

ISSN 1561-2430 (Print)

ISSN 2524-2415 (Online)

УДК 535.317;535.313;681.701

<https://doi.org/10.29235/1561-2430-2022-58-1-90-100>

Поступила в редакцию 08.11.2021

Received 08.11.2021

Н. А. Хило, П. И. Ропот, П. К. Петров, В. Н. Белый*Институт физики имени Б. И. Степанова Национальной академии наук Беларуси,
Минск, Республика Беларусь***ФОРМИРОВАНИЕ БЕССЕЛЕВЫХ СВЕТОВЫХ ПУЧКОВ
НА БОЛЬШИХ РАССТОЯНИЯХ ИЗ КОЛЬЦЕВЫХ ПОЛЕЙ**

Аннотация. Исследован процесс трансформации кольцевого пучка в поле бesselева типа за счет дифракции при распространении в свободном пространстве на большие расстояния и вследствие эффекта фокусировки. Рассмотрен ряд моделей кольцевых полей, включая аналитическую модель в виде полиномиальной функции в ограниченной области пространства, а также экспериментально реализуемую модель на основе схемы с двумя аксиконами. Проведено сравнение поперечного и продольного распределений интенсивности для этих моделей и обнаружена высокая степень устойчивости структуры продольного распределения осевой интенсивности к изменению модели кольцевого поля. Данное продольное распределение характеризуется наличием интенсивного максимума с несимметричным профилем, появление которого не связано с линзовой фокусировкой. В начальной области указанного максимума зарождается процесс формирования бesselева пучка из кольцевого и имеет место резкое увеличение интенсивности. Обнаружено также, что фокусировка кольцевого поля на большие расстояния существенно отличается от фокусировки на короткие расстояния. В случае больших расстояний рост осевой интенсивности имеет место не в окрестности фокальной плоскости, а значительно ближе к излучателю, причем выброс интенсивности, вызванный непосредственно фокусировкой, не идентифицируется. Рассчитан поперечный профиль пучка бesselева типа на больших расстояниях. Показано, что этот профиль характеризуется малым числом боковых колец, а в осевом максимуме и первом кольце содержится более 90 % световой мощности. Рассмотрена проблема генерации модельного кольцевого поля резонатором Фурье-типа со специальным зеркалом-транспарантом.

Ключевые слова: бesselевы световые пучки, аксиконы, кольцевые поля, пространственные спектры, фокусировка

Для цитирования. Формирование бesselевых световых пучков на больших расстояниях из кольцевых полей / Н. А. Хило [и др.] // Вес. Нац. акад. навук Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. – 2022. – Т. 58, № 1. – С. 90–100. <https://doi.org/10.29235/1561-2430-2022-58-1-90-100>

Nikolai A. Khilo, Piotr I. Ropot, Piotr K. Petrov, Vladimir N. Belyi*B. I. Stepanov Institute of Physics of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Republic of Belarus***THE FORMATION OF BESSEL LIGHT BEAMS AT LARGE DISTANCES FROM ANNULAR FIELDS**

Abstract. In this work, the process of transformation of an annular beam in a Bessel-like field due to diffraction during propagation in a free space over long distances and due to the focusing effect is investigated. A number of models of annular fields are considered, including an analytical model in the form of a polynomial function in a bounded region of space, as well as an experimentally implemented model based on a scheme with two axicons. A comparison is made of the transverse and longitudinal intensity distributions for these models, and a high degree of stability of the structure of the longitudinal distribution of the axial intensity to a change in the model of the annular field is found. This distribution is characterized by the presence of an intense maximum with an asymmetric profile, the appearance of which is not connected with lens focusing. In the initial region of the pointed maximum, the process of formation of a Bessel beam from an annular beam arises, and a sharp increase in intensity takes place. It is also established that the focusing of an annular field at large distances essentially differs from focusing at short distances. In the case of large distances, the increase of the axial intensity does not take place in the vicinity of the focal plane, but much closer to the transmitter, and here the great increase of intensity caused by direct focusing is not identified. The transverse profile of a Bessel-like beam is calculated at large distances. It is shown that this profile is characterized by a small number of lateral rings, and the axial maximum and the first ring contain more than 90% of the light power. The problem of generation of a model annular field by a Fourier-type resonator with a special transparency mirror is considered.

Keywords: Bessel light beams, axicons, annular fields, spatial spectra, focusing

For citation. Khilo N. A., Ropot P. I., Petrov P. K., Belyi V. N. The formation of Bessel light beams at large distances from annular fields. *Vestsi Natsyianal'nai akademii navuk Belarusi. Seriya fizika-matematychnykh navuk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physics and Mathematics series*, 2022, vol. 58, no 1, pp. 90–100 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1561-2430-2022-58-1-90-100>

Введение. Формирование бесселевых световых пучков из кольцевых полей актуально для многих задач лазерного зондирования, а также оптической связи в свободном пространстве. Кольцевые пучки имеют такие достоинства, как оптимальное согласование с оптическими излучателями на основе зеркальных телескопов, большую устойчивость в некоторых случаях к атмосферной турбулентности, а также большую длину фокальной области и свойство самореконструкции поля за препятствиями, характерное для конических пучков.

Методы и устройства формирования бесселевых световых пучков можно разделить на два типа, которые отличаются тем, что в первом случае бесселев пучок формируется в ближней зоне излучателя, во втором – в дальней зоне. Примером устройств первого типа являются хорошо известные аксиконы. Устройства второго типа основаны на использовании кольцевых полей, которые при распространении в свободном пространстве формируют пучки бесселева типа.

Взаимосвязь кольцевых полей с полями, описываемыми бесселевыми функциями, была выявлена еще до открытия непосредственно бесселевых пучков [1] при исследовании проблемы управления глубиной фокуса оптических изображающих систем (см. [2–4]). Важнейший результат здесь состоит в том, что переход к кольцевым апертурам вместо круговых приводит к увеличению глубины фокуса. Было показано [2], что для кольцевой апертуры с равномерным освещением длина фокальной области увеличивается в $(1 - \epsilon^2)^{-1}$ раз, где ϵ – отношение минимального и максимального диаметров кольца. Также была получена формула для распределения интенсивности в фокальной плоскости линзы [2], которая выражается через так называемые $J_{inc}(x)$ -функции, где $J_{inc}(x) = J(x)/x$ [5].

Кроме кольцевых полей с равномерным освещением рассматривались и различные варианты аподизации апертуры (см., напр., [6]). В частности, предложен метод аподизации кольцевой апертуры, который приводит не только к увеличению глубины фокуса, но и к уменьшению аберраций оптических систем [7, 8].

Отметим, что эффект удлинения фокальной области, обеспечиваемый кольцевыми апертурами, выступает естественным следствием формирования бесселевых пучков, базовым свойством которых и является, как известно, подавление дифракционного расплывания. Известно также, что в первом эксперименте по формированию бесселева пучка [1] использовалась узкая кольцевая диафрагма и поле по мере распространения в свободном пространстве трансформировалось в многокольцевой бесселев пучок с удлиненным осевым максимумом.

Другое важное направление в исследовании и применении кольцевых полей связано с задачами дистанционного лазерного зондирования атмосферы, а также с оптической связью в свободном пространстве [9–12]. Первое очевидное преимущество применения здесь кольцевых полей заключается в их оптимальном согласовании с телескопами зеркального типа вследствие исключения потерь энергии на вторичном зеркале [11]. В отличие от изображающих оптических систем, в системах зондирования кольцевые поля распространяются на большие расстояния. В этой связи актуальной является проблема влияния атмосферных флуктуаций на распространение кольцевых полей. Известны, в частности, результаты исследований о большей устойчивости этих полей к флуктуациям [9, 10, 12]. Далее, при распространении кольцевых полей на большие расстояния возникают особенности их трансформации в бесселевы пучки, отличающиеся от случаев распространения на короткие расстояния. Это касается как распространения коллимированных кольцевых полей, так и схем с фокусировкой. Также, аналогично оптическим изображающим системам, актуально изучение влияния формы поперечного профиля интенсивности на трансформацию кольцевого поля в бесселев пучок на больших расстояниях.

Эти задачи рассматриваются далее для ряда частных случаев кольцевых полей. Более детально изучается один класс кольцевых профилей, для которых существует аналитическое представление амплитуды поля как в ближней, так и дальней зонах. Для сравнения исследуются также кольцевые поля, сформированные в схеме с двумя аксиконами.

Схема на основе двух аксиконов. Схема с двумя аксиконами в настоящее время хорошо известна и находит различные применения (см., напр., [9, 13, 14]). В случаях, когда кольцевое поле необходимо распространять на большие расстояния, схему необходимо дополнить телескопом, увеличивающим диаметр кольца. При этом за счет дефокусировки телескоп может создавать

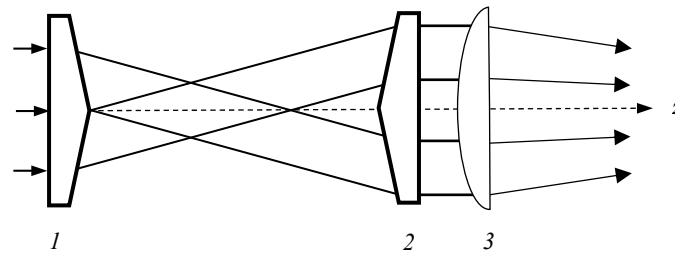


Рис. 1. Схема с двумя аксиконами 1 и 2 и эффективной линзой 3 для формирования пучка бесселева типа на большом расстоянии

Fig. 1. The scheme with two axicons 1 and 2 and effective lens 3 for the formation of a Bessel-like beam at a large distance

в ближней зоне дополнительную кривизну волнового фронта. В этом случае эквивалентная схема излучателя дополняется некоторой эффективной линзой, как показано на рис. 1.

Поскольку схема на рис. 1 будет использована далее для сравнения, приведем базовую формулу для ее расчета. При этом падающий на аксиконы пучок является гауссовым. Расстояние между аксиконами z_{12} подбирается достаточно большим, чтобы в плоскости второго аксикона бesselев пучок трансформировался в кольцевое коническое поле. После прохождения сферической линзы поле распространяется в свободном пространстве на расстояние z .

Для нахождения амплитуды $a_{ax}(r, z)$ такого поля необходимо рассчитать двойной дифракционный интеграл

$$a_{ax}(r, z) = \frac{-a_0 k_0^2}{z_{12} z} \iint \exp \left(-\frac{r_2^2}{w_0^2} - ik_0 \gamma r_2 + \frac{ik_0 (r_2^2 + r_1^2)}{2z_{12}} - ik_0 \gamma r_1 - \frac{ik_0 r_1^2}{2f} + \frac{ik_0 (r_1^2 + r^2)}{2z} \right) \times J_0 \left(\frac{k_0 r_2 r_1}{z_{12}} \right) J_0 \left(\frac{k_0 r_1 r}{z} \right) r_2 r_1 dr_2 dr_1. \quad (1)$$

В выражении (1) z_{12} – расстояние между аксиконами; поперечная координата $r_{1,2}$ относится к плоскости аксиконов 1 и 2 соответственно; координата r – к выходной плоскости, находящейся на расстоянии z от аксикона 2. Также введены обозначения: w_0 – полуширина гауссова пучка; $a_0 = 1/\sqrt{W_g}$, где $W_g = \pi w_0^2/2$ – множитель для нормировки на единицу полной мощности гауссова пучка; γ – угол отклонения луча аксиконом; f – фокусное расстояние линзы.

Численные расчеты интеграла (1) будут приведены ниже.

Модель кольцевого поля для ближней зоны. В качестве математической модели кольцевого поля в ближней зоне выберем поле $a_m(r, r_0)$ с двухпараметрическим амплитудным распределением вида

$$a_m(r, r_0) = \frac{r^2}{r_0^2 \sqrt{W_m}} \left(1 - \frac{r^2}{r_0^2} \right)^m \sigma(r, r_0), \quad (2)$$

где m – целое число, $\sigma(r, r_0) = \begin{cases} 1, & r \leq r_0, \\ 0, & r > r_0, \end{cases}$

$$W_m = 2\pi \int_0^{r_0} |a_m(r, r_0)|^2 r dr = 2\pi \int_0^{r_0} \frac{r^4}{r_0^4} \left(1 - \frac{r^2}{r_0^2} \right)^{2m} r dr \quad (3)$$

– нормировочный множитель, обеспечивающий полную мощность пучка, равную единице. Расчет интеграла (3) дает $W_m = \pi r_0^2 / [(m+1)(2m+1)(2m+3)]$.

На рис. 2 показано несколько примеров распределения интенсивности для модели (2).

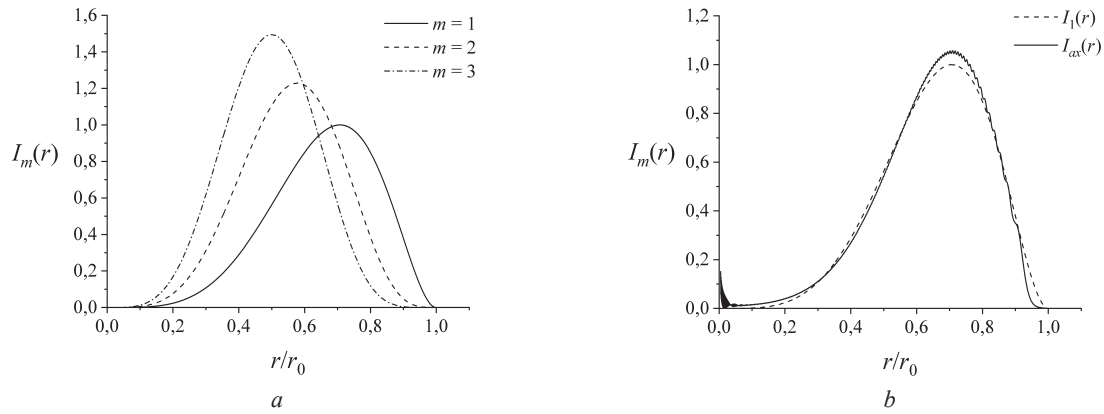


Рис. 2. Распределение интенсивности поля (2) для значений индекса $m = 1, 2, 3$ (а); сравнение с полем в схеме с двумя аксиконами (б). Параметр $r_0 = 15$ мм; угол $\gamma = 1^\circ$, длина волны $\lambda = 532$ нм, $m = 1$

Fig. 2. Intensity distribution of field (2) for index values $m = 1, 2, 3$ (a); comparison with the field in the scheme with two axicons (b). Parameter $r_0 = 15$ mm; angle $\gamma = 1^\circ$, wavelength $\lambda = 532$ nm, $m = 1$

Из рис. 2, а следует, что с возрастанием номера m соответствующее кольцевое поле сжимается к оси, а его максимальная интенсивность соответственно растет. На рис. 1, б показано распределение интенсивности модельного поля при $m = 1$ и поля в схеме с двумя аксиконами. Видно, что это модельное поле имеет поперечный профиль, близкий к профилю для схемы с аксиконами. Данное свойство модели (2) в сочетании с простым аналитическим описанием послужило основанием для ее выбора в качестве объекта исследования (см. также статью [7] с анализом близких к (2) профилей).

Модель кольцевого поля для дальней зоны. Для нахождения поля с аксиальной симметрией в дальней зоне необходимо рассчитать Фурье-спектр $A_m(q)$ поля в ближней зоне. Для модельного поля (2) интеграл Фурье – Бесселя

$$A_m(q) = \int a_m(r, r_0) J_0(qr) r dr \tag{4}$$

рассчитывается аналитически (см. [15]) и имеет вид

$$A_m(q) = \frac{m! 2^m r_0^2}{(m+2)(qr_0)^{m+1} \sqrt{W_m}} (J_{m+1}(qr_0) - (m+1)J_{m+3}(qr_0)). \tag{5}$$

Из (5) следует, что пространственный $A_m(q)$ спектр выражается через произведение степенной функции на линейную комбинацию двух бесселевых функций, отличающихся порядком m на две единицы. В случае $m = 1$ из (5) получим

$$A_1(q) = \frac{2r_0^2}{3(qr_0)^2 \sqrt{W_1}} (J_2(qr_0) - 2J_4(qr_0)). \tag{6}$$

Для случая, когда пространственный спектр определяется с применением линзовой схемы, имеем следующее выражение для $A_m(r)$:

$$A_m(r) = \frac{-ik_0 m! 2^m r_0^2 f^m}{(m+2)(k_0 r r_0)^{m+1} \sqrt{W_m}} \left(J_{m+1} \left(\frac{k_0 r r_0}{f} \right) - (m+1) J_{m+3} \left(\frac{k_0 r r_0}{f} \right) \right). \tag{7}$$

В дальней зоне излучателя на расстоянии z формула (7) также справедлива с заменой $f \rightarrow z$.

Наконец для схемы с двумя аксиконами Фурье-спектр $A_{ax}(r)$ рассчитывается по формуле

$$A_{ax}(r) = \frac{-a_0 k_0^2}{z_{12} f} \iint \exp \left(-\frac{r_2^2}{w_0^2} - ik_0 \gamma r_2 + \frac{ik_0 (r_2^2 + r_1^2)}{2z_{12}} - ik_0 \gamma r_1 \right) J_0 \left(\frac{k_0 r_2 r_1}{z_{12}} \right) J_0 \left(\frac{k_0 r_1 r}{f} \right) r_2 r_1 dr_2 dr_1. \tag{8}$$

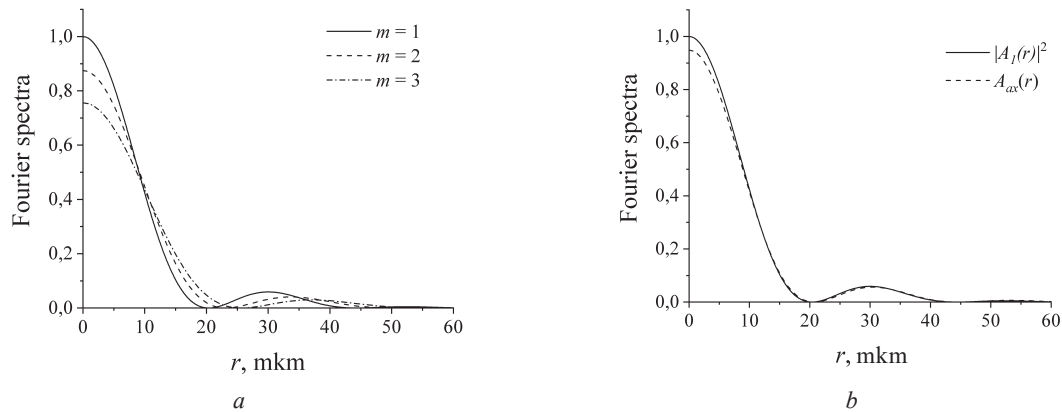


Рис. 3. Линзовые Фурье-спектры $|A_m(r)|^2$ модельного поля (2) с индексом $m = 1, 2, 3$ (а) и модельного поля с индексом $m = 1$ в сравнении с Фурье-спектром $|A_{ax}(r)|^2$ в схеме с двумя аксиконами (b). Фокусное расстояние линзы равно 1 м

Fig. 3. Lens Fourier spectra $|A_m(r)|^2$ of the sample field (2) with the index $m = 1, 2, 3$ (a) and the sample field with the index $m = 1$ compared to the Fourier spectrum $|A_{ax}(r)|^2$ in the scheme with two axicons (b). The focal distance of the lens is 1 m

На рис. 3, а приведены распределения интенсивности в фокальной плоскости линзы, когда входным полем является модельное поле (2). Видно, что особенностью формируемого поля Бесселева типа является малое число колец, что вызвано большой шириной исходных кольцевых полей (см. рис. 2). С возрастанием индекса m диаметр боковых колец увеличивается, что обусловлено уменьшением диаметра кольцевого поля. Рис. 3, b показывает, что пространственный спектр модельного поля с $m = 1$ хорошо аппроксимирует соответствующий спектр поля, создаваемого двумя аксиконами.

Осевое распределение интенсивности. Для модельного поля в схеме с дополнительной линзой поле $a_m(z)$ на оси пучка ($r = 0$) выражается через интеграл

$$a_m(z) = \frac{-ik_0}{z\sqrt{W_m}} \int_0^{r_0} \frac{r_1^2}{r_0^2} \left(1 - \frac{r_1^2}{r_0^2}\right)^m \exp(i\beta r_1^2) r_1 dr_1, \quad (9)$$

где $\beta = \frac{k_0}{2} \left(\frac{1}{z} - \frac{1}{f}\right)$. При $m = 1$ из (9) получаем следующее выражение для $a_1(z)$:

$$a_1(z) = \frac{ik_0}{z\sqrt{W_1}r_0^4\beta^3} \left[\frac{r_0^2\beta}{2} (1 + \exp(i\beta r_0^2)) - i(1 - \exp(i\beta r_0^2)) \right]. \quad (10)$$

При значениях $m > 1$ аналитический расчет (9) также возможен, но приводит к громоздким выражениям и поэтому здесь не приводится.

На рис. 4 показано продольное распределение интенсивности на оптической оси для модельного поля и поля в схеме с аксиконами. При этом линза в обоих случаях отсутствует. Из рисунка следует, что особенностью продольного распределения интенсивности является осциллирующее поведение с увеличивающимся периодом. Такое поведение завершается интенсивным максимумом, за которым осцилляции прекращаются и интенсивность монотонно падает. С увеличением m максимум интенсивности смещается ближе к излучателю, что объясняется уменьшением диаметра соответствующего кольцевого поля (см. рис. 2, а).

Для выяснения вопроса, насколько распределение интенсивности на рис. 4 является характерным для различных кольцевых полей, на рис. 5, b приведено аналогичное распределение для случаев, когда кольцевое поле имеет форму смещенной функции Гаусса – $a(r) \sim \exp\left(-\frac{(r - r_0)^2}{w^2}\right)$, где r_0 – параметр смещения, w – полуширина, а также форму ступенчатой функции (рис. 5, а).

Из рис. 5 видно, что для данных кольцевых полей также существует интенсивный максимум и монотонное падение при увеличении расстояния. Отличия имеются в поведении поля на близких расстояниях. Для гауссова профиля отличие относительно небольшое, и осевая интенсив-

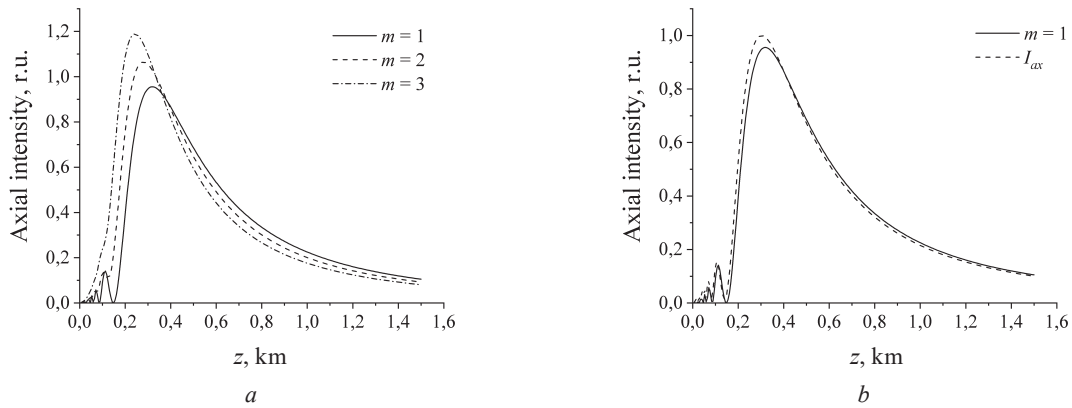


Рис. 4. Зависимость интенсивности света на оптической оси от продольной координаты z для модельного поля с $m = 1, 2, 3$ (а) и сравнение интенсивности модельного поля с $m = 1$ с интенсивностью поля в схеме с двумя аксиконами (б)

Fig. 4. Dependence of light intensity on the optical axis on the longitudinal coordinate z for the sample field with $m = 1, 2, 3$ (a) and comparison of the intensity of the sample field with $m = 1$ with the field intensity in the scheme with two axicons (b)

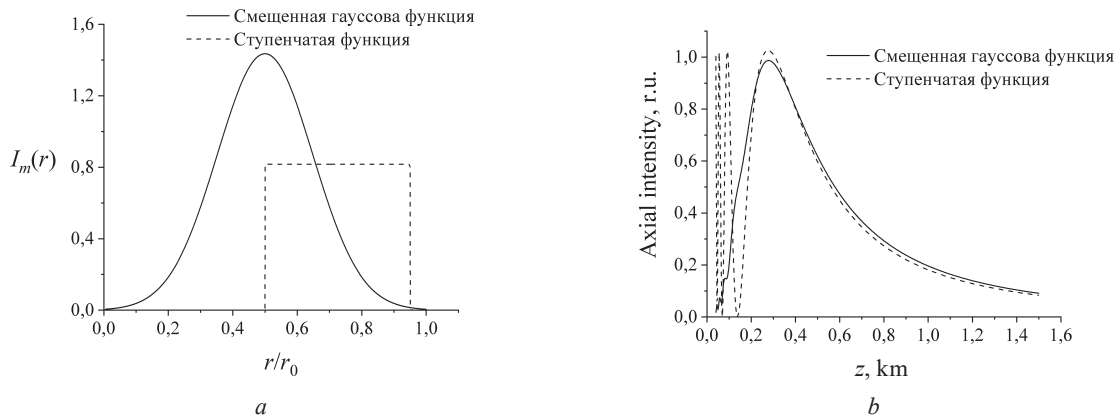


Рис. 5. Кольцевые распределения в виде смещенной функции Гаусса и ступенчатой функции (а) и соответствующие им продольные распределения осевой интенсивности (б)

Fig. 5. Annular distributions in the form of a shifted Gaussian function and a step function (a) and the longitudinal distributions of axial intensity (b) corresponding to them

ность монотонно возрастает, а для ступенчатого поля имеют место глубокие осцилляции. Отсюда следует, что по мере возрастания градиента распределения интенсивности в исходно кольцевом поле дифракция энергии внутрь кольца усиливается, а тип интерференции периодически меняется с конструктивной на деструктивную.

Рассмотрим далее влияние фокусирующей линзы на осевую интенсивность.

На рис. 6 показаны графики осевой интенсивности, аналогичные приведенным на рис. 4. Здесь фокусное расстояние линзы выбрано большим $f = 600$ м, что реализуемо, поскольку это есть эффективное фокусное расстояние телескопа с дефокусировкой. Например, в схеме телескопа с двумя положительными линзами с фокусными расстояниями f_1 и f_2 увеличение расстояния между линзами на величину Δz индуцирует кривизну волнового фронта с эффективным фокусным расстоянием $f = f_2^2 / \Delta z$. Пусть $f_2 = 1$ м. Тогда для достижения эффективного фокусного расстояния $f = 600$ м необходима величина дефокусировки $\Delta z = 1/6$ мм.

Сравнение рис. 4 и 6 показывает, что при наличии линзы существенно возрастает осевая интенсивность, в то время как качественное поведение кривых сохраняется.

Степень роста максимума осевой интенсивности из-за влияния фокусирующей линзы наглядно иллюстрирует рис. 7, а. Видно, что на малых и средних расстояниях имеется значительное превышение интенсивности, однако при увеличении расстояния z больше, чем фокальная

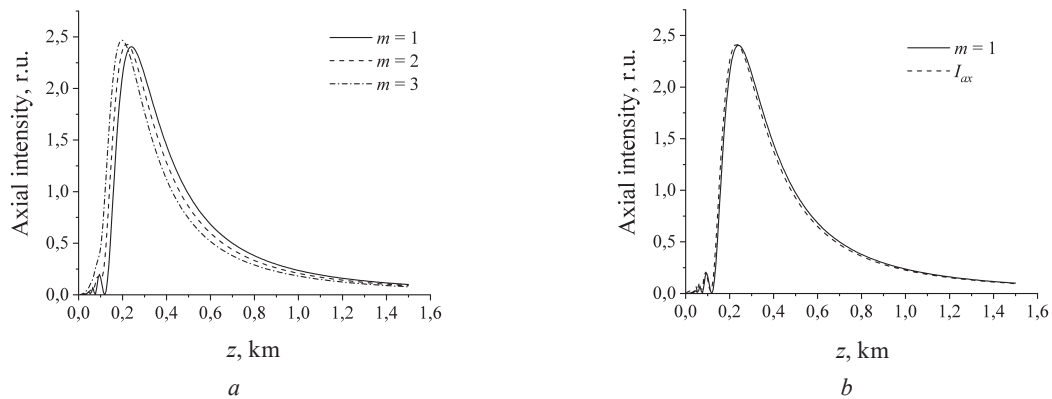


Рис. 6. Продольное распределение интенсивности света на оптической оси при наличии фокусирующей линзы: *a* – модельные поля с $m = 1, 2, 3$; *b* – модельное поле с $m = 1$ в сравнении с полем двух аксионов и линзы. Фокусное расстояние эффективной линзы $f = 600$ м

Fig. 6. The longitudinal intensity distribution of light on the optical axis at the presence of a focusing lens: *a* – sample fields with $m = 1, 2, 3$; *b* – sample fields with $m = 1$ compared to the field of two axicons and a lens. The focal distance of the effective lens $f = 600$ m

длина $f = 600$ м, влияние линзы не сказывается. Из графиков на рис. 7 также следует, что фокусировка ведет к увеличению длины фокальной области, которая определяется как область в окрестности основного максимума. Однако здесь необходимо отметить, что несмотря на существенное влияние фокусировки на основной максимум, его происхождение не связано с действием линзы. В этом состоит качественное отличие от фокусировки на малых расстояниях. Для иллюстрации данного отличия на рис. 7, *b* показаны графики осевой интенсивности для кольцевой и круговой апертур при их равномерном освещении и фокусировке линзой с малым фокусным расстоянием, равным 2 м.

Из рисунка 7, *b* видно, что в случае ближней фокусировки формируется максимум интенсивности, локализованный для обеих апертур на фокусном расстоянии. Также наблюдается эффект удлинения глубины фокуса в случае кольцевой апертуры. Более детальное исследование закономерностей в поведении осевой интенсивности показывает, что по мере увеличения фокусного расстояния исходно практически симметричные распределения (такие как на рис. 7, *b*) постепенно

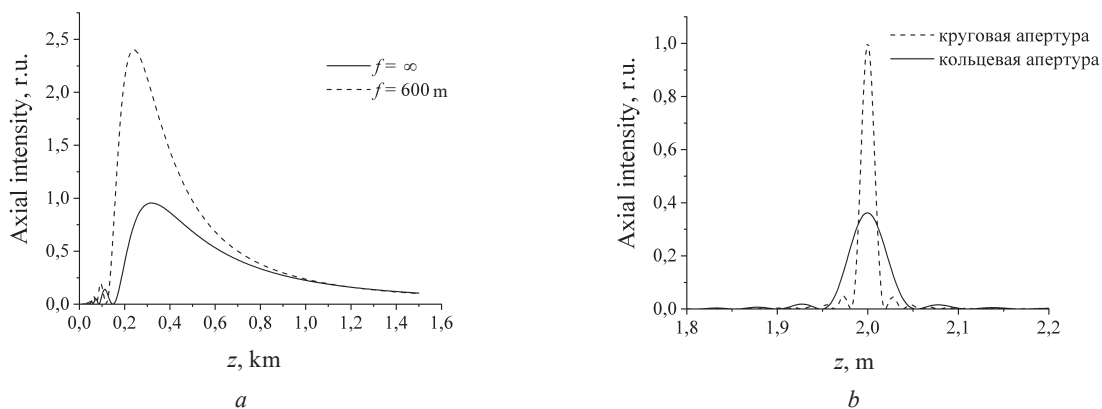


Рис. 7. Влияние фокусирующей линзы на продольное распределение интенсивности света на оптической оси на примере модельного поля с $m = 1$ (*a*); продольное распределение осевой интенсивности при фокусировке линзой с фокусным расстоянием $f = 2$ м для оптических схем с круговой и кольцевой апертурами (*b*).

Радиус круга и максимальный радиус кольца равны r_0 , минимальный радиус кольца равен $0,8 r_0$

Fig. 7. The influence of the focusing lens on the longitudinal intensity distribution of light on the optical axis by example of the sample field with $m = 1$ (*a*); longitudinal distribution of the axial intensity upon focusing a lens with a focal distance $f = 2$ m for optical schemes with angular and annular apertures (*b*). The ring radius and maximal radius of the ring are equal to r_0 , the minimal radius of the ring is $0.8 r_0$

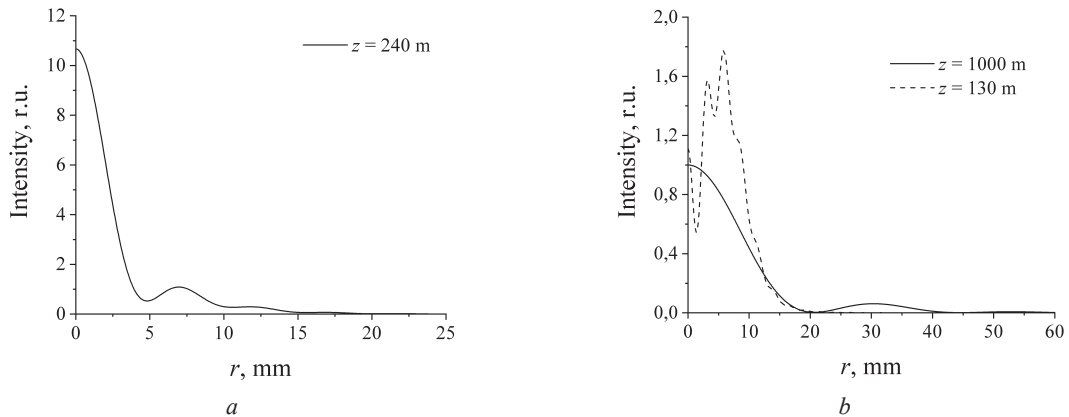


Рис. 8. Поперечное распределение интенсивности пучка бесселева типа, формируемого модельным полем (2) с $m = 1$ на расстояниях $z = 240$ м (а) и 130, 1000 м (б)

Fig. 8. The transverse intensity distribution of a Bessel-like beam formed by the sample field (2) with $m = 1$ at distances $z = 240$ m (a) and 130, 1000 m (b)

приобретают асимметрию, причем максимум интенсивности смещается в направлении к формирователю пучка.

Отметим, наконец, что рис. 4, 6 и 7, а иллюстрируют наличие эффекта быстрого возрастания осевой интенсивности в промежутке между основным максимумом и ближайшим к нему минимумом. Этот эффект аналогичен эффекту скачкообразной автофокусировки поля кольцевого типа в схеме линза – аксикон, рассмотренной ранее в [16]. Для оценки расстояния, на котором формируется интенсивный максимум для всех рассмотренных выше моделей кольцевого поля, удобно воспользоваться формулой (10). Из (10) легко получить уравнение $\text{tg} \theta = \theta$ для расчета положения нулей продольной интенсивности, где

$$\theta = \frac{k_0 r_0^2}{4} \left(\frac{1}{z} - \frac{1}{f} \right).$$

Численное решение этого уравнения дает следующее значение для минимального корня θ_0 , а именно: $\theta_0 \approx 4,4934$. Тогда из вышеприведенной формулы для θ находим соответствующее расстояние z_0 , на котором формируется интенсивный максимум:

$$z_0 = \frac{f}{1 + 2f\lambda\theta_0 / (\pi r_0^2)}. \tag{8}$$

При отсутствии линзы из (8) следует $z_0 = \pi r_0^2 / (2\lambda\theta_0)$.

Поперечное распределение интенсивности. Исследуем далее зависимость поперечного профиля пучка от расстояния до излучателя. В качестве примера рассмотрим модельное поле с $m = 1$ в схеме с линзой.

На рис. 8 показаны поперечные распределения в начальной области формирования пучка бесселева типа ($z = 130$ м), в основном максимуме ($z = 240$ м) и в дальней зоне ($z = 1000$ м). Видно, что в начальной области имеется кольцевое поле малого диаметра и с большим градиентом интенсивности. Пересечение этим кольцевым полем оптической оси и вызывает резкое нарастание осевой амплитуды. В области основного максимума поле характеризуется минимальным диаметром осевого максимума. Однако здесь существует заметный пьедестал, т. е. поле не является сформированным пучком бесселева типа. В дальней зоне поле представляет собой Фурье-спектр кольцевого поля, рассмотренный ранее (см. рис. 3). Расчет по графику на рис. 8, б показал, что в осевом максимуме пучка бесселева типа содержится ~ 64,4 % мощности, а в первом его кольце ~ 27,6 %. Следовательно, в периферийных кольцах содержится ~ 8 % мощности.

В заключение рассмотрим возможность экспериментальной реализации модели кольцевого поля, описываемой формулой (2), с Фурье-спектром, который описывается формулой (5) или (6).

Поскольку как исходные распределения, так и их пространственные спектры не являются фазовыми функциями, то соответствующие поля нельзя получить в пассивных схемах, использующих прозрачные с фазовым пропусканием. Решением этой проблемы может стать метод, основанный на разработке специальных лазеров с внутрирезонаторным преобразованием Фурье. Такой подход был использован, в частности, в работе [17] для формирования поля с однородным распределением амплитуды в круге, Фурье-спектр которого описывается функцией $J_0(x)$. Суть метода состояла в том, что на одном из зеркал резонатора располагались поглощающие или рассеивающие свет кольцевые области, радиус которых совпадал с нулями функции $J_0(x)$. Благодаря этому на другом зеркале формировалось требуемое однородное распределение интенсивности. Аналогичный подход применим для создания рассмотренных в данной статье кольцевых пучков, поскольку Фурье-спектры (5) также характеризуются наличием нулей, положение которых не совпадает для мод с различающимся порядком m .

Заключение. В работе рассмотрены особенности трансформации кольцевых полей в пучки Бесселева типа на больших расстояниях. Исследован ряд моделей кольцевого поля, в том числе модель в виде набора пространственно ограниченных полиномиальных функций, имеющего аналитическое представление в ближней и дальней зонах излучателя. В дальней зоне при удалении от оптической оси поперечное распределение интенсивности в пучке Бесселева типа убывает пропорционально r^{2m+3} , где m – целое число. Это приводит к значительному сокращению числа боковых колец в сравнении с идеальной Бесселевой функцией и уменьшению их вклада в полную мощность пучка. Показано, что в частном случае $m = 1$ модельное поле с высокой точностью аппроксимирует кольцевое поле, формируемое схемой из двух аксиконов как в ближней зоне, так и в зоне дифракции Френеля, а также в дальней зоне.

Установлена качественная однородность поведения осевой интенсивности от расстояния для ряда рассмотренных распределений исходно кольцевого поля. Это поведение характеризуется наличием резкой границы перехода между кольцевым полем и полем Бесселева типа. В начальной области этого перехода формируется интенсивный одиночный максимум, а по мере продвижения в дальнюю зону осевая интенсивность монотонно убывает. При этом поперечное распределение интенсивности постепенно приобретает структуру мало-кольцевого Бесселева пучка.

Показано, что фокусировка кольцевого поля линзой с большой фокальной длиной приводит к значительному возрастанию осевой интенсивности в максимуме и в его окрестности. При этом максимум смещается в сторону меньших расстояний в сравнении с его положением при отсутствии фокусировки, что приводит к эффекту увеличения длины фокальной области. Однако, в отличие от фокусировки относительно короткофокусными линзами, данный эффект для длиннофокусных линз проявляется на расстояниях, значительно меньших фокальной длины.

Модельное поле с индексом $m = 1$ может быть использовано для аналитического описания кольцевого поля, формируемого схемой с двумя аксиконами. Показано, что для генерации модельных полей с произвольными значениями m перспективно применять лазерные резонаторы Фурье-типа с выходным зеркалом-прозрачным. Такой прозрачный содержит рассеивающие или поглощающие модовое поле зоны, которые совпадают с нулями интенсивности Фурье-спектра модельного поля.

Список использованных источников

1. Durnin, J. Diffraction-free beams / J. Durnin, J. J. Miceli, Jr., J. H. Eberly // Phys. Rev. Lett. – 1987. – Vol. 58, № 15. – P. 1499–1501. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.58.1499>
2. Linfoot, E. H. Diffraction Images in Systems with an Annular Aperture / E. H. Linfoot, E. Wolf // Proc. Phys. Soc. B. – 1953. – Vol. 66, № 2. – P. 145–149. <https://doi.org/10.1088/0370-1301/66/2/312>
3. Welford, W. T. Use of Annular Apertures to Increase Focal Depth / W. T. Welford // J. Opt. Soc. Am. – 1960. – Vol. 50, № 8. – P. 749–753. <https://doi.org/10.1364/JOSA.50.000749>
4. Sheppard, C. J. The use of lenses with annular aperture in scanning optical microscopy / C. J. Sheppard // Optik. – 1977. – Vol. 48, № 3. – P. 329–334.
5. Siegman, A. E. Lasers / A. E. Siegman. – University Science Books, 1986. – 729 p.
6. Jacquinet, P. II Apodisation / P. Jacquinet, B. Roizen-Dossier // Prog. Opti. – 1964. – Vol. 3. – P. 29–132. [https://doi.org/10.1016/S0079-6638\(08\)70570-5](https://doi.org/10.1016/S0079-6638(08)70570-5)

7. Ojeda-Castañeda, J. Annular apodizers for low sensitivity to defocus and to spherical aberration / J. Ojeda-Castañeda, P. Andrés, A. Díaz // *Opt. Lett.* – 1986. – Vol. 11, № 8. – P. 487–489. <https://doi.org/10.1364/OL.11.000487>
8. Ojeda-Castañeda, J. Tuning field depth at high resolution by pupil engineering / J. Ojeda-Castañeda, C. M. Gómez-Sarabia // *Adv. Opt. Photon.* – 2015. – Vol. 7. – P. 814–880. <https://doi.org/10.1364/AOP.7.000814>
9. Long-range propagation of annular beam for lidar application / T. Shiina [et al.] // *Opt. Commun.* – 2007. – Vol. 279. – P. 159–167. <https://doi.org/10.1016/j.optcom.2007.07.029>
10. Gerçekcioğlu, H. Annular beam scintillations in strong turbulence / H. Gerçekcioğlu, Ya. Baykal, C. Nakiboğlu // *J. Opt. Soc. Am. A.* – 2010. – Vol. 27, № 8. – P. 1834–1839. <https://doi.org/10.1364/JOSAA.27.001834>
11. Approach to improve beam quality of inter-satellite optical communication system based on diffractive optical elements / L. Tan [et al.] // *Opt. Express.* – 2009. – Vol. 17, № 8. – P. 6311–6319. <https://doi.org/10.1364/OE.17.006311>
12. Eyyuboğlu, H. T. Scintillations of cos-Gaussian and annular beams / H. T. Eyyuboğlu, Y. Baykal // *J. Opt. Soc. Am. A.* – 2007. – Vol. 24, № 1. – P. 156–162. <https://doi.org/10.1364/JOSAA.24.000156>
13. Generation and focusing of a collimated hollow beam / S. K. Tiwari [et al.] // *Opt. Eng.* – 2015. – Vol. 54. – P. 115111. <https://doi.org/10.1117/1.oe.54.11.115111>
14. Tuning the resolution and depth of field of a lens using an adjustable ring beam illumination / T. Breen [et al.] // *Appl. Opt.* – 2020. – Vol. 59, № 15. – P. 4744–4749. <https://doi.org/10.1364/AO.389353>
15. Прудников, А. П. Интегралы и ряды / А. П. Прудников, Ю. А. Брычков, О. И. Маричев. – 2-е изд. – М.: Физматлит, 2003. – Т. 2. – 664 с.
16. Bessel-like light beams formed by the two-component scheme consisting of axicon and spherical lens / N. A. Khilo [et al.] // *Opt. Comm.* – 2021. – Vol. 483. – P. 126666. <https://doi.org/10.1016/j.optcom.2020.126666>
17. Optical synthesis of a high-energy uniform and uniphase laser emission / F. Saviot [et al.] // *Opt. Lett.* – 1993. – Vol. 18, № 24. – P. 2117–2119. <https://doi.org/10.1364/OL.18.002117>

References

1. Durnin J., Miceli J. J., Jr., Eberly J. H. Diffraction-free beams. *Physical Review Letters*, 1987, vol. 58, no. 15, pp. 1499–1501. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.58.1499>
2. Linfoot E. H., Wolf E. Diffraction Images in Systems with an Annular Aperture. *Proceedings of the Physical Society. Section B*, 1953, vol. 66, no. 2, pp. 145. <https://doi.org/10.1088/0370-1301/66/2/312>
3. Welford W. T. Use of Annular Apertures to Increase Focal Depth. *Journal of the Optical Society of America*, 1960, vol. 50, no. 8, pp. 749–753. <https://doi.org/10.1364/JOSA.50.000749>
4. Sheppard C. J. The use of lenses with annular aperture in scanning optical microscopy. *Optik*, 1977, vol. 48, no. 3, pp. 329–334.
5. Siegman A. E. *Lasers*. University Science Books, 1986. 729 p.
6. Jacquinot P., Roizen-Dossier B. II Apodisation. *Progress in Optics*, 1964, vol. 3, pp. 29–132. [https://doi.org/10.1016/S0079-6638\(08\)70570-5](https://doi.org/10.1016/S0079-6638(08)70570-5)
7. Ojeda-Castañeda J., Andrés P., Díaz A. Annular apodizers for low sensitivity to defocus and to spherical aberration. *Optics Letters*, 1986, vol. 11, no. 8, pp. 487–489. <https://doi.org/10.1364/OL.11.000487>
8. Ojeda-Castañeda J., Gómez-Sarabia C. M. Tuning field depth at high resolution by pupil engineering. *Advances in Optics and Photonics*, 2015, vol. 7, no. 4, pp. 814–880. <https://doi.org/10.1364/AOP.7.000814>
9. Shiina T., Yoshida K., Ito M., Okamura Y. Long-range propagation of annular beam for lidar application. *Optics Communications*, 2007, vol. 279, pp. 159–167. <https://doi.org/10.1016/j.optcom.2007.07.029>
10. Gerçekcioğlu H., Baykal Ya., Nakiboğlu C. Annular beam scintillations in strong turbulence. *Journal of the Optical Society of America A*, 2010, vol. 27, no. 8, pp. 1834–1839. <https://doi.org/10.1364/JOSAA.27.001834>
11. Tan L., Yu J., Ma J., Yang Y., Li M., Jiang Y., Liu J., Han Q. Approach to improve beam quality of inter-satellite optical communication system based on diffractive optical elements. *Optics Express*, 2009, vol. 17, no. 8, pp. 6311–6319. <https://doi.org/10.1364/OE.17.006311>
12. Eyyuboğlu H. T., Baykal Y. Scintillations of cos-Gaussian and annular beams. *Journal of the Optical Society of America A*, 2007, vol. 24, no. 1, pp. 156–162. <https://doi.org/10.1364/JOSAA.24.000156>
13. Tiwari S. K., Ram S. P., Rao K. H., Mishra S. R., Rawat H. S. Generation and focusing of a collimated hollow beam. *Optical Engineering*, 2015, vol. 54, no. 11, pp. 115111. <https://doi.org/10.1117/1.oe.54.11.115111>
14. Breen T., Basque-Giroux N., Fuchs U., Golub I. Tuning the resolution and depth of field of a lens using an adjustable ring beam illumination. *Applied Optics*, 2020, vol. 59, no. 15, pp. 4744–4749. <https://doi.org/10.1364/AO.389353>
15. Prudnikov A. P., Brychkov Ju. A., Marichev O. I. *Integrals and series. Vol. 2*. Moscow, Fizmatlit Publ., 2003. 664 p. (in Russian).
16. Khilo N. A., Ropot P. I., Piatrou P. K., Belyi V. N. Bessel-like light beams formed by the two-component scheme consisting of axicon and spherical lens. *Optics Communications*, 2021, vol. 483, pp. 126666. <https://doi.org/10.1016/j.optcom.2020.126666>
17. Saviot F., Mottay E., Vampouille M., Colombeau B. Optical synthesis of a high-energy uniform and uniphase laser emission. *Optics Letters*, 1993, vol. 18, no. 24, pp. 2117–2119. <https://doi.org/10.1364/OL.18.002117>

Информация об авторах

Хило Николай Анатольевич – кандидат физико-математических наук, ведущий научный сотрудник, Институт физики имени Б. И. Степанова Национальной академии наук Беларуси (пр. Независимости, 68-2, 220072, Минск, Республика Беларусь). E-mail: n.khilo@dragon.bas-net.by

Ропот Петр Иосифович – кандидат физико-математических наук, заместитель заведующего центром «Диагностические системы», Институт физики имени Б. И. Степанова Национальной академии наук Беларуси (пр. Независимости, 68-2, 220072, Минск, Республика Беларусь). E-mail: p.ropot@dragon.bas-net.by

Петров Петр Казимирович – кандидат физико-математических наук, ведущий научный сотрудник, Институт физики имени Б. И. Степанова Национальной академии наук Беларуси (пр. Независимости, 68-2, 220072, Минск, Республика Беларусь). E-mail: p.piatrou@ifanbel.bas-net.by

Белый Владимир Николаевич – академик Национальной академии наук Беларуси, доктор физико-математических наук, заведующий центром «Диагностические системы», Институт физики имени Б. И. Степанова Национальной академии наук Беларуси (пр. Независимости, 68-2, 220072, Минск, Республика Беларусь). E-mail: v.belyi@dragon.bas-net.by

Information about the authors

Nikolai A. Khilo – Ph. D. (Physics and Mathematics), Leading Researcher, B. I. Stepanov Institute of Physics of the National Academy of Sciences of Belarus (68-2, Nezavisimosti Ave., 220072, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: n.khilo@dragon.bas-net.by

Piotr I. Ropot – Ph. D. (Physics and Mathematics), Deputy Head of the Center “Diagnostic Systems”, B. I. Stepanov Institute of Physics of the National Academy of Sciences of Belarus (68-2, Nezavisimosti Ave., 220072, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: p.ropot@dragon.bas-net.by

Piotr K. Petrov – Ph. D. (Physics and Mathematics), Leading Researcher, B. I. Stepanov Institute of Physics of the National Academy of Sciences of Belarus (68-2, Nezavisimosti Ave., 220072, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: p.piatrou@ifanbel.bas-net.by

Vladimir N. Belyi – Academician of the National Academy of Sciences of Belarus, Dr. Sc. (Physics and Mathematics), Professor, Head of the Center “Diagnostic Systems”, B. I. Stepanov Institute of Physics of the National Academy of Sciences of Belarus (68-2, Nezavisimosti Ave., 220072, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: v.belyi@dragon.bas-net.by