ISSN 1561-2430 (Print)
ISSN 2524-2415 (Online)
УДК 539.186.2,539.196:539.12/.17
https://doi.org/10.29235/1561-2430-2021-57-4-455-463

Поступила в редакцию 07.06.2021
Received 07.06.2021

Е. В. Вакулина[1], В. В. Андреев[2], Н. В. Максименко[2]

[1]Брянский государственный университет им. академика И. Г. Петровского, Новозыбков, Россия
[2]Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины, Гомель, Беларусь

ИЗЛУЧЕНИЕ БЕССПИНОВОЙ ЧАСТИЦЫ В ПОЛЕ ПЛОСКОЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ

Аннотация. Получено решение уравнения движения заряженной бесспиновой частицы в поле плоской электромагнитной волны. Рассчитаны релятивистские выражения для сечения комптоновского рассеяния на заряженной частице спина 0, взаимодействующей с полем плоской электромагнитной волны. Проведено численное моделирование полной вероятности излучения в зависимости от величины амплитуды электромагнитной волны. Установлено согласование вероятности излучения с полным сечением комптоновского рассеяния на заряженной частице спина 0.

Ключевые слова: сечение, электромагнитная волна, комптоновское рассеяние, пион

Для цитирования. Вакулина, Е. В. Излучение бесспиновой частицы в поле плоской электромагнитной волны / Е. В. Вакулина, В. В. Андреев, Н. В. Максименко // Вес. Нац. акад. навук Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. – 2021. – Т. 57, № 4. – С. 455–463. https://doi.org/10.29235/1561-2430-2021-57-4-455-463

Elena V. Vakulina[1], Viktor V. Andreev[2], Nikolyi V. Maksimenko[2]

[1]Bryansk State Academician I. G. Petrovski University, Novozybkov, Russia
[2]Francisk Skorina Gomel State University, Gomel, Belarus

THE RADIATION OF A SPIN-FREE PARTICLE IN THE FIELD OF A PLANE ELECTROMAGNETIC WAVE

Abstract. In this paper, we obtained a solution for the equation of motion of a charged spinless particle in the field of a plane electromagnetic wave. Relativistic expressions for the cross section of Compton scattering by a charged particle of spin 0 interacting with the field of a plane electromagnetic wave are calculated. Numerical simulation of the total probability of radiation as the function of the electromagnetic wave amplitude is carried out. The radiation probability is found to be consistent with the total cross section for Compton scattering by a charged particle of spin 0.

Keywords: cross section, electromagnetic wave, Compton scattering, pion

For citation. Vakulina E. V., Andreev V. V., Maksimenko N. V. The radiation of a spin-free particle in the field of a plane electromagnetic wave. *Vestsi Natsyianal'nai akademii navuk Belarusi. Seryia fizika-matematychnykh navuk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physics and Mathematics series*, 2021, vol. 57, no. 4, pp. 455–463 (in Russian). https://doi.org/10.29235/1561-2430-2021-57-4-455-463

Введение. Процессы распадов, излучения элементарных частиц в поле плоской электромагнитной волны активно исследуются на протяжении более 50 лет [1–4]. Известное решение Д. М. Волкова [5], описывающее движение электрона в поле плоской электромагнитной волны, нашло широкое применение в исследованиях квантовых эффектов в электродинамических процессах [1–4]. В связи с созданием источников интенсивного электромагнитного поля, включая лазерные источники, исследования электродинамических и адронных процессов взаимодействия элементарных частиц в электромагнитных полях получили новый импульс [6–8].

В реакциях взаимодействия структурных частиц с электромагнитным полем проявляются квантовые свойства как самих составных систем, так и механизмов взаимодействия интенсивных электромагнитных полей с этими частицами. В процессах с участием фотонов появляется возможность экспериментального изучения поляризуемостей структурных частиц спина 0 [9]. Поэтому актуальным и важным является исследование влияния электромагнитного поля на квантовые процессы излучения пионов и каонов, взаимодействующих с полем плоской электромагнитной волны.

В работах [9, 10] было проведено исследование движения скалярных частиц и частиц спина 1/2 в электромагнитном поле на основе преобразования Фолди – Ваутхойзена. Установлено, что для частиц спина 1/2, имеющих аномальный магнитный момент, возникают отличные от нуля так называемые квазистатические поляризуемости. Аналогичные структуры для бесспиновых частиц равны нулю. Следовательно, важную роль в электромагнитных взаимодействиях играют поляризуемости наведенных электрических и магнитных диполей пионов, которые обусловлены их структурными свойствами [11–13].

В настоящей работе будем исследовать излучение частиц со спином 0, взаимодействующих с полем плоской электромагнитной волны. Это обусловлено тем, что экспериментальное определение поляризуемости таких частиц требует знания сечения рассеяния фотона на бесструктурной частице [9]. Данная статья посвящена определению амплитуды вероятностей и сечению этого процесса, а также сравнению результатов расчетов с полным сечением комптоновского рассеяния на частице спина 0 с использованием методов, предложенных в [5, 14, 15]. Все вычисления проводятся в системе $\hbar = c = 1$.

Сечение комптоновского рассеяния на частице спина 0. Амплитуда комптоновского рассеяния M_{fi} на частице спина 0 в общем случае может быть представлена в виде [12]

$$M_{fi}^{\lambda\lambda'} = \varepsilon_{\lambda}^{\mu}\varepsilon_{\lambda'}^{*\nu}T_{\mu\nu}, \tag{1}$$

где $\varepsilon_{\lambda}^{\mu}$ и $\varepsilon_{\lambda'}^{*\nu}$ – векторы поляризации начального и конечного фотонов с 4-импульсами k и k'.

Тензор $T_{\mu\nu}$ в борновском приближении равен

$$T_{\mu\nu} = 2Q^2\left(g_{\mu\nu} - \frac{2p_{\mu}p'_{\nu}}{s-m^2} - \frac{2p_{\nu}p'_{\mu}}{u-m^2}\right). \tag{2}$$

В формуле (2) введены следующие обозначения: $g^{\mu\nu}$ – метрический тензор, p и p' – четырехмерные импульсы начальной и конечной частиц спина 0, Q – заряд частицы, кинематические инварианты s и u определяются через 4-импульсы $s = (k+p)^2$ и $u = (p-k')^2$.

Дифференциальное сечение, вычисленное на основе (2), выражается через инвариантные кинематические переменные следующим образом [12]:

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{Q^4}{4\pi}\frac{(m^4 - su)^2 + m^4t^2}{(s-m^2)^4(u-m^2)^2}, \tag{3}$$

где $t = (p-p')^2$.

Учитывая, что $s + t + u = 2m^2$, представим выражение (3) в виде разложения

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{Q^4}{4\pi(s-m^2)^2}\left(1 + 2\left(\frac{m^2}{s-m^2} + \frac{m^2}{u-m^2}\right) + 2\left(\frac{m^2}{s-m^2} + \frac{m^2}{u-m^2}\right)^2\right). \tag{4}$$

Удобно ввести безразмерные переменные

$$x = \frac{s-m^2}{m^2}, \quad y = \frac{m^2-u}{m^2}.$$

Тогда с учетом того, что $dt = m^2dy$, дифференциальное сечение (4) принимает вид

$$\frac{d\sigma}{dy} = \frac{Q^4}{4\pi m^2x^2}\left(1 + 2\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}\right) + 2\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}\right)^2\right). \tag{5}$$

Поскольку величина x является фиксированной при известных энергиях начальных частиц, то, интегрируя (5) по переменной y в пределах от $\frac{x}{1+x}$ до x, получим полное сечение комптоновского рассеяния на частице спина 0 в борновском приближении:

$$\sigma = \frac{Q^4}{4\pi m^2 x^2}\left(4 + \frac{x^2}{1+x} - 2\left(1 + \frac{2}{x}\right)\ln(1+x)\right). \quad (6)$$

Ограничиваясь в разложении (6) первым порядком по x, получим известное соотношение для полного сечения:

$$\sigma = \frac{Q^4}{(4\pi)^2}\frac{8\pi}{3m^2}(1-x). \quad (7)$$

В системе покоя мишени ($\vec{p} = 0$) формула (7) преобразуется к виду

$$\sigma = \frac{Q^4}{(4\pi)^2}\frac{8\pi}{3m^2}\left(1 - 2\frac{\omega}{m}\right).$$

Амплитуда излучения фотона частицей спина 0 в поле плоской электромагнитной волны. Лагранжиан частицы спина 0, взаимодействующей с электромагнитным полем, имеет вид

$$L = (\partial^\mu \phi^* \partial_\mu \phi - m^2 \phi^* \phi) - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + iQA_\nu(\phi\partial^\nu\phi^* - \phi^*\partial^\nu\phi) + Q^2A^2\phi^*\phi. \quad (8)$$

В уравнении (8) $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$, $\varphi(x)$ – волновая функция частицы; Q – заряд и m – масса частицы; A_μ – четырехмерный потенциал электромагнитного поля.

Из лагранжиана (8) и условия Лоренца $\partial_\mu A^\mu(x) = 0$ следует уравнение движения

$$\partial_\mu \partial^\mu \phi + m^2 \phi = -2iQA^\mu \partial_\mu \phi + Q^2 A^2 \phi. \quad (9)$$

Решение уравнения (9) будем искать в виде [1, 13]

$$\phi(x) = e^{i(px)}\chi(\varphi), \quad (10)$$

где $\varphi = (kx)$, k – волновой 4-вектор, p – 4-импульс частицы спина 0.

Из уравнений (9) и (10) следует

$$(pk)\chi' = -i\left(Q(Ap) - \frac{1}{2}Q^2A^2\right)\chi, \quad (11)$$

где $\chi' = \dfrac{\partial\chi(\varphi)}{\partial\varphi}$. Таким образом, решение уравнения (9) имеет вид [1]

$$\phi_p(x) = \frac{1}{\sqrt{2p_0}}\exp\left(-i(px) - i\int_0^{(kx)}\frac{Q}{(kp)}\left(\left(pA(\varphi')\right) - \frac{Q}{2}A^2(\varphi')\right)d\varphi'\right). \quad (12)$$

Элемент S-матрицы для перехода пиона из состояния ϕ_p в состояние $\phi_{p'}$ в случае излучения фотона с импульсом $k'^\mu = (\omega', \vec{k}')$ и поляризацией ε_λ^μ равен

$$S_{fi} = \frac{1}{\sqrt{2\omega'}}\int d^4x\, e^{i(k'x)} j_\mu(x)\varepsilon_\lambda^{*\mu}. \quad (13)$$

Плотность тока в (13) определяется следующим образом:

$$j^\mu(x) = iQ\phi^*_{p'}\overleftrightarrow{\partial}^\mu\phi_p - 2Q^2A^\mu(\varphi)\phi^*_{p'}\phi_p, \quad (14)$$

где $\overleftrightarrow{\partial}^\mu = \overrightarrow{\partial}^\mu - \overleftarrow{\partial}^\mu$, а функция $A^\mu(\varphi)$ определяет потенциал плоской электромагнитной волны.

Рассмотрим взаимодействие пиона с плоской электромагнитной волной, которая определяется потенциалом вида [4, 13]

$$A(x) = a_1\cos\varphi + a_2\sin\varphi. \quad (15)$$

Амплитуды a_1 и a_2 представляют собой четырехмерные векторы, равные по величине и ортогональные вектору k и между собой:

$$a_1^2 = a_2^2 = a^2, \qquad (a_1 a_2) = 0, \qquad (a_1 k) = (a_2 k) = 0.$$

Амплитуда циркулярно поляризованной волны связана со средней плотностью числа фотонов n_γ и частотой ω соотношением $a^2 = -\frac{n_\gamma}{\omega}$.

В выражении (12) выполним интегрирование по переменной φ' с учетом представления (15) для внешнего поля. В итоге получим

$$\phi_p^-(x) = \frac{1}{\sqrt{2q_0}} e^{-iS(q)}, \qquad \phi_{p'}^+(x) = \frac{1}{\sqrt{2q_0}} e^{iS(q')}, \tag{16}$$

где

$$S(q) = qx + Q\frac{(a_1 q)}{(kq)}\sin(kx) - Q\frac{(a_2 q)}{(kq)}\cos(kx). \tag{17}$$

В определении (17) введен четырехмерный квазиимпульс

$$q = p - \frac{Q^2 a^2}{2(kp)} k,$$

который удовлетворяет соотношению

$$q^2 = p^2 - Q^2 a^2 = m_*^2,$$

где $m_* = m\sqrt{1 - \frac{Q^2 a^2}{m^2}}$ – эффективная масса частицы с квазиимпульсом q. Если в формуле (17) провести замену $q \to q'$, $p \to p'$, то получим выражение для функции $S(q')$.

После подстановки формул (14), (15) и (17) в уравнение (13) S-матричный элемент в поле плоской электромагнитной волны примет следующую форму:

$$S_{fi} = Q\int d^4x \frac{e^{i(k'+q'-q)x}}{\sqrt{8\omega' q_0 q_0'}} \left(\Sigma_0 + \Sigma_1\cos\varphi + \Sigma_2\sin\varphi\right)\exp\left(-i(\alpha_1\sin\varphi - \alpha_2\cos\varphi)\right). \tag{18}$$

В (18) введены следующие обозначения:

$$\Sigma_0 = (q'\varepsilon_\lambda) + (q\varepsilon_\lambda), \quad \Sigma_1 = (k\varepsilon_\lambda)\beta_1 - 2Q(a_1\varepsilon_\lambda), \quad \Sigma_2 = (k\varepsilon_\lambda)\beta_2 - 2Q(a_2\varepsilon_\lambda)$$

и параметры

$$\alpha_1 = Q\left(\frac{(a_1 q)}{(kq)} - \frac{(a_1 q')}{(kq')}\right), \qquad \alpha_2 = Q\left(\frac{(a_2 q)}{(kq)} - \frac{(a_2 q')}{(kq')}\right),$$

$$\beta_1 = Q\left(\frac{(a_1 q)}{(kq)} + \frac{(a_1 q')}{(kq')}\right), \qquad \beta_2 = Q\left(\frac{(a_2 q)}{(kq)} + \frac{(a_2 q')}{(kq')}\right).$$

Как следует из формулы (18), в определении S-матрицы имеются три комбинации:

$$\Sigma_0 \exp\left(-i(\alpha_1\sin\varphi - \alpha_2\cos\varphi)\right), \tag{19}$$

$$\Sigma_1 \cos\varphi \exp\left(-i(\alpha_1\sin\varphi - \alpha_2\cos\varphi)\right), \tag{20}$$

$$\Sigma_2 \sin\varphi \exp\left(-i(\alpha_1\sin\varphi - \alpha_2\cos\varphi)\right). \tag{21}$$

Следуя методике, предложенной в работе [13], разложим комбинации (19)–(21) в ряд Фурье. Тогда сумма трех слагаемых (19)–(21) примет вид

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty}(\Sigma_0 B_n+\Sigma_1 B_{1n}+\Sigma_2 B_{2n})e^{-in\varphi}. \qquad (22)$$

Коэффициенты B_n, B_{1n} и B_{2n} в (22) выражаются через функции Бесселя $J_n(z)$ следующим образом:

$$B_n=J_n(z)e^{in\varphi_0},$$

$$B_{1n}=J_{n+1}(z)e^{i(n+1)\varphi_0}+J_{n-1}(z)e^{i(n-1)\varphi_0},$$

$$B_{2n}=\frac{1}{2i}\Big(J_{n+1}(z)e^{i(n+1)\varphi_0}-J_{n-1}(z)e^{i(n-1)\varphi_0}\Big),$$

где $z=\sqrt{\alpha_1^2+\alpha_2^2}$, величина φ_0 определяется соотношениями $\cos\varphi_0=\frac{\alpha_1}{z},\ \ \sin\varphi_0=\frac{\alpha_2}{z}.$

Подставляя соотношение (22) в определение S-матричного элемента (18), получим

$$S_{fi}=i(2\pi)^4\frac{\delta(k'+q'-q-nk)}{(2\pi)^4\sqrt{8\omega' q_0 q_0'}}\sum_{n=-\infty}^{\infty}M_{fi}^{(n)}.$$

Амплитуда $M_{fi}^{(n)}$ n-й гармоники в S-матричном элементе задается выражением

$$M_{fi}^{(n)}=-iQ(\Sigma_0 B_n+\Sigma_1 B_{1n}+\Sigma_2 B_{2n}).$$

Поскольку $q^2=q'^2=m_*^2$, то равенство $nk+q=q'+k'$ возможно, если $n\geq 1$.

Определение вероятности излучения частицей в поле плоской электромагнитной волны. Дифференциальная вероятность dW излучения, рассчитанная на единицу объема и единицу времени, представляет собой сумму гармоник dW_n и связана с амплитудой $M_{fi}^{(n)}$ формулой [3, 13]

$$dW=\sum_{n=1}^{\infty}dW_n=\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{\lambda=-1}^{1}\left|M_{fi}^{(n)}\right|^2\frac{d^3k'd^3q'}{8(2\pi)^2\omega' q_0 q_0'}\delta(nk+q-q'-k'). \qquad (23)$$

Проведя суммирование по поляризации излучаемого фотона λ в (23) с помощью замены

$$\varepsilon_\lambda^\mu\varepsilon_\lambda^{*\mu}\to -g^{\mu\nu}$$

и используя свойство функций Бесселя

$$J_{n-1}(z)+J_{n+1}(z)=\frac{2n}{z}J_n(z),$$

получим

$$\sum_{\lambda=-1}^{1}\left|M_{fi}^{(n)}\right|^2=J_n^2(z)\Big(4m^2+2n(k'k)\Big)+2Q^2a^2\Big(J_{n+1}^2(z)+J_{n-1}^2(z)-2J_n^2(z)\Big)+$$

$$+2n\frac{J_n^2(z)}{z^2}(\alpha_1\beta_1+\alpha_2\beta_2)\Big((qk)+(q'k)\Big)-$$

$$-4nQ\frac{J_n^2(z)}{z^2}\Big(\alpha_1\big((qa_1)+(q'a)_1\big)+\alpha_2\big((qa_2)+(q'a_2)\big)\Big). \qquad (24)$$

Для дальнейшего упрощения величины вычислим параметры α_1, α_2, β_1 и β_2 в (24) в системе отсчета, в которой векторы $\vec{a}_1$, $\vec{a}_2$, $\vec{k}$ направлены соответственно по осям x^1, x^2, x^3 [13]. В результате получим

$$\alpha_1=-Q\frac{(\vec{k}'\vec{a}_1)}{(q'k)},\qquad \alpha_2=-Q\frac{(\vec{k}'\vec{a}_2)}{(q'k)}.$$

Параметры β_1 и β_2 отличаются от α_1 и α_2 знаками $\beta_1 = -\alpha_1, \quad \beta_2 = -\alpha_2$, а амплитуды плоской волны удовлетворят соотношению $a_1^2 = a_2^2 = a^2 = -|\vec{a}|^2 = -a^2$. Результат вычисления (24) с учетом выражений для α_1, α_2, β_1 и β_2 можно представить следующим образом:

$$\sum_{\lambda=-1}^{1} \left| M_{fi}^{(n)} \right|^2 = Q^2 \left(-4m^2 J_n^2(z) + 2m^2 \xi^2 \left(J_{n+1}^2(z) + J_{n-1}^2(z) - 2J_n^2(z) \right) \right). \tag{25}$$

Определим дифференциальную вероятность излучения dW, рассчитанную на единицу объема и единицу времени. Как правило, эта вероятность рассматривается как функция сферических углов вектора q' в системе центра инерции $\vec{q}\,' + \vec{k}' = 0$. Как отмечено в [3], в данном случае для каждой n-й гармоники имеется своя система центра инерции, поэтому более удобно использовать угол между плоскостями, задаваемыми парами векторов $(\vec{k},\ \vec{q}\,')$ и $(\vec{k}, \vec{a})$ в системе, где $\vec{k}$ и $\vec{p}$ направлены навстречу друг другу, и инвариантную переменную

$$U = \frac{(kk')}{(kq')}.$$

Выполняя интегрирование в формуле (25), получим, что полная вероятность излучения W определяется двумя инвариантными параметрами [3]

$$\xi = \frac{|Q|}{m}\sqrt{-a^2} = \frac{|Q|}{m} a, \quad \chi = \frac{(kq)}{m^2}\xi$$

и равна

$$W(\xi,\chi) = \sum_{n=1}^{\infty} W_n(\xi,\chi) = \frac{Q^2 m^2}{8\pi q_0} \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^{U_n} \frac{dU}{(1+U)^2} \left(-2J_n^2(z) + \xi^2 \left(J_{n+1}^2(z) + J_{n-1}^2(z) - 2J_n^2(z) \right) \right). \tag{26}$$

В формуле (26) переменная

$$U_n = \frac{2n(kq)}{m_*^2} = \frac{2n\chi}{\xi(1+\xi^2)},$$

а аргументы функции Бесселя z определяются соотношением

$$z = \frac{2n\xi}{\sqrt{1+\xi^2}} \sqrt{\frac{U}{U_n}\left(1 - \frac{U}{U_n}\right)} = \frac{\xi^2}{\chi}\sqrt{1+\xi^2}\sqrt{U(U_n - U)}.$$

Дифференциальная вероятность зависит еще от двух переменных: числа n поглощенных из поля фотонов и переменной U.

В случае, если $\xi \ll 1$, то вероятности W_n переходят в соответствующие вероятности теории возмущений, при этом плоская волна играет роль отдельного фотона. Очевидно, что в данном подходе, если при расчете W учесть только вероятность возникновения первой гармоники W_1, то эта процедура должна приводить к сечению комптоновского рассеяния на бесспиновой частице, аналогично случаю для частицы спина 1/2 [3, 13].

Для этого функции Бесселя в (26) разложим с точностью до второго порядка по ξ, а затем выполним интегрирование. Тогда для функции W_1 получим

$$W_1(\xi,\chi) = \frac{Q^2 m^2}{8\pi q_0} \xi^2 \frac{1}{U_1} \left(4 + \frac{U_1^2}{1+U_1} - 2\left(1 + \frac{2}{U_1}\right) \ln(1+U_1) \right).$$

С учетом того, что $\xi^2 = \dfrac{Q^2}{m^2}\dfrac{1}{\omega}$, и определения сечения бинарного процесса рассеяния фотона на частице с квазиимпульсом q_0

$$\sigma(\xi,\chi)=\frac{W_1(\xi,\chi)}{j},\quad j=\frac{m_*^2U_1}{2\omega q_0},$$

где j – плотность падающего потока, получим выражение для полного сечения

$$\sigma(\xi,\chi)=\frac{Q^4}{4\pi}\frac{1}{m_*^2U_1^2}\left(4+\frac{U_1{}^2}{1+U_1}-2\left(1+\frac{2}{U_1}\right)\ln(1+U_1)\right). \tag{27}$$

Принимая во внимание, что $m_*^2U_1=2(kp)\approx m^2x$ и $U_1\approx x=s-m^2/m^2$, получаем следующее выражение для полного сечения:

$$\sigma(\xi,\chi)\approx\frac{Q^4}{4\pi m^2}\frac{1}{x^2}\left(4+\frac{x^2}{1+x}-2\left(1+\frac{2}{x}\right)\ln(1+x)\right), \tag{28}$$

которое совпадает с полученным ранее выражением (6). Наличие такого предельного перехода свидетельствует о корректности вычислений.

Результаты численного моделирования. Как мы уже отмечали, изучение данного процесса является важным для экспериментального определения структурных характеристик частиц. Поэтому в данном разделе проведем численные оценки вероятностей испускания фотона с точностью до ξ^4 в системе центра инерции лазерного пучка с амплитудой $\mathcal{E}_0$ и пучка заряженных $\pi^{\pm}$-мезонов с квазиимпульсом q. В этом случае необходимо учитывать в (26) также вклад с $n = 2$. Очевидно, что лазер должен быть включен на период времени, больший, чем время жизни пиона, а интенсивность используемого лазера выбирается так, чтобы не допустить создания пар заряженных частиц.

Инвариантные параметры в данном случае определяются формулами

$$\xi=\frac{|Q|}{m_\pi}\frac{\mathcal{E}_0}{\omega},\quad \chi=\left(\frac{q_0-q_3}{m_\pi}\right)\frac{\mathcal{E}_0}{\mathcal{E}_S},\quad \mathcal{E}_S=\frac{m_\pi^2}{|Q|}. \tag{29}$$

Полные вероятности излучения первых двух гармоник при $\xi\ll 1$ с точностью до членов порядка ξ^4 можно представить в виде

$$\frac{W_1(\xi,\chi)}{W_0}=\frac{\xi^2}{U_1^2}\frac{(2+U_1)}{(U_1+1)}\big(U_1(U_1+2)-2(U_1+1)\ln(U_1+1)\big)+$$

$$+2\frac{\xi^4}{U_1^4}\left(\frac{1}{3}U_1\big(U_1(7U_1+12)+12\big)-(U_1+2)\big(U_1(U_1+2)+2\big)\ln(U_1+1)\right), \tag{30}$$

$$\frac{W_2(\xi,\chi)}{W_0}=\frac{4}{3}\frac{\xi^4}{U_2^4}\left(3(U_2+2)^3\ln(U_2+1)-8U_2\left(U_2^2+3U_2+3\right)\right),$$

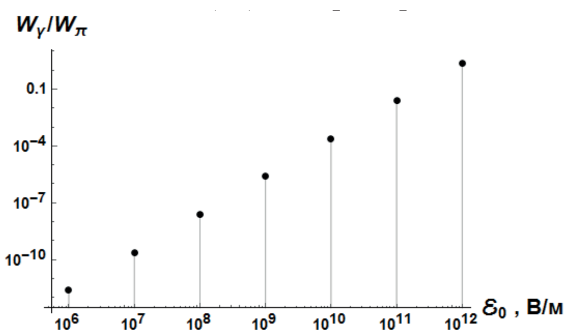
$$U_n=\frac{2n\chi}{\xi(1+\xi^2)},\quad W_0=\frac{Q^2m_\pi^2}{8\pi q_0}=\frac{\alpha_{em}m_\pi}{2\sqrt{1+\omega^2/m_\pi^2+\xi^2}}, \tag{31}$$

где α_{em} – постоянная тонкой структуры. В (30) слагаемое, пропорциональное ξ^2, описывает поглощение одного фотона из волны и соответствует комптоновскому рассеянию на заряженной бесспиновой частице, пропорциональное ξ^4 слагаемое описывает интерференцию амплитуды поглощения одного фотона и амплитуды взаимодействия частицы спина 0 с тремя фотонами волны. Формула (31) описывает поглощение двух фотонов из плоской электромагнитной волны.

Для оценки полученных значений вероятности испускания фотона заряженным π-мезоном сравним их со значением полной ширины $W_\pi=2{,}5285\cdot 10^{-8}$ эВ.

Несложно найти зависимость величины

$$\mathrm{Br}(\mathcal{E}_0)=\frac{W_\gamma}{W_\pi}=\frac{W_1(\xi,\chi)+W_2(\xi,\chi)}{W_\pi} \tag{32}$$



Зависимость $\mathrm{Br}(\mathcal{E}_0)$ (32) от амплитуды лазера при ω = 2 эВ

Dependence $\mathrm{Br}(\mathcal{E}_0)$ (32) on the laser amplitude at ω = 2 eV

от амплитуды лазерного излучения $\mathcal{E}_0$ в диапазоне от 10^6 до 10^{12} В/м при частоте ω = 2 эВ. Используя экспериментальные значения α_{em} и массы π-мезона m_π, можно установить, что в исследуемом диапазоне выполняются неравенства $\xi, \chi \ll 1$ и $U_{1,2} \ll 1$. Это приводит к простой функциональной зависимости для величины $\mathrm{Br}(\mathcal{E}_0)$, которая представлена на рисунке.

Как следует из рисунка, полная вероятность испускания фотона в поле циркулярно-поляризованной волны заряженным пионом сравнима с полной шириной при амплитуде порядка $\mathcal{E}_0 = 10^{12}$ В/м.

Заключение. Представлен метод вычисления вероятности излучения заряженной частицы спина 0 в поле плоской электромагнитной волны. С использованием этого метода найдено решение уравнения движения заряженной бесспиновой частицы в поле плоской электромагнитной волны. Получены релятивистские выражения для сечения комптоновского рассеяния на бесструктурной заряженной частице спина 0, взаимодействующей с полем плоской электромагнитной волны. Эти выражения получены в ковариантной форме с помощью разложения амплитуды излучения в ряд Фурье – Бесселя. На основе результатов расчетов проведено численное моделирование полной вероятности излучения для различных значений амплитуды электромагнитной волны.

Список использованных источников

1. Никишов, А. И. Квантовые процессы в поле плоской электромагнитной волны и в постоянном поле. I / А. И. Никишов, В. И. Ритус // ЖЭТФ. – 1964. – Т. 46, вып. 2. – 1964. – С. 776–796.

2. Никишов, А. И. Квантовые процессы в поле плоской электромагнитной волны и в постоянном поле / А. И. Никишов, В. И. Ритус // ЖЭТФ. – 1964. – Т. 46, вып. 5. – С.1768–1781.

3. Ритус, В. И. Квантовые эффекты при взаимодействии элементарных частиц с интенсивным электромагнитным полем / В. И. Ритус // Тр. ФИАН. – 1979. – Т. 111. – С. 5–151.

4. Люлька, В. А. Распады элементарных частиц в поле интенсивной электромагнитной волны / В. А. Люлька // ЖЭТФ. – 1975. – Т. 69, вып. 3. – С. 800–804.

5. Волков, Д. М. Электрон в поле плоских неполяризованных электромагнитных волн с точки зрения уравнения Дирака / Д. М. Волков // ЖЭТФ. – 1937. – Т. 7. – С. 1286–1289.

6. Extremely high-intensity laser interactions with fundamental quantum systems / A. Di Piazza [et al.] // Rev. Mod. Phys. – 2012. – Vol. 84, № 3. – P. 1177. https://doi.org 10.1103/RevModPhys.84.1177

7. Kurilin, A. V. Chargino production via Z^0-Boson Decay in a Strong Electromagnetic Field / A. V. Kurilin // Chin. Phys. Lett. – 2016. – Vol. 33, № 3. – P. 031301. https://doi.org/10.1088/0256-307X/33/3/031301

8. Lazer-Assisted Pion Decay / S. Mouslih [et al.] // Phys. Rev D. – 2020. – Vol. 102, № 7. – P. 073006-1–073006-11. https://doi.org/10.1103/PhysRevD.102.073006

9. Силенко, А. Я. Электрическая и магнитная поляризуемости точечноподобных частиц со спином 1/2 / А. Я. Силенко // Письма в ЭЧАЯ. – 2014. – Т. 11 (190). – С. 1118–1121.

10. Силенко, А. Я. Оператор Гамильтона и классический предел для скалярных частиц в электромагнитном поле / А. Я. Силенко // Теор. и мат. физика. – 2008. – Т. 156. – С. 398–411. https://doi.org/10.4213/tmf6255

11. Петрунькин, В. А. Двухфотонные взаимодействия элементарных частиц при малых энергиях / В. А. Петрунькин // Тр. ФИАН. – 1968. – Т. 41. – С. 165–223.

12. Максименко, Н. В. Низкоэнергетическое разложение амплитуды комптоновского рассеяния на адроне и одновременные коммутаторы токов / Н. В. Максименко, С. Г. Шульга // Ядер. физика. – 1990. – Т. 52, вып. 2 (8). – С. 524–534.

13. Вакулина, Е. В. Точные решения волновых уравнений для частиц с дипольными поляризуемостями в поле плоской электромагнитной волны / Е. В. Вакулина, Н. В. Максименко // Журн. Белорус. гос. ун-та. Физика. – 2019. – № 1. – С. 12–18.

14. Holstein, B. R. Graviton Physics / B. R. Holstein // Am. J. Phys. – 2006. – Vol. 74, № 11. – P. 1002–1011. https://doi.org/10.1119/1.2338547

15. Берестецкий, В. Б. Квантовая электродинамика / В. Б. Берестецкий, Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский. – М.: Наука, 1980. – 704 с.

References

1. Nikishov A. I., Ritus V. I. Quantum Processes in the Field of a Plane Electromagnetic Wave and in a Constant Field. I. *Zhurnal teoreticheskoi i eksperimental'noi fiziki = Journal of Experimental and Theoretical Physics*, 1964, vol. 19, no. 2, pp. 529–541 (in Russian).

2. Nikishov A. I., Ritus V. I. Quantum Processes in the Field of a Plane Electromagnetic Wave and in a Constant Field. *Zhurnal teoreticheskoi i eksperimental'noi fiziki = Journal of Experimental and Theoretical Physics*, 1964, vol. 19, no. 5, pp. 1191–1199 (in Russian).

3. Ritus V. I. Quantum effects in the interaction of elementary particles with an intense electromagnetic field. *Trudy FIAN* [Proceedings of the FIAN], 1979, vol. 111, pp. 5–151 (in Russian).

4. Lyul'ka V. A. Elementary particle decays in the field of an intense electromagnetic wave. *Zhurnal teoreticheskoi i eksperimental'noi fiziki = Journal of Experimental and Theoretical Physics*, 1975, vol. 42, no. 3. pp. 408–412 (in Russian).

5. Wolkow D. M. Über eine Klasse von Lösungen der Diracschen Gleichung. *Zeitschrift für Physik*, 1935, vol. 94, pp. 250–260 (in German). https://doi.org/10.1007/BF01331022

6. Piazza A. Di, Muller C., Hatsagortsyan K. Z., Keitel C. H. Extremely high-intensity laser interactions with fundamental quantum systems. *Reviews of Modern Physics*, 2012, vol. 84, no. 3, pp. 1177. https://doi.org 10.1103/RevModPhys.84.1177

7. Kurilin A. V. Chargino production via Z^0-Boson Decay in a Strong Electromagnetic Field. *Chinese Physics Letters*, 2016, vol. 33, no. 3, pp. 031301. https://doi.org/10.1088/0256-307X/33/3/031301

8. Mouslih S., Jokha M., Taj S., Manaut B. Lazer-Assisted Pion Decay. *Physical Review D*, 2020, vol. 102, no. 7, pp. 073006-1–073006-11. https://doi.org/10.1103/PhysRevD.102.073006

9. Silenko A. J. Electric and magnetic polarizabilities of pointlike spin-1/2 particles. *Physics of Particles and Nuclei Letters,* 2014, vol. 11, no. 6, pp. 720–721. https://doi.org/10.1134/S1547477114060120

10. Silenko A. J. Hamilton operator and the semiclassical limit for scalar particles in an electromagnetic field. *Theoretical and Mathematical Physics*, 2008, vol. 156, no. 3, pp. 1308–1318. https://doi.org/10.1007/s11232-008-0108-6

11. Petrunkin V. A. Two-photon interactions of elementary particles at low energies. *Trudy FIAN* [Proceedings of the FIAN], 1968, vol. 41, pp. 165–223 (in Russian).

12. Maksimenko N. V., Shulga S. G. Low-energy expansion of the amplitude of Compton scattering on a hadron and simultaneous current switches. *Physics of Atomic Nuclei*, 1990, vol. 52, no. 2 (8), pp. 524–534 (in Russian).

13. Vakulina E. V., Maksimenko N. V. Exact solutions of wave equations for particles with dipole polarizabilities in the field of a plane electromagnetic wave. *Zhurnal Belorusskogo gosudarstvennogo universiteta. Fizika = Journal of the Belarusian State University. Physics,* 2019, no. 1, pp. 12–18 (in Russian).

14. Holstein B. R. Graviton Physics. *American Journal of Physics*, 2006, vol. 74, no. 11, pp. 1002–1011. https://doi.org/10.1119/1.2338547

15. Berestetsky V. B., Lifshits E. M., Pitaevsky L. P. *Quantum Electrodynamics*. Moscow, Nauka Publ., 1980. 704 p. (in Russian).

Информация об авторах

Вакулина Елена Васильевна – кандидат физико-математических наук, доцент, Брянский государственный университет им. академика И. Г. Петровского, филиал в г. Новозыбков (ул. Советская, 9, 243020, г. Новозыбков, Российская Федерация).
E-mail: elvakulina@yandex.ru

Андреев Виктор Васильевич – доктор физико-математических наук, доцент, Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины (ул. Советская, 104, 246019, г. Гомель, Республика Беларусь). E-mail: vik.andreev@gsu.by. https://orcid.org/0000-0003-3314-7175

Максименко Николай Васильевич – доктор физико-математических наук, профессор, Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины (ул. Советская, 104, 246019, г. Гомель, Республика Беларусь). E-mail: maksimenko@gsu.by

Information about the authors

Elena V. Vakulina – Ph. D., Associate Professor, Bryansk State Academician I. G. Petrovski University (Sovetskaya Str., 9, 243020, Novozybkov, Russian Federation). E-mail: elvakulina@yandex.ru

Viktor V. Andreev – Dr. Sc. (Physics and Mathematics), Associate Professor, Francisk Skorina Gomel State Univesity (Sovetskaya Str., 104, 246019, Gomel, Republic of Belarus). E-mail: vik.andreev@gsu.by. https://orcid.org/0000-0003-3314-7175

Nikolyi V. Maksimenko – Dr. Sc. (Physics and Mathematics), Professor, Francisk Skorina Gomel State University (Sovetskaya Str., 104, 246019, Gomel, Republic of Belarus). E-mail: maksimenko@gsu.by