X$  и  $Y$  определяются выражениями

$$\Delta\theta\sqrt{l} = \left( 1,772\pi \left( \frac{\partial^2 \Delta k}{\partial \theta^2} \right)^{-1} \right)^{\frac{1}{2}}, \tag{15}$$

$$\Delta\varphi\sqrt{l} = \left( 1,772\pi \left( \frac{\partial^2 \Delta k}{\partial \varphi^2} \right)^{-1} \right)^{\frac{1}{2}}. \tag{16}$$

Например, из (15) и (16) следует, что в случае НКФС типа II вдоль оси X, когда волна накачки и сигнальная волна поляризованы вдоль оси Y, а холостая волна – вдоль оси Z, допустимая расходимость накачки в плоскости XZ  $\Delta\theta\sqrt{l}$  составляет 90 мрад · см<sup>1/2</sup>. В плоскости XY допустимая расходимость накачки следующая:  $\Delta\varphi\sqrt{l} = 335$  мрад · см<sup>1/2</sup>. Аналогично при накачке вдоль оси Y, когда накачка и холостая волна поляризованы вдоль оси X, а сигнальная волна – вдоль оси Z, допустимая расходимость накачки характеризуется следующими величинами:  $\Delta\theta\sqrt{l} = 95$  мрад · см<sup>1/2</sup> и  $\Delta\varphi\sqrt{l} = 345$  мрад · см<sup>1/2</sup>.

**Ширина полосы усиления КТА ПГС.** Данный параметр указывает на возможную ширину спектра генерации ПГС при его накачке монохроматическим излучением, или же демонстрирует то обстоятельство, что узкополосная генерация ПГС может быть достигнута лишь при построении ПГС на основе резонатора, содержащего дисперсионные элементы, или же путем инъекции в резонатор ПГС узкополосного затравочного излучения. При монохроматической накачке ( $\lambda_p = \text{const}$ ) изменение фазовых условий генерации характеризуются тем, что длины сигнальной и холостой волн смещаются в противоположных направлениях, удовлетворяя согласно закону сохранения энергии (7) соотношению

$$\Delta\lambda_s = -\frac{\lambda_s^2}{\lambda_i^2} \Delta\lambda_i. \tag{17}$$

Тогда, исходя из уравнения (9), условий (11) и (17), можно получить, что на уровне 0,5 максимального усиления ширина полосы усиления КТА ПГС определяется выражением

$$\Delta\lambda_s l = 0,886\lambda_s^2 \left[ -\frac{dn_s}{d\lambda_s} \lambda_s + n_s + \frac{dn_i}{d\lambda_i} \lambda_i - n_i \right]^{-1}. \tag{18}$$

Рассчитанная по формуле (18) ширина полосы усиления КТА ПГС, характеризующегося синхронизмом типа IIa, приведена рис. 4. Видно, что ширина полосы усиления и, следовательно, возможная ширина спектра генерации ПГС возрастают с увеличением длины сигнальной волны.

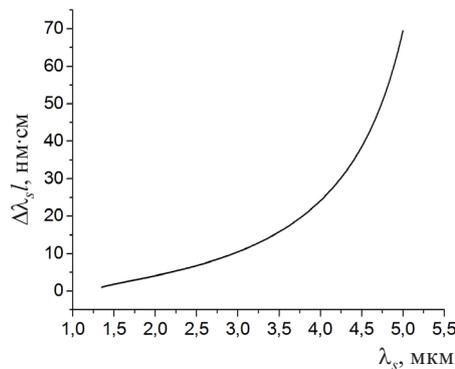


Рис. 4. Полоса усиления КТА ПГС в зависимости от длины сигнальной волны при выполнении синхронизма типа IIa в условиях монохроматической накачки в плоскости XZ

Fig. 4. Dependence of the KTA OPO gain band as a function on the signal wavelength for the type II phase matching and monochromatic pumping in the X-Z plane

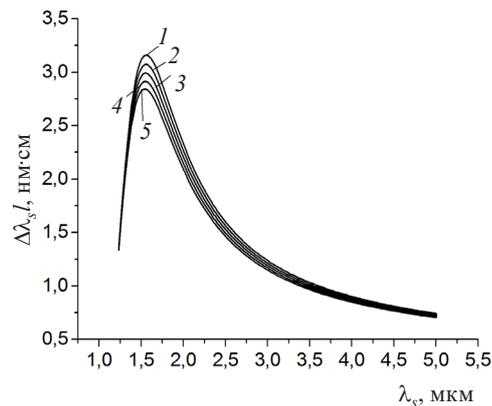


Рис. 5. Зависимость спектральной ширины синхронизма  $\Delta\lambda_p l$  от длины сигнальной волны  $\lambda_s$  при синхронизме типа II и значениях азимутального угла  $\varphi$ , равного  $0^\circ$  (1),  $30^\circ$  (2),  $45^\circ$  (3),  $60^\circ$  (4),  $90^\circ$  (5)

Fig. 5. Dependence of the spectral matching width  $\Delta\lambda_p l$  on the signal wavelength  $\lambda_s$  for the type II phase matching and the azimuth angle  $\varphi$  equal to  $0^\circ$  (1),  $30^\circ$  (2),  $45^\circ$  (3),  $60^\circ$  (4),  $90^\circ$  (5)

**Спектральная ширина синхронизма.** Допустимая некогерентность накачки определяется спектральной шириной синхронизма [7]. Если в процессе генерации длина волны накачки испытывает смещение, то соответственно смещаются и длины волн сигнальной и холостой волн, и, следовательно, параметрическая генерация протекает в условиях волновой расстройки (9). Используя выражения (9) и (11), можно определить спектральную ширину ( $\Delta\lambda_p l$ ) синхронизма. Здесь необходимо отметить, что при определении ( $\Delta\lambda_p l$ ) обычно полагают [13], что выполняется связанное с законом сохранения энергии соотношение

$$\Delta\lambda_p : \Delta\lambda_s : \Delta\lambda_i = \lambda_p : \lambda_s : \lambda_i. \quad (19)$$

Учитывая (19), из (9) и (11) получаем, что спектральная ширина синхронизма определяется выражением

$$\Delta\lambda_p l = 0,886\lambda_p^2 \left[ \frac{dn_p}{d\lambda_p} \lambda_p - n_p - \left( \frac{dn_s}{d\lambda_s} \lambda_s - n_s \right) \frac{\lambda_p}{\lambda_s} - \left( \frac{dn_i}{d\lambda_i} \lambda_i - n_i \right) \frac{\lambda_p}{\lambda_i} \right]^{-1}. \quad (20)$$

Результаты компьютерных расчетов с использованием (20) показывают (рис. 5), что в случае  $\theta = 90^\circ$  кристалл КТА обладает значительной спектральной шириной синхронизма. Так, для ПГС с синхронизмом типа II при накачке  $\lambda_p = 1064$  нм в плоскости  $XZ$  ( $\varphi = 0^\circ$ ) кристалла КТА спектральная ширина  $\Delta\lambda_p l$  возрастает от 1,33 до 3,16 нм при изменении длины волны сигнала от 1,22 до 1,57 мкм. При дальнейшем увеличении генерируемой  $\lambda_s$  параметр  $\Delta\lambda_p l$  уменьшается (рис. 5, кривая 1).

**Заключение.** Для произвольных направлений параметрического преобразования в двуосном кристалле КТА с накачкой излучением YAG:Nd-лазера ( $\lambda_p = 1,064$  мкм) получены перестроечные кривые, эффективные нелинейные коэффициенты, определена спектральная и угловая ширина синхронизма при генерации безопасного для глаз излучения при накачке вдоль главных осей кристалла  $X$  и  $Y$ , а также оценена полоса усиления ПГС, показывающая возможную ширину спектра параметрической генерации при монохроматической накачке. Приведенные в работе перестроечные кривые позволяют определить диапазон изменения сигнальной и холостой волн для синхронизмов типов I и II и произвольных полярных углов  $\theta$  при фиксированном угле  $\varphi$  и наоборот.

Зависимость эффективных нелинейных коэффициентов  $d_{\text{эфф}}$  от направления взаимодействия показывает, что экстремальные (максимальные) значения  $d_{\text{эфф}}$  для КТА ПГС осуществляются при 90-градусном по углу  $\theta$  синхронизме типа II. Проведенные оценки показывают, что в случае генерации безопасного для глаз излучения кристалл КТА обладает значительной спектральной и большой угловой шириной синхронизма.

**СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ**

1. Infrared corrected Sellmeier coefficients for potassium titanyl arsenate / D. L. Fenimore [et al.] // *J. Opt. Soc. Am. B.* – 1995. – Vol. 12, № 5. – P. 794–796. <https://doi.org/10.1364/josab.12.000794>
2. High energy and high efficiency 3.4  $\mu\text{m}$  extracavity KTA optical parametric oscillator / Q. B. Sun [et al.] // *Laser Phys. Lett.* – 2011. – Vol. 8, № 1. – P. 16–20. <https://doi.org/10.1002/lapl.201010083>
3. Electro-optic Q-switched intracavity optical parametric oscillator at 1.53  $\mu\text{m}$  based on  $\text{KTiOAsO}_4$  / H. Zhu [et al.] // *Opt. Commun.* – 2009. – Vol. 282, № 4. – P. 601–604. <https://doi.org/10.1016/j.optcom.2008.09.088>
4.  $\text{KTiOPO}_4$ ,  $\text{KTiOAsO}_4$ ,  $\text{KNbO}_3$  crystals for mid-infrared femtosecond optical parametric amplifiers: analysis and comparison / S. Cussat-Blanc [et al.] // *Appl. Phys. B.* – 2000. – Vol. 70. – P. S247–S252. <https://doi.org/10.1007/s003400000313>
5. Recent Advances in Solid State Lasers and Nonlinear Optics for Remote Sensing / P. F. Moulton [et al.] // *Lidar Remote Sensing for Industry and Environment Monitoring III (Conference 4893) SPIE's Third International Asia-Pacific Environmental Remote Sensing Symposium 2002 Hangzhou, China, October 25, 2002.* <https://doi.org/10.1117/12.466664>
6. Tandem OPO Source Generating 1.5–10  $\mu\text{m}$  Wavelengths / Y. Isyanova [et al.] // *J. Opt. Soc. Am.* – 1996. – Vol. 1. – P. 174–176.
7. Dmitriev, V. G. *Handbook of Nonlinear Optical Crystals* / V. G. Dmitriev, G. G. Gurzadyan, D. N. Nikogosyan. – Berlin: Springer, 1997. – 414 p. <https://doi.org/10.1007/978-3-540-46793-9>
8. Борн, М. Основы оптики / М. Борн, Э. Вольф. – М.: Наука, 1973. – 721 с.
9. Shigorin, V. D. Phase-matched directions in generation of second harmonics in biaxial crystals / V. D. Shigorin, G. P. Shipulo // *J. Quantum Electron.* – 1976. – Vol. 6, № 9. – P. 1115. <http://doi.org/10.1070/QE1976v006n09ABEH011852>
10. Бокуть, Б. В. Оптическое смешение на двусосных кристаллах / Б. В. Бокуть // *Журн. прикладной спектроскопии.* – 1967. – Т. 7. – С. 621–624.
11. Dmitriev, V. G. Effective nonlinearity coefficients for three-wave interaction in biaxial crystals of mm2 point group symmetry / V. G. Dmitriev, D. N. Nikogosyan // *Opt. Commun.* – 1991. – Vol. 95, № 1/3. – P. 173–182. [https://doi.org/10.1016/0030-4018\(93\)90066-e](https://doi.org/10.1016/0030-4018(93)90066-e)
12. Pack, M. V. Measurement of the  $\chi^{(2)}$  tensors of  $\text{KTiOPO}_4$ ,  $\text{KTiOAsO}_4$ ,  $\text{RbTiOPO}_4$ , and  $\text{RbTiOAsO}_4$  crystals / M. V. Pack, D. J. Armstrong, A. V. Smith // *Appl. Opt.* – 2004. – Vol. 43, № 16. – P. 3319–3323. <https://doi.org/10.1364/ao.43.003319>
13. Roberts, D. A. Simplified characterization of uniaxial and biaxial nonlinear optical crystals: A plea for standardization of nomenclature and conventions / D. A. Roberts // *IEEE J. Quantum Electron.* – 1992. – Vol. 28, № 10. – P. 2057–2073. <https://doi.org/10.1109/3.159516>

**References**

1. Fenimore D. L., Schepler K. L., Ramabadran U. B., McPherson S. R. Infrared corrected Sellmeier coefficients for potassium titanyl arsenate. *Journal of the Optical Society of America B*, 1995, vol. 12, no 5, pp. 794–796. <https://doi.org/10.1364/josab.12.000794>
2. Sun Q. B., Liu H. J., Huang N., Ruan C., Zhu S. L., Zhao W. High energy and high efficiency 3.4  $\mu\text{m}$  extracavity KTA optical parametric oscillator. *Laser Physics Letters*, 2011, vol. 8, no 1, pp. 16–20. <https://doi.org/10.1002/lapl.201010083>
3. Zhu H., Zhang G., Huang C., Wang H., Wei Y., Lin Y., Huang L., Qiu G., Huang Y. Electro-optic Q-switched intracavity optical parametric oscillator at 1.53  $\mu\text{m}$  based on  $\text{KTiOAsO}_4$ . *Optics Communication*, 2009, vol. 282, no. 4, pp. 601–604. <https://doi.org/10.1016/j.optcom.2008.09.088>
4. Cussat-Blanc S., Ivanov A., Lupinski D., Freysz L.  $\text{KTiOPO}_4$ ,  $\text{KTiOAsO}_4$ ,  $\text{KNbO}_3$  crystals for mid-infrared femtosecond optical parametric amplifiers: analysis and comparison. *Journal of Applied Physics B*, 2000, vol. 70, pp. S247–S252. <https://doi.org/10.1007/s003400000313>
5. Moulton P. F., Dergachev A., Isyanova Y., Pati B., Rines G. Recent Advances in Solid State Lasers and Nonlinear Optics for Remote Sensing. *Lidar Remote Sensing for Industry and Environment Monitoring III (Conference 4893) SPIE's Third International Asia-Pacific Environmental Remote Sensing Symposium 2002 Hangzhou, China, October 25, 2002.* <https://doi.org/10.1117/12.466664>
6. Isyanova Y., Rines G. A., Welford D., Moulton P. F. Tandem OPO Source Generating 1.5–10  $\mu\text{m}$  Wavelengths. *Journal of the Optical Society of America*, 1996, vol. 1, pp. 174–176.
7. Dmitriev V. G., Gurzadyan G. G., Nikogosyan D. N. *Handbook of Nonlinear Optical Crystals*. Berlin, Springer, 1997. 414 p. <https://doi.org/10.1007/978-3-540-46793-9>
8. Born M., Vol'f E. *Principles of Optics*. Moscow, Nauka Publ., 1973. 720 p. (in Russian).
9. Shigorin V. D., Shipulo G. P. Phase-matched directions in generation of second harmonics in biaxial crystals. *Soviet Journal of Quantum Electronics*, 1976, vol. 6, no. 9, pp. 1115. <http://doi.org/10.1070/QE1976v006n09ABEH011852>
10. Bokuts B. V. Optical mixtur on biaxial crystals. *Zhurnal prikladnoi spektroskopii = Journal of Applied Spectroscopy*, 1967, vol. 7, pp. 621–624 (in Russian)
11. Dmitriev V. G., Nikogosyan D. N. Effective nonlinearity coefficients for three-wave interaction in biaxial crystals of mm2 point group symmetry. *Optics Communication*, 1991, vol. 95, no. 1–3, pp. 173–182. [https://doi.org/10.1016/0030-4018\(93\)90066-e](https://doi.org/10.1016/0030-4018(93)90066-e)
12. Pack M. V., Armstrong D. J., Smith A. V. Measurement of the  $\chi^{(2)}$  tensors of  $\text{KTiOPO}_4$ ,  $\text{KTiOAsO}_4$ ,  $\text{RbTiOPO}_4$ , and  $\text{RbTiOAsO}_4$  crystals. *Applied Optics*, 2004, vol. 43, no. 16, pp. 3319–3323. <https://doi.org/10.1364/ao.43.003319>
13. Roberts D. A. Simplified characterization of uniaxial and biaxial nonlinear optical crystals: A plea for standardization of nomenclature and conventions. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 1992, vol. 28, no. 10, pp. 2057–2073. <https://doi.org/10.1109/3.159516>

**Информация об авторах**

**Дашкевич Владимир Иванович** – кандидат физико-математических наук, ведущий научный сотрудник лаборатории нелинейной оптики, Институт физики им. Б. И. Степанова Национальной академии наук Беларуси (пр. Независимости, 68-2, 220072, г. Минск, Республика Беларусь). E-mail: v.dashkevich@dragon.bas-net.by

**Русак Анастасия Александровна** – научный сотрудник лаборатории нелинейной оптики, Институт физики им. Б. И. Степанова Национальной академии наук Беларуси (пр. Независимости, 68-2, 220072, г. Минск, Республика Беларусь). E-mail: bui.anastasiya@gmail.com

**Тимофеева Галина Ивановна** – кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник лаборатории нелинейной оптики, Институт физики им. Б. И. Степанова Национальной академии наук Беларуси (пр. Независимости, 68-2, 220072, г. Минск, Республика Беларусь). E-mail: g.timofeeva@dragon.bas-net.by

**Шкадаревич Алексей Петрович** – академик Национальной академии наук Беларуси, доктор физико-математических наук, директор унитарного предприятия «НТЦ «ЛЭМТ» БелОМО», Минск, Беларусь. E-mail: shkad@lemt.by

**Апанасевич Павел Андреевич** – академик Национальной академии наук Беларуси, доктор физико-математических наук, профессор, главный научный сотрудник, Институт физики им. Б. И. Степанова Национальной академии наук Беларуси (пр. Независимости, 68-2, 220072, г. Минск, Республика Беларусь). E-mail: p.apanasevich@ifanbel.bas-net.by

**Орлович Валентин Антонович** – академик Национальной академии наук Беларуси, доктор физико-математических наук, заведующий лабораторией нелинейной оптики, Институт физики им. Б. И. Степанова Национальной академии наук Беларуси (пр. Независимости, 68-2, 220072, г. Минск, Республика Беларусь). E-mail: v.orlovich@dragon.bas-net.by

**Information about the authors**

**Uladzimir I. Dashkevich** – Ph. D. (Physics and Mathematics), Leading Scientific Researcher of the Laboratory of Nonlinear Optics, B. I. Stepanov Institute of Physics, National Academy of Sciences of Belarus (68-2, Nezavisimosti Ave., 220072, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: v.dashkevich@dragon.bas-net.by

**Anastasiya A. Rusak** – Scientific Researcher of the Laboratory of Nonlinear Optics, B. I. Stepanov Institute of Physics of the National Academy of Sciences of Belarus (68-2, Nezavisimosti Ave., 220072, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: bui.anastasiya@gmail.com

**Galina I. Timofeeva** – Ph. D. (Physics and Mathematics), Senior Scientific Researcher of the Laboratory of Nonlinear Optics, B. I. Stepanov Institute of Physics of the National Academy of Sciences of Belarus (68-2, Nezavisimosti Ave., 220072, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: g.timofeeva@dragon.bas-net.by

**Aliaksei P. Shradarevich** – Academician of the National Academy of Sciences of Belarus, Dr. Sc. (Physics and Mathematics), Director of the Unitary Enterprise “STC “LEMT” of the BelOMO”, Minsk, Republic of Belarus. E-mail: shkad@lemt.by

**Pavel A. Apanasevich** – Academician of the National Academy of Sciences of Belarus, Dr. Sc. (Physics and Mathematics), Professor, Chief Researcher, B. I. Stepanov Institute of Physics of the National Academy of Sciences of Belarus (68-2, Nezavisimosti Ave., 220072, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: p.apanasevich@ifanbel.bas-net.by

**Valentin A. Orlovich** – Academician of the National Academy of Sciences of Belarus, Dr. Sc. (Physics and Mathematics), Head of the Laboratory of Nonlinear Optics, B. I. Stepanov Institute of Physics of the National Academy of Sciences of Belarus (68-2, Nezavisimosti Ave., 220072, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: v.orlovich@dragon.bas-net.by