

ISSN 1561-2430 (Print)
ISSN 2524-2415 (Online)
УДК 537.876

<https://doi.org/10.29235/1561-2430-2022-58-2-231-236>

Поступила в редакцию 21.04.2022

Received 21.04.2022

С. В. Гапоненко, Д. В. Новицкий

*Институт физики имени Б. И. Степанова Национальной академии наук Беларуси,
Минск, Республика Беларусь*

ВРЕМЯ ТУННЕЛИРОВАНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ СКВОЗЬ СЛОЙ ИДЕАЛЬНОЙ ПЛАЗМЫ*

Аннотация. Получено соотношение для фазового времени туннелирования электромагнитного излучения для слоя идеальной плазмы в диэлектрике для частот ω ниже плазменной частоты ω_p в пределе низкой прозрачности слоя. Установлено, что в рамках рассматриваемой модели время туннелирования не зависит от толщины плазменного слоя и задается только значениями частот ω и ω_p . С понижением частоты излучения время туннелирования стремится к пределу, определяемому обратной плазменной частотой, что позволяет в этом случае интерпретировать процесс туннелирования как своеобразный всплеск плазменного слоя как целого, в результате которого и формируется прошедшее излучение. Поскольку коэффициент пропускания плазменного слоя весьма низок, полученный результат не позволяет говорить о сверхсветовом переносе энергии.

Ключевые слова: туннелирование, фазовое время, плазма, электромагнитное излучение

Для цитирования. Гапоненко, С. В. Время туннелирования электромагнитного излучения сквозь слой идеальной плазмы / С. В. Гапоненко, Д. В. Новицкий // Вест. Нац. акад. наук Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. – 2022. – Т. 58, № 2. – С. 231–236. <https://doi.org/10.29235/1561-2430-2022-58-2-231-236>

Sergey V. Gaponenko, Denis V. Novitsky

B. I. Stepanov Institute of Physics of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Republic of Belarus

TUNNELING TIME OF ELECTROMAGNETIC RADIATION TROUGH AN IDEAL PLASMA LAYER

Abstract. In this paper, we derived the relation for the phase time of electromagnetic radiation tunneling through an ideal plasma layer in a dielectric for frequencies ω below the plasma frequency ω_p in the limit of low transparency of the layer. Within the framework of the model under consideration, the tunneling time is found to be independent of the layer thickness and determined only by the ω and ω_p values. For lower frequencies the tunneling time tends to the limit defined by the inverse plasma frequency which allows us to treat the tunneling process in this case as a 'splash' of a plasma layer as a whole entity to form the transmitted radiation. Since the transmittance of the plasma layer is very low, the result obtained does not allow us to speak about superluminal energy transfer.

Keywords: Tunneling, phase time, plasma, electromagnetic radiation

For citation. Gaponenko S. V., Novitsky D. V. Tunneling time of electromagnetic radiation trough an ideal plasma layer. *Vestsi Natsyianal'nai akademii navuk Belarusi. Seriya fizika-matematychnykh navuk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physics and Mathematics series*, 2022, vol. 58, no. 2, pp. 231–236 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1561-2430-2022-58-2-231-236>

Введение. Нанوفотоника – междисциплинарное направление, изучающее взаимодействие с веществом и распространение электромагнитного излучения оптического диапазона в наноструктурах, которое в значительной степени использует идеи и представления о волновых явлениях в сложных структурах, перенесенные из квантовой механики. Основой такого переноса является изоморфность не зависящего от времени уравнения Шредингера в квантовой механике и уравнения Гельмгольца в классической электродинамике (волновой оптике) [1]. Неполный список перенесенных из квантовой механики в нанوفотонику явлений включает формирование разрешенных и запрещенных для распространения волн интервалов частот (энергий фотонов), прохождение волн сквозь классически запрещенные области пространства (туннелирование сквозь единичный барьер и резонансное туннелирование сквозь два барьера), локализация волн

© Гапоненко С. В., Новицкий Д. В., 2022

* К 90-летию Виктора Павловича Грибковского – члена-корреспондента НАН Беларуси, доктора физико-математических наук, профессора, основателя белорусской научной школы по оптике полупроводников.

на флуктуациях потенциала (андерсоновская локализация), образование характерных спектров для распространения излучения в квазипериодических средах. Большой интерес вызывает проблема времени туннелирования, известная в квантовой механике как парадокс Хартмана [2, 3]. Суть этого парадокса состоит в том, что введенное Е. Вигнером в 1955 г. фазовое время (вигнеровское время) [4]

$$\tau_\varphi := \frac{d\varphi}{d\omega}, \quad (1)$$

где φ – фаза комплексной функции, описывающей прозрачность потенциального барьера по отношению к амплитуде волновой функции при прохождении квантовой частицы, в пределе низкой прозрачности барьера перестает зависеть от его длины и задается выражением

$$\tau_\varphi = \frac{\hbar}{\sqrt{E(U_0 - E)}}, \quad (2)$$

где U_0 – высота барьера, E – энергия частицы. Это означает потенциальную возможность зарегистрировать частицу за барьером через промежуток, соответствующий сверхсветовому распространению. В то же время понятно, что скорость переноса массы и заряда остается всегда значительно ниже скорости света c , так как прозрачность барьера много меньше 1. Электромагнитный аналог парадокса Хартмана привлекает внимание в связи с экспериментами по распространению излучения в сложных структурах, где оно происходит с образованием неоднородных волн: при нарушенном полном внутреннем отражении [5, 6] и при образовании запрещенной зоны в периодической среде (фотонном кристалле) [7–11]. Общеизвестно, что перенос энергии со сверхсветовой скоростью невозможен вследствие весьма низкого значения коэффициента прозрачности указанных структур для излучения, и речь следует вести о времени дрейфа или времени пребывания излучения в области формирования неоднородных волн без прямого переноса результатов анализа этого времени к проблеме скорости передачи энергии или информации.

Плазма представляет собой еще один пример среды, где возможно туннелирование электромагнитного излучения. В частности, именно туннельное распространение излучения оптического диапазона обеспечивает частичную прозрачность тонких (менее длины волны в вакууме) металлических пленок. Интересно, что уже в ранней работе В. Гейзенберга [12] отмечалась аналогия прозрачности металлических пленок с туннелированием частиц в квантовой механике. В настоящей статье показано, что в плазменном слое в спектральной области частот намного ниже плазменной частоты при достаточно большом значении толщины слоя, обеспечивающем весьма низкий коэффициент прозрачности, вигнеровское время определяется плазменной частотой и не зависит от частоты излучения.

Результаты и их обсуждение. Как известно, условия распространения излучения для газа заряженных частиц (будем рассматривать электроны) без учета потерь на диссипацию энергии задаются специфическим видом диэлектрической функции $\varepsilon(\omega)$ (формула Друде):

$$\varepsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}, \quad \omega_p^2 = \frac{Ne^2}{m\varepsilon_0}, \quad (3)$$

справедливой, согласно [13], в весьма широкой области частот, для которых $\hbar\omega \ll mc^2$, т. е. вплоть до частот порядка 10^{20} Гц. Здесь N – концентрация электронов, e – элементарный заряд, m – масса электрона, ε_0 – диэлектрическая постоянная. Для частот $\omega > \omega_p$ имеем $\varepsilon(\omega) > 0$, и плазма является диэлектриком, т. е. средой, поддерживающей распространение электромагнитных волн, с диэлектрической проницаемостью $0 < \varepsilon < 1$, а для частот $\omega < \omega_p$ имеем $\varepsilon(\omega) < 0$, и электромагнитное поле экспоненциально затухает вглубь плазменного слоя (неоднородная волна). Последний случай и соответствует туннелированию электромагнитных волн и является классическим аналогом туннельного эффекта в квантовой механике. Например, для типичных металлов зависимость $\varepsilon(\omega)$ проходит через 0 в ультрафиолетовом диапазоне спектра, а в видимом диа-

пазоне характерная длина, на которой амплитуда поля уменьшается в e раз, составляет десятки нанометров. Принимая во внимание то, что масса ионов значительно превышает массу электронов, обычно ограничиваются учетом только вклада от электронов в диэлектрические свойства плазмы. Для коэффициента пропускания t амплитуды электрического поля справедливо известное соотношение, вытекающее из условия непрерывности функции и ее первой производной,

$$t := \frac{D}{A} = \frac{(1-r^2)\exp(\kappa L)}{1-r^2\exp(-2\kappa L)}, \quad (4)$$

где L – толщина слоя плазмы;

$$r = \frac{\kappa + i\kappa}{\kappa - i\kappa} \quad (5)$$

– коэффициент отражения на границе плазма – диэлектрик;

$$\kappa_{EM} = \frac{\omega}{c}\sqrt{-\epsilon_2} \quad (\epsilon_2 < 0), \quad k_{EM} = \frac{\omega}{c}n, \quad n = \sqrt{\epsilon_1} \quad (\epsilon_1 > 0). \quad (6)$$

Здесь ϵ_1 и n – диэлектрическая проницаемость и показатель преломления диэлектрической среды, в которой находится слой плазмы; c – скорость света в вакууме; k – волновое число электромагнитной волны в диэлектрике; κ – показатель затухания неоднородной волны в плазме. Согласно [14], в пределе очень низкой прозрачности, т. е. при $\kappa L \gg 1$, комплексный коэффициент пропускания принимает вид

$$t \propto 2 \left(1 - i \frac{k^2 - \kappa^2}{2k\kappa} \right)^{-1} \exp(-\kappa L) \quad (7)$$

с фазой

$$\varphi = \arctg \frac{k^2 - \kappa^2}{2k\kappa}, \quad (8)$$

которая и позволяет рассчитать вигнеровское время туннелирования

$$\tau_\varphi = \frac{d\varphi}{d\omega} = 2 \left[1 + \left(\frac{k}{\kappa} \right)^2 \right]^{-1} \frac{d}{d\omega} \frac{k}{\kappa}. \quad (9)$$

Соотношение (9), основанное на общем выражении для пропускания (4), получено в [14] без специальных условий и может быть применено к слою плазмы с диэлектрической функцией вида (3). Таким образом, время туннелирования задается свойствами плазмы (выражение для $\kappa(\omega)$) и окружающего плазму диэлектрика (выражение для k), а точнее, их отношением $k(\omega)/\kappa(\omega)$. Существенно, что это время не зависит от толщины слоя, а значит, оно может быть короче времени, необходимого излучению для прохождения такого же отрезка пространства в вакууме, т. е. менее, чем $\tau = L/c$. Принимая в качестве диэлектрика вакуум ($\epsilon_1 = 1$) и используя для плазмы соотношение (3), имеем

$$\tau_\varphi = \frac{2}{\omega} \sqrt{\frac{\omega^2}{\omega_p^2 - \omega^2}} = \frac{2}{\sqrt{\omega_p^2 - \omega^2}}. \quad (10)$$

Существенно, что в низкочастотном пределе ($\omega \ll \omega_p$) время туннелирования становится функцией только плазменной частоты, стремясь к пределу

$$\tau_\varphi > 2\omega_p^{-1}. \quad (11)$$

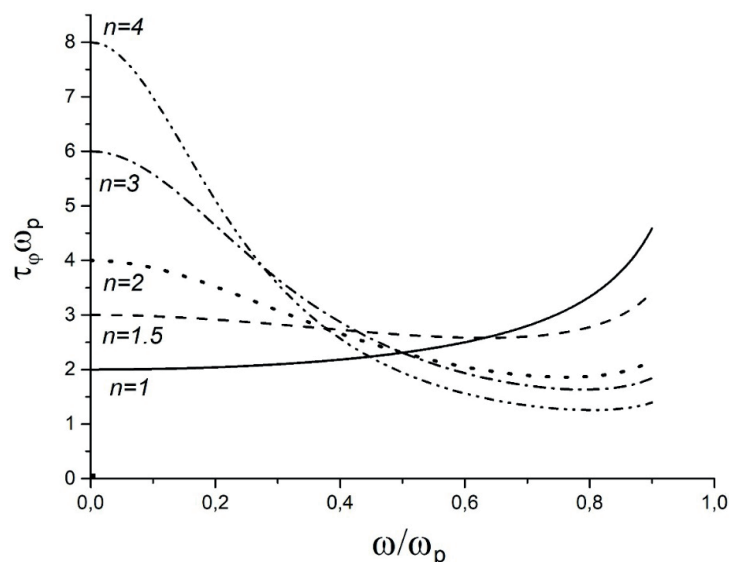
Этот результат обладает, как нам представляется, важным физическим смыслом. Поскольку известно, что плазменная частота характеризует максимальную скорость реакции плазмы как целого на электромагнитное возмущение, процесс туннелирования электромагнитного излучения в низкочастотном пределе можно представить не как процесс распространения излучения сквозь плазменный слой, а как результат формирования отраженной и прошедшей волн вследствие своеобразного «вздрагивания» или «всплеска» плазменного слоя с временем отклика, минимально возможным для плазмы. Этим результат для плазмы отличается от результатов, обсуждавшихся для туннелирования в случае чисто диэлектрических сред [14], а именно: фотонно-кристаллического слоя, нарушенного полного внутреннего отражения, зауженного волновода. В таких случаях использование в расчетах соотношения (9) приводит к доминированию в выражении для τ_ϕ множителя $1/\omega$ с поправочными коэффициентами, что позволило говорить [14] об универсальной связи между временем туннелирования и частотой излучения.

Рассмотрим теперь другой предельный случай, когда диэлектрическая проницаемость отрицательна, однако частота излучения достаточно близко приближается к плазменной частоте, оставаясь меньше нее. С ростом частоты излучения ω время туннелирования в выражении (10) неограниченно растет, стремясь к бесконечности в пределе $\omega \rightarrow \omega_p$. В этом случае важно, чтобы не нарушалось условие $\kappa L \gg 1$, для которого получено исходное соотношение (9). Заметим, что условие $\kappa L \gg 1$ фактически равносильно условию $(L/c)(\omega_p^2 - \omega^2)^{1/2} \gg 1$, т. е. по мере приближения частоты излучения к плазменной частоте следует увеличивать толщину плазменного слоя, чтобы достаточно большой была величина L/c – время прохождения излучением в вакууме отрезка, равного толщине плазменного слоя.

Для слоя плазмы в диэлектрике с проницаемостью $\epsilon_1 = n^2 > 1$ из соотношения (9) имеем

$$\tau_\phi = \frac{2}{\sqrt{\omega_p^2 - \omega^2}} \frac{n}{1 + (n^2 - 1) \frac{\omega^2}{\omega_p^2}}. \quad (12)$$

На рисунке показаны графики зависимостей нормированного на обратную плазменную частоту фазового времени от нормированной частоты излучения. Видно, что для вакуума зависимость времени от частоты мала, и уже для $\omega/\omega_p < 0,5$ имеем $\tau_\phi \approx 2/\omega_p$. С ростом показателя



Зависимость нормированного фазового времени при распространении излучения в слое плазмы от нормированной частоты излучения для различных значений показателя преломления окружающей диэлектрической среды

The normalized phase time for radiation propagating through a plasma layer versus the normalized radiation frequency for different values of the refractive index of an ambient dielectric medium

преломления окружающей среды диапазон изменения τ_{ϕ} расширяется, а его значение в низкочастотном пределе составляет $2n/\omega_p$. При неограниченном приближении частоты излучения к плазменной частоте возрастает прозрачность плазменного слоя и условие $\kappa L \gg 1$, для которого получены соотношения (10)–(12), может нарушиться. Поэтому на рисунке графики построены для значений менее $\omega/\omega_p = 0,9$.

Заключение. Проведенный анализ фазового времени жизни при прохождении электромагнитным излучением слоя идеальной плазмы (без диссипации энергии) показал, что в пределе низкой прозрачности плазменного слоя и низкой частоты излучения время прохождения не только не зависит от длины слоя, что было ранее установлено для диэлектрических структур с туннелированием (нарушенное полное внутреннее отражение, фотонный кристалл, зауженный волновод), но также не зависит и от частоты излучения. Время туннелирования в низкочастотном пределе задается обратной плазменной частотой, что позволяет представить формирование прошедшего излучения как результат своеобразного всплеска плазменного слоя с предельно возможной скоростью отклика для плазмы как целого. Такая интерпретация согласуется с развитыми в литературе представлениями о том, что при туннелировании (как в электродинамике, так и в квантовой механике) понятие скорости распространения неприменимо, так как в области туннелирования отсутствует четко обозначенный физический объект, скорость которого можно было бы анализировать. Так же, как и в случае туннелирования излучения в диэлектрических средах, кажущееся сверхсветовое распространение излучения не означает сверхсветовой перенос энергии или сигнала, так как коэффициент пропускания амплитуды (и интенсивности) в этих случаях весьма мал.

Список использованных источников

1. Gaponenko, S. V. Introduction to Nanophotonics / S. V. Gaponenko. – Cambridge University Press, 2010. – 460 p. <https://doi.org/10.1017/CBO9780511750502>
2. Hartman, T. E. Tunneling of a Wave Packet / T. E. Hartman // J. Appl. Phys. – 1962. – Vol. 33, № 12. – P. 3427–3432. <https://doi.org/10.1063/1.1702424>
3. Davies, P. C. W. Quantum Tunneling Time / P. C. W. Davies // Am. J. Phys. – 2004. – Vol. 73, № 1. – P. 23–27. <https://doi.org/10.1119/1.1810153>
4. Wigner, E. P. Lower Limit for the Energy Derivative of the Scattering Phase Shift / E. P. Wigner // Phys. Rev. – 1955. – Vol. 98, № 1. – P. 145–147. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.98.145>
5. Enders, A. Evanescent-mode Propagation and Quantum Tunneling / A. Enders, G. Nimtz // Phys. Rev. E. – 1993. – Vol. 48, № 1. – P. 632–634. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.48.632>
6. Haibel, A. Universal Relationship of Time and Frequency in Photonic Tunneling / A. Haibel, G. Nimtz // Annalen der Physik. – 2001. – Vol. 513, № 8. – P. 707–712. <https://doi.org/10.1002/andp.20015130802>
7. Winful, H. G. Group Delay, Stored Energy, and the Tunneling of Evanescent Electromagnetic Waves / H. G. Winful // Phys. Rev. E. – 2003. – Vol. 68, № 1. – P. 016615. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.68.016615>
8. Winful, H. G. Energy Storage in Superluminal Barrier Tunneling: Origin of the “Hartman effect” / H. G. Winful // Opt. Express. – 2002. – Vol. 10, № 25. – P. 1491–1496. <https://doi.org/10.1364/oe.10.001491>
9. Group Velocity, Energy Velocity, and Superluminal Propagation in Finite Photonic Band-gap Structures / G. D’Aguanno [et al.] // Phys. Rev. E. – 2001. – Vol. 63, № 3. – P. 036610. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.63.036610>
10. Olkhovsky, V. S. Unified Time Analysis of Photon and Particle Tunneling / V. S. Olkhovsky, E. Recami, J. Jakiel // Phys. Rep. – 2004. – Vol. 398, № 3. – P. 133–178. <https://doi.org/10.1016/j.physrep.2004.06.001>
11. Dumont, R. S. The relativistic tunneling flight time may be superluminal, but it does not imply superluminal signaling / R. S. Dumont, T. Rivlin, E. Pollak // New J. Phys. – 2020. – Vol. 22, № 9. – P. 093060. <https://doi.org/10.1088/1367-2630/abb515>
12. Гейзенберг, В. Физические принципы квантовой теории / В. Гейзенберг. – Л.; М.: ГТТИ, 1932. – 180 с.
13. Гинзбург, В. Л. Распространение электромагнитных волн в плазме / В. Л. Гинзбург. – М.: Наука, 1967. – 685 с.
14. Esposito, S. Universal Photonic Tunneling Time / S. Esposito // Phys. Rev. E. – 2001. – Vol. 64, № 2. – P. 026609. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.64.026609>

References

1. Gaponenko S. V. Introduction to Nanophotonics. Cambridge University Press, 2010. 460 p. <https://doi.org/10.1017/CBO9780511750502>
2. Hartman T. E. Tunneling of a wave packet. *Journal of Applied Physics*, 1962, vol. 33, no. 12, pp. 3427–3432. <https://doi.org/10.1063/1.1702424>

3. Davies P. C. W. Quantum tunneling time. *American Journal of Physics*, 2004, vol. 73, no. 1, pp. 23–27. <https://doi.org/10.1119/1.1810153>
4. Wigner E. P. Lower limit for the energy derivative of the scattering phase shift. *Physical Review*, 1955, vol. 98, no. 1, pp. 145–147. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.98.145>
5. Enders A., Nimtz G. Evanescent-mode propagation and quantum tunneling. *Physical Review E*, 1993, vol. 48, no. 1, pp. 632–634. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.48.632>
6. Haibel A., Nimtz G. Universal relationship of time and frequency in photonic tunnelling. *Annalen der Physik*, 2001, vol. 513, no. 8, pp. 707–712. <https://doi.org/10.1002/andp.20015130802>
7. Winful H. G. Group delay, stored energy, and the tunneling of evanescent electromagnetic waves. *Physical Review E*, 2003, vol. 68, no. 1, pp. 016615. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.68.016615>
8. Winful H. G. Energy Storage in Superluminal Barrier Tunneling: Origin of the “Hartman effect”. *Optics Express*, 2002, vol. 10, no. 25, pp. 1491–1496. <https://doi.org/10.1364/OE.10.001491>
9. D’Aguanno G., Centini M., Scalora M., Sibilia C., Bloemer M. J., Bowden C. M., Haus J. W., Bertolotti M. Group velocity, energy velocity, and superluminal propagation in finite photonic band-gap structures. *Physical Review E*, 2001, vol. 63, no. 3, pp. 036610. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.63.036610>
10. Olkhovsky V. S., Recami E., Jakiel J. Unified time analysis of photon and particle tunnelling. *Physics Reports*, 2004, vol. 398, no. 3, pp. 133–178. <https://doi.org/10.1016/j.physrep.2004.06.001>
11. Dumont R. S., Rivlin T., Pollak E. The relativistic tunneling flight time may be superluminal, but it does not imply superluminal signaling. *New Journal of Physics*, 2020, vol. 22, no. 9, pp. 093060. <https://doi.org/10.1088/1367-2630/abb515>
12. Heisenberg W. The Physical Principles of the Quantum Theory. *University of Chicago*, 1930. 190 p.
13. Ginzburg V. L. The Propagation of Electromagnetic Waves in Plasmas. *Oxford, New York, Pergamon Press*, 1970. 320 p.
14. Esposito S. Universal photonic tunneling time. *Physical Review E*, 2001, vol. 64, no. 2, pp. 026609. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.64.026609>

Информация об авторах

Гапоненко Сергей Васильевич – академик Национальной академии наук Беларуси, доктор физико-математических наук, профессор, главный научный сотрудник, Институт физики имени Б. И. Степанова Национальной академии наук Беларуси (пр. Независимости, 68-2, 220072, Минск, Республика Беларусь).
E-mail: s.gaponenko@ifanbel.bas-net.by

Новицкий Денис Викторович – кандидат физико-математических наук, заведующий Центром «Нанопотоники», Институт физики имени Б. И. Степанова Национальной академии наук Беларуси (пр. Независимости 68-2, 220072, Минск, Республика Беларусь).
E-mail: d.novitsky@ifanbel.bas-net.by

Information about the authors

Sergey V. Gaponenko – Academician of the National Academy of Sciences of Belarus, Dr. Sc. (Physics and Mathematics), Professor, Chief Researcher, B. I. Stepanov Institute of Physics of the National Academy of Sciences of Belarus (68-2, Nezavisimosti Ave., 220072, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: s.gaponenko@ifanbel.bas-net.by

Denis V. Novitsky – Ph. D. (Physics and Mathematics), Head of the Nanophotonics Centre, B. I. Stepanov Institute of Physics of the National Academy of Sciences of Belarus (68-2, Nezavisimosti Ave., 220072, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: d.novitsky@ifanbel.bas-net.by