

**ФІЗИКА**  
**PHYSICS**

УДК 53.01  
<https://doi.org/10.29235/1561-2430-2023-59-2-136-146>

Поступила в редакцию 31.10.2022  
Received 31.10.2022

**І. А. Сіўцоў<sup>1</sup>, А. Э. Кургузава<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>*Stream HPC B.V., Амстэрдам, Нідэрланды*

<sup>2</sup>*Інстытут фізікі імя Б. І. Сцяпанова Нацыянальнай акадэміі навук Беларусі, Мінск, Рэспубліка Беларусь*

**ЗАЛЕЖНАСЦЬ СПЕКТРАЎ ГАМА-ЎСПЛЁСКАЎ АД ПАЧАТКОВАГА  
РАЗМЕРКАВАННЯ ЭНЕРГІІ Ў АБАЛОНЦЫ, ЯКАЯ УЛЬТРАРЭЛЯТЫВІСЦКІ  
ПАШЫРАЕЦЦА**

**Анацыя.** Пачатковы этап гама-ўсплёску можна апісаць дыфузіяй выпраменьвання ў абалонцы, якая ультрарэлятывісцкі пашыраецца. Разгледжаны выпадак, калі пачатковае размеркаванне энергіі ў абалонцы залежыць ад глыбіні па лінейным законе. Пры гэтым ад нахілу функцыі пачатковага размеркавання энергіі залежаць эфектыўная тэмпература і імгненны спектр гама-ўсплёску ў пачатковы момант часу, а таксама інтэграваны па часе спектр на высокіх частотах. Таксама была даследавана залежнасць выгляду імгненнага спектра гама-ўсплёска ад часу прыбыцця: пры яго павелічэнні максімум патоку назіраецца на меншай частаце незалежна ад пачатковага размеркавання энергіі ў абалонцы; пры значэннях часу прыбыцця большых за 1 с імгненны спектр не залежыць ад пачатковага размеркавання энергіі ў абалонцы. Нахіл ступеннай часткі інтэграванага па часе спектра на больш нізкіх частотах аднолькавы для любога пачатковага размеркавання энергіі ў абалонцы і складае 1,98; на больш высокіх частотах становіцца больш крутым з павелічэннем нахілу функцыі, якая адпавядае размеркаванню энергіі ў абалонцы ў пачатковы момант часу, і мае значэнні ад  $-2,38$  да  $-13,73$ . Гэта дазваляе патлумачыць з дапамогай нашай мадэлі вялікую колькасць гама-ўсплёскаў, якія маюць тыповы спектр Банда.

**Ключавыя словы:** гама-ўсплёск, дыфузія выпраменьвання, эфектыўная тэмпература, спектр, ураўненне пераносу выпраменьвання

**Для цытавання.** Сіўцоў, І. А. Залежнасць спектраў гама-ўсплёскаў ад пачатковага размеркавання энергіі ў абалонцы, якая ультрарэлятывісцкі пашыраецца / І. А. Сіўцоў, А. Э. Кургузава // Вес. Нац. акад. навук Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. – 2023. – Т. 59, № 2. – С. 136–146. <https://doi.org/10.29235/1561-2430-2023-59-2-136-146>

**Ivan A. Siutsou<sup>1</sup>, Aksana E. Kurhuzava<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>*Stream HPC B.V., Amsterdam, Netherlands*

<sup>2</sup>*B. I. Stepanov Institute of Physics of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Republic of Belarus*

**DEPENDENCE OF THE SPECTRA OF GAMMA-RAY BURSTS ON THE INITIAL  
ENERGY DISTRIBUTION IN THE ULTRARELATIVISTICALLY EXPANDING SHELL**

**Abstract.** The initial stage of a gamma-ray burst can be described by the diffusion of radiation in the shell which is ultra-relativistically widening. We have herein considered the case when the initial energy distribution in the shell depends on the depth according to a linear law. At the same time, the slope of the initial energy distribution function determines the effective temperature and the instantaneous spectrum of the gamma-ray burst at the initial time moment, as well as the time-integrated spectrum at high frequencies. Moreover, we investigated the dependence of the instantaneous spectrum of the gamma-ray burst on the time of arrival: if it increases, the flux maximum is observed for a smaller frequency independently of the initial energy distribution in the shell. If the time of arrival is larger than 1 s, the instantaneous spectrum is independent of the initial energy distribution in the shell. The slope of the power-law part of the time-integrated spectrum at lower frequencies is the same for any initial energy distribution in the shell and it is equal to 1.98; at higher frequencies, it becomes steeper with increasing the slope of the function corresponding to the energy distribution in the shell at the initial instant of time, and it has values between  $-2.38$  and  $-13.73$ . This allows us to explain with the help of our model a large number of gamma-ray bursts that have a typical Band spectrum.

**Keywords:** Gamma-ray burst, diffuse radiation, the effective temperature, the spectra, ultra-relativistic expanding shell, the equation of radiative transfer

**For citation.** Siutsou I. A., Kurhuzava A. E. Dependence of the spectra of gamma-ray bursts on the initial energy distribution in the ultrarelativistically expanding shell. *Vestsi Natsyonal'noi akademii navuk Belarusi. Seryya fizika-matematychnykh navuk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physics and Mathematics series*, 2023, vol. 59, no. 2, pp. 136–146 (in Belarusian). <https://doi.org/10.29235/1561-2430-2023-59-2-136-146>

**Уводзіны.** Гама-ўсплёскамі называюць маштабныя касмічныя выкіды энергіі выбуховага характару, якія назіраюцца ў самай жорсткай частцы электрамагнітнага спектра і маюць касмалагічную прыроду [1, 2]. За першапачатковым усплёскам звычайна мае месца значна перавышаючае яго па працягласці паслясвячэнне, якое выпраменьваецца на больш доўгіх хвалях; для некаторых усплёскаў атрымліваецца зафіксаваць спектр да самага радыёвыпраменьвання [3, 4]. У залежнасці ад працягласці гама-ўсплёскі ўмоўна падзяляюцца на доўгія (больш за 2 с) і кароткія (менш за 2 с) [5, 6]. Доўгія звязваюць з калапсам масіўных зорак (некаторых звышновых тыпу Ic), а кароткія, верагодна, узнікаюць падчас зліцця кампактных аб'ектаў (падвойных нейтронных зорак ці нейтроннай зоркі і чорнай дзіры) [7–9]. Аднак важна адзначыць, што працягласць не дазваляе адназначна вызначыць касмічны аб'ект, які з'яўляўся папярэднікам гама-ўсплёску [10–12].

Дакладна пра гама-ўсплёскі вядома наступнае [13]: яны маюць вельмі вялікія энергіі ( $10^{49}$ – $10^{55}$  эрг) і самыя высокія ізатропныя свяцільнасці ( $10^{46}$ – $10^{54}$  эрг · с<sup>-1</sup>); выкід гама-ўсплёску павінен рухацца да Зямлі з рэлятывісцкай хуткасцю (доказам гэтага з'яўляецца праблема кампактнасці); існуюць па меншай меры дзве фізічна розныя катэгорыі гама-ўсплёскаў: звязаныя з калапсам масіўных зорак і не звязаныя; выкід гама-ўсплёску мае геаметрычную форму; паслясвячэнне большасці гама-ўсплёскаў узнікае за кошт сінхратроннага выпраменьвання электронаў у знешніх ударах пры запавольванні выкіда навакольным асяроддзем.

Найбольш верагоднымі крыніцамі энергіі гама-ўсплёскаў на дадзены момант лічацца гіперакрэцуючая чорная дзіра і мілісекундны магнетар. У той жа час разглядаюцца і іншыя варыянты, сярод якіх кваркавыя зоркі [13]. Пры стварэнні тэарэтычных мадэляў для тлумачэння працэсаў, якія могуць прыводзіць да гама-ўсплёскаў, важна ўлічваць, што любая крыніца энергіі гама-ўсплёска павінна задавальняць наступным умовам [13]: быць здольнай генерываваць падзеі з высокай энергіяй і яркасцю; забяспечваць лорэнцаў множнік  $\Gamma > 100$  і выпраменьванне з рознымі параметрамі – ад плаўных аднаімпульсных падзей да няўстойлівых, якія моцна змяняюцца; мець мажлівасць перазапускацца, забяспечваць адносна стабільнае выпраменьванне з рэзкім спадам у канцы; забяспечваць як выкіды з перавагай рэчыва (як у агністым шары), так і выбухі з перавагай патоку Пойцінга.

Да мажлівых механізмаў фарміравання выпраменьвання гама-ўсплёскаў можна аднесці лептонныя (сінхратроннае выпраменьванне, інверснае камптонаўскае рассеянне, тармазнае выпраменьванне, анігіляцыю пазітронаў і электронаў, рэкамбінацыйнае і характарыстычнае рэнтгенаўскае выпраменьванне) і адронныя (рр, рр/рп) працэсы, а таксама ўнутраныя ўдары, магнітныя перападключэнні, электрамагнітныя каскады [14]. Найбольш значнымі з'яўляюцца сінхратроннае выпраменьванне і інверснае камптонаўскае рассеянне. З мэтай тлумачэння працэсаў, якія могуць прыводзіць да гама-ўсплёскаў, было пабудавана мноства тэарэтычных мадэляў, праца ў гэтым кірунку актыўна працягваецца [13].

Якое б ні было паходжанне энергіі гама-ўсплёскаў, іх выпраменьванне зыходзіць з плазмы, якая ультрарэлятывісцкі рухаецца, што даказваецца яго спектральным складам і непасрэднымі радыёінтэрфераметрычнымі вымярэннямі памераў паслясвячэння [2]. Пачатковы этап гама-ўсплёску можна апісаць дыфузіяй выпраменьвання ў абалонцы, якая ультрарэлятывісцкі пашыраецца [15, 16].

Мэта даследавання – разгляд залежнасці эфектыўнай тэмпературы, імгненых і інтэгральных па часе спектраў ад пачатковага размеркавання энергіі ў абалонцы. Для дасягнення мэты, зыходзячы з дыфузіянага прыбліжэння ўраўнення пераносу выпраменьвання, была атрымана інтэнсіўнасць выпраменьвання, а затым – эфектыўная тэмпература абалонкі і спектры выпраменьвання. Напрыканцы мы параўналі атрыманыя вынікі для розных значэнняў нахіла функцыі пачатковага размеркавання энергіі ў абалонцы.

**Дыфузійнае прыбліжэнне ўраўнення пераносу выпраменьвання.** Падчас гама-ўсплёску адбываецца распаўсюджванне выпраменьвання, якое вызначаецца рассеяннем яго на электронах і пазітронах ўнутры абалонкі, якая рэлятывісцкі пашыраецца [2]. У пачатку гама-ўсплёску рассеянне адбываецца згодна з формулай Клейна – Нісіны, а затым пераходзіць у томсанаўскае, досыць блізкае да сферычна-сіметрычнага [16]. Абалонкі, якія атрымоўваюцца ў выніку гама-ўсплёскаў, на вялікіх адлегласцях ад крыніцы выбуху маюць практычна пастаянную ультрарэлятывісцкую хуткасць  $v$  і доўгі час захоўваюць сваю таўшчыню, значна меншую за іх радыус [15]. Шчыльнасць электронаў у лабараторнай сістэме адліку для такой абалонкі вызначаецца формулай

$$n = n_c \Gamma \cong n_0 \left( \frac{r}{R_0} \right)^{-2},$$

дзе  $n_c$  – шчыльнасць электронаў у спадарожнай сістэме адліку.

Ураўненне дыфузіі выпраменьвання для гама-ўсплёскаў адрозніваецца ад класічнага ўраўнення дыфузіі толькі залежнасцю каэфіцыента, які стаіць пры другой вытворнай па каардынаце, ад часу, інакш кажучы, заменай часу на яго куб [15, 16], што дазваляе выкарыстаць вядомыя ў матэматычнай фізіцы метады рашэння ўраўнення дыфузіі ў дачыненні да выпраменьвання гама-ўсплёскаў. Дыфузійнае прыбліжэнне ўраўнення пераносу выпраменьвання ў спадарожнай сістэме адліку мае выгляд

$$\frac{1}{c} \frac{\partial L}{\partial t} - \frac{c^2 t^2}{3\Gamma^2 R_0 \tau_0} \frac{\partial^2 L}{\partial \xi^2} = 0, \tag{1}$$

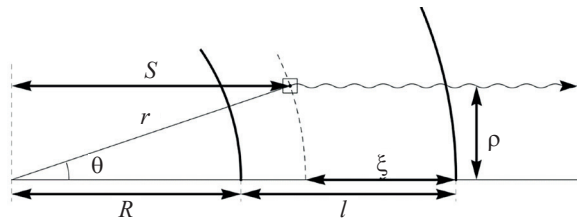
ці

$$\frac{1}{c} \frac{\partial L}{\partial (t^3)} - \frac{c^2}{9\Gamma^2 R_0 \tau_0} \frac{\partial^2 L}{\partial \xi^2} = 0,$$

дзе  $\Gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$  – лорэнцаў множнік (гама-фактар),  $\beta = \frac{v}{c}$ ,  $v$  – хуткасць абалонкі,  $c$  – хуткасць святла ў вакууме,  $R_0$  – пачатковае значэнне радыуса абалонкі,  $\tau_0 = n_0 \sigma R_0$  – базавая аптычная таўшчыня,  $n_0$  – шчыльнасць электронаў пры пачатковым значэнні радыуса абалонкі,  $\sigma$  – сячэнне рассеяння Томсана,  $t$  – час,  $\xi$  – глыбіня фатона ўнутры абалонкі (мал. 1 [15]).

Функцыя  $L$  вызначаецца праз інтэнсіўнасць выпраменьвання  $J$  як

$$L = J_0 \left( \frac{t}{t_0} \right)^{8/3}, \tag{2}$$



Мал. 1. Геаметрыя выпраменьвання ў абалонцы, якая пашыраецца:

$R$  – унутраны радыус;  $l$  – таўшчыня;  $\xi$  – глыбіня ўнутры абалонкі;  $r$  – радыус элемента абалонкі;  $\theta$  – яго азімутальны вугал;  $\rho$  – адлегласць элемента ад восі зроку;  $s$  – адлегласць уздоўж праменя

Fig. 1. Geometry of emission in the shell which is expanding:

$R$  is the inner radius;  $l$  is the length;  $\xi$  is the depth inside the shell;  $r$  is the radius of a shell element;  $\theta$  is its azimuthal angle;  $\rho$  is the distance between the element and the observation axis;  $s$  is the distance along the ray

дзе было прынята да ўвагі, што для выпадку невялікіх адхіленняў ад ізатропнасці выпраменьвання ў аптычна тоўстай абалонцы інтэнсіўнасць можа быць раскладзена на два складавыя [17], толькі адно з якіх залежыць ад азімутальнага вугла элемента абалонкі  $\theta$ :

$$J = J_0(t, \xi) + \mu J_1(t, \xi), \tag{3}$$

дзе  $\mu = \cos \theta$ , функцыя  $J_1$  вызначаецца праз  $J_0$  наступным чынам [16]:

$$J_1 = \frac{1}{k\Gamma} \frac{\partial J_0}{\partial \xi} - \frac{\Gamma}{kc} \frac{\partial J_0}{\partial t}, \tag{4}$$

дзе каэфіцыент паглынання  $k = n\sigma$  прапарцыянальна канцэнтрацыі  $n$  рассеяваючых цэнтраў – электронаў, а яна зваротна прапарцыянальна квадрату радыуса  $R$ , які змяняецца прапарцыянальна на часу, таму  $k = \frac{\text{const}}{t^2}$ .

**Інтэнсіўнасць выпраменьвання.** Рашэнне ўраўнення (1) у выпадку нулявых межавых умоў  $L(t, x=0) = L(t, x=l) = 0$  і пастаянных пачатковых умоў  $L(t=0, x) = L_0(x)$  мае выгляд

$$L = \frac{2}{l} \sum_{n=1}^{\infty} \exp\left[-\frac{\Delta c^3 \pi^2 n^2 t^3}{9R_0 l^2}\right] \sin\left(\frac{n\pi x}{l}\right) \int_0^l \sin\left(\frac{n\pi x}{l}\right) L_0(x) dx. \tag{5}$$

Разгледзім выпадак, калі пачатковае значэнне функцыі  $L$  унутры абалонкі залежыць ад глыбіні  $\xi$  па лінейным законе  $L_0 \rightarrow a(\xi - l/2) + b$  ( $a, b - \text{const}$ ), такі выгляд функцыі выбраны для таго, каб пачатковае значэнне энергіі ў сярэдзіне абалонкі  $L_0(\xi = l/2) = b$  было канстантай. У дадзеным выпадку мы маем:

$$L = \frac{2}{l} \sum_{n=1}^{\infty} \exp\left[-\frac{\Delta c^3 \pi^2 n^2 t^3}{9R_0 l^2}\right] \sin\left(\frac{n\pi x}{l}\right) \frac{b(1 - (-1)^n) - al/2(1 + (-1)^n)}{n\pi}. \tag{6}$$

Вызначым функцыю  $J_1$  з ураўнення (4):

$$J_1 = \frac{1}{k\Gamma} \frac{\partial J_0}{\partial \xi} - \frac{\Gamma}{kc} \frac{\partial J_0}{\partial t} = \frac{1}{k\Gamma} \frac{\partial J_0}{\partial \xi}, \tag{7}$$

дзе мы не прымалі да ўвагі вытворную па часе, так як яна значна меншая за вытворную па глыбіні фатона [16]. Тады атрымоўваем

$$J_1 = \frac{2c^2 t^2 \beta^2}{n_0 R_0^2 \sigma} \left(\frac{t_0}{t}\right)^{8/3} \sum_{n=1}^{\infty} \exp\left[-\frac{\Delta c^3 \pi^2 n^2 t^3}{9R_0 l^2}\right] \sin\left(\frac{n\pi x}{l}\right) \frac{b(1 - (-1)^n) - al/2(1 + (-1)^n)}{l}. \tag{8}$$

Выраз для інтэнсіўнасці выпраменьвання на мяжы  $\xi \rightarrow 0$  мае выгляд

$$J_1 = \frac{c^2 t t_0 \beta^2}{ln_0 R_0^2 \sigma} \left(\frac{t_0}{t}\right)^{5/3} \left( al + \left(b - \frac{al}{2}\right) \mathfrak{G}_3 \left( 0, \exp\left[-\frac{c^3 \pi^2 t^3 \Delta}{9l^2 R_0}\right] \right) - \left(b + \frac{al}{2}\right) \mathfrak{G}_4 \left( 0, \exp\left[-\frac{c^3 \pi^2 t^3 \Delta}{9l^2 R_0}\right] \right) \right), \tag{9}$$

дзе  $\mathfrak{G}_a(u, q)$  – тэта-функцыя. Такім чынам, у выпраменьванні гама-ўсплёска можна вылучыць 3 перыяды, якія вызначаюцца ўкладамі розных складавых выраза для інтэнсіўнасці выпраменьвання абалонкі: першапачаткова найбольшы ўнёсак у значэнне інтэнсіўнасці робіць другое складанае ўраўнення (9)

$$\left( y_2 = \left(b - \frac{al}{2}\right) \mathfrak{G}_3 \left( 0, \exp\left[-\frac{c^3 \pi^2 t^3 \Delta}{9l^2 R_0}\right] \right) \right),$$

пасля робіцца значным унёсак першага складаемага, якое з’яўляецца градыентам пачатковай тэмпературы (так як  $L_0 \rightarrow a(\xi - l/2) + b$ ) і не змяняецца з часам ( $y_1 = al$ ), і толькі затым трэцяе складаемае

$$\left( y_3 = \left( b + \frac{al}{2} \right) \mathfrak{F}_4 \left( 0, \exp \left[ -\frac{c^3 \pi^2 t^3 \Delta}{9l^2 R_0} \right] \right) \right)$$

таксама пачынае рабіць адносна вялікі ўнёсак у параўнанні з першымі двума.

Працягласць кожнага перыяду залежыць ад нахілу функцыі пачатковага размеркавання энэргіі ў абалонцы (ад параметра  $a$ ). Пры  $a = -2T_0/l$  першы перыяд доўжыцца для часу  $t < 0,2t_D$ , дзе

$t_D = \frac{l}{c} \left( \frac{R_0}{l\Delta} \right)^{1/3}$  – час дыфузіі [15, 16], а затым пачынаецца другі перыяд і цягнецца ўвесь час. Пры

$a = \pm 2T_0/l$  першы перыяд таксама доўжыцца для часу  $t < 0,2t_D$ , другі мае месца для  $t < 3,3t_D$ , а затым пачынаецца трэці перыяд. Пры  $a = 0$  першы і другі перыяды назіраюцца для часу  $t < 3,3t_D$ , потым пачынаецца трэці перыяд. Пры  $a = 2T_0/l$  першы перыяд не назіраецца ні пры якіх значэннях часу, другі доўжыцца для часу  $t < 0,67t_D$ , затым пачынаецца трэці перыяд. Разлікі былі выкананы для тыповых параметраў гама-ўсплёскаў  $l = 10^{10}$  см,  $R_0 = 10^8$  см,  $\Delta = 10^{-16}$ ,  $\Gamma = 100$ , таксама было ўлічана, што  $t_0 = 1$  с,  $T_0 = 1$  К,  $b = T_0$ . Пры такіх параметрах час дыфузіі складае  $t_D = 15\,000$  с.

Для значэнняў часу  $t < 6,67t_D$  ( $t < 10t_D$  пры  $a = 2T_0/l$ ) значэнне інтэнсіўнасці выпраменьвання з ураўнення (9) прымае выгляд

$$J_1 = \frac{c^2 t t_0 \beta^2}{\ln_0 R_0^2 \sigma} \left( \frac{t_0}{t} \right)^{5/3} \left( al + \left( b - \frac{al}{2} \right) \sqrt{\frac{9l^2 R_0}{c^3 \pi t^3 \Delta}} - (2b + al) \exp \left[ -\frac{9l^2 R_0}{4c^3 t^3 \Delta} \right] \sqrt{\frac{9l^2 R_0}{c^3 \pi t^3 \Delta}} \right). \quad (10)$$

Пры  $t \rightarrow 0$  с інтэнсіўнасць выпраменьвання можна знайсці як

$$J_1 = \frac{c^2 t t_0 \beta^2}{\ln_0 R_0^2 \sigma} \left( \frac{t_0}{t} \right)^{5/3} \left( al + \left( b - \frac{al}{2} \right) \sqrt{\frac{9l^2 R_0}{\pi c^3 t^3 \Delta}} \right). \quad (11)$$

Пры вялікіх значэннях часу  $t > 3,3t_D$  маем выраз

$$J_1 = \frac{c^2 t t_0 \beta^2}{\ln_0 R_0^2 \sigma} \left( \frac{t_0}{t} \right)^{5/3} 4b \exp \left[ -\frac{c^3 \pi^2 t^3 \Delta}{9l^2 R_0} \right]. \quad (12)$$

**Эфектыўная тэмпература абалонкі.** Патак выпраменьвання на адзінку паверхні абалонкі складае

$$f = (J_0 + \mu J_1) \int_{-1}^1 2\pi \mu d\mu = \frac{4\pi}{3} J_1, \quad (13)$$

дзе  $J_1$  знаходзіцца па формуле (9).

Эфектыўная тэмпература абалонкі вылічваецца паводле закону Стэфана – Больцмана [13, 17]

$$f = \sigma_{\text{SB}} T^4, \quad (14)$$

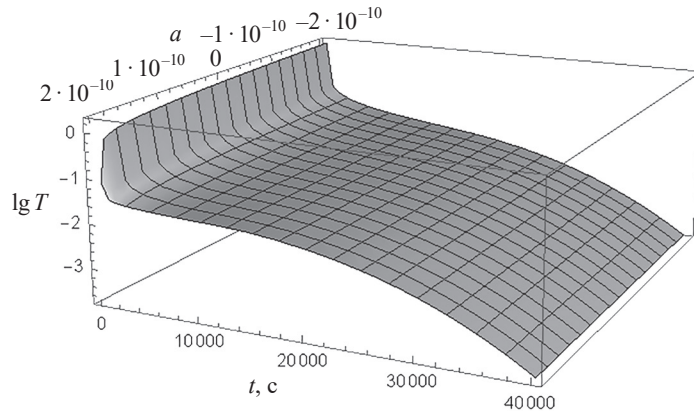
дзе  $\sigma_{\text{SB}}$  – пастаянная Стэфана – Больцмана,  $T$  – эфектыўная тэмпература. Адсюль атрымоўваем

$$T = \left( \frac{4\pi}{3\sigma_{\text{SB}}} J_1 \right)^{1/4}. \quad (15)$$

Пры падстаноўцы  $\Delta = 1/(\Gamma^2 \tau_0)$ ,  $\tau_0 = \sigma n_0 R_0 = 1/(\Delta \Gamma^2)$  атрымоўваем выраз для эфектыўнай тэмпературы

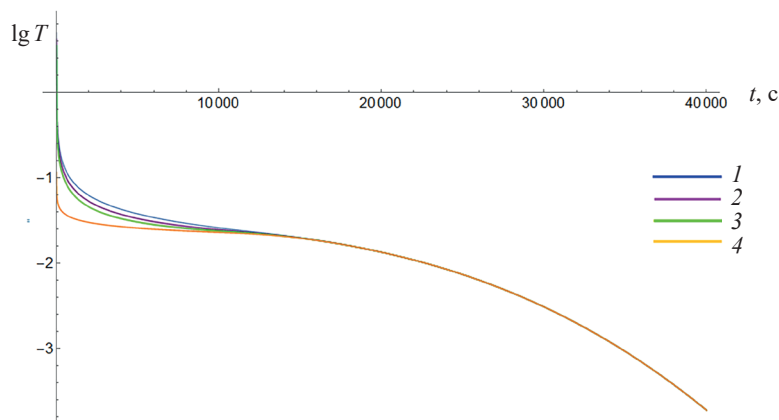
$$T = \left( \frac{4\pi}{3\sigma_{\text{SB}}} \frac{\Delta \Gamma^2 c^2 t_0 \beta^2}{l R_0} \left( \frac{t_0}{t} \right)^{5/3} \left( al + \left( b - \frac{al}{2} \right) \mathfrak{F}_3 \left( 0, \exp \left[ -\frac{c^3 \pi^2 t^3 \Delta}{9l^2 R_0} \right] \right) - \left( b + \frac{al}{2} \right) \mathfrak{F}_4 \left( 0, \exp \left[ -\frac{c^3 \pi^2 t^3 \Delta}{9l^2 R_0} \right] \right) \right)^{1/4} . \quad (16)$$

Толькі значэнні  $-2T_0/l \leq a \leq 2T_0/l$  маюць фізічны сэнс, залежнасць тэмпературы ад часу і нахілу функцыі пачатковага размеркавання энергіі ў абалонцы (параметра  $a$ ) для гэтага інтэрвалу паказана на мал. 2. Пры значэннях  $0 \leq a \leq 2T_0/l$  выгляд графіка залежнасці тэмпературы ад часу не змяняецца пры змяненні значэння параметра  $a$ , пры  $-2T_0/l \leq a \leq 0$  тэмпература хутчэй падае з павелічэннем параметра  $a$ , але пасля часу дыфузіі ( $t_D = 15\,000$  с для параметраў гама-ўсплёска, якія разглядаюцца) графікі супадаюць. Пачатковае значэнне тэмпературы памяншаецца па меры павелічэння  $a$ . Залежнасць тэмпературы ад часу для пэўных значэнняў параметра  $a$  з інтэрвалу  $-2T_0/l \leq a \leq 0$  паказана на мал. 3.



Мал. 2. Эфектыўная тэмпература абалонкі, разлічаная па формуле (16), у залежнасці ад часу і параметра  $a$  ( $l \rightarrow 10^8$  см;  $R_0 \rightarrow 10^8$  см;  $\Delta \rightarrow 10^{-16}$ ;  $\Gamma \rightarrow 100$ ;  $t_0 \rightarrow 1$  с;  $T_0 \rightarrow 1$  К;  $b = T_0$ ;  $t_D = 15\,000$  с)

Fig. 2. Effective temperature of the shell calculated by the formula (16), depending on the time and the parameter  $a$  ( $l \rightarrow 10^8$  cm;  $R_0 \rightarrow 10^8$  cm;  $\Delta \rightarrow 10^{-16}$ ;  $\Gamma \rightarrow 100$ ;  $t_0 \rightarrow 1$  s;  $T_0 \rightarrow 1$  K;  $b = T_0$ ;  $t_D = 15\,000$  s)



Мал. 3. Эфектыўная тэмпература абалонкі ў залежнасці ад часу для розных значэнняў параметра  $a$ :  $1 - a = -2 T_0/l$ ;  $2 - a = -T_0/l$ ;  $3 - a = -1,5 T_0/l$ ;  $4 - a = 0$  ( $l \rightarrow 10^8$  см;  $R_0 \rightarrow 10^8$  см;  $\Delta \rightarrow 10^{-16}$ ;  $\Gamma \rightarrow 100$ ;  $t_0 \rightarrow 1$  с;  $T_0 \rightarrow 1$  К;  $b = T_0$ ;  $t_D = 15\,000$  с)

Fig. 3. Effective temperature of the shell, depending on the time for different values of the parameter  $a$ :  $1 - a = -2 T_0/l$ ;  $2 - a = -T_0/l$ ;  $3 - a = -1,5 T_0/l$ ;  $4 - a = 0$  ( $l \rightarrow 10^8$  cm;  $R_0 \rightarrow 10^8$  cm;  $\Delta \rightarrow 10^{-16}$ ;  $\Gamma \rightarrow 100$ ;  $t_0 \rightarrow 1$  s;  $T_0 \rightarrow 1$  K;  $b = T_0$ ;  $t_D = 15\,000$  s)



**Імгненны спектр.** Час, які патрабуецца выпраменьванню, каб дасягнуць далёкага назіральніка, называецца часам прыбыцця і вызначаецца па формуле [18, 19]

$$t_a = t - \mu \frac{r}{c} = t - \beta \mu t = t(1 - \beta \mu) = \frac{r}{c} \left( \frac{1}{\beta} - \mu \right), \quad (17)$$

адкуль радыус элемента абалонкі

$$r = ct_a \left( \frac{1}{\beta} - \mu \right)^{-1}$$

і адлегласць ад элемента абалонкі да восі зроку (гл. мал. 1)

$$\rho = r \sin \theta = r \sqrt{1 - \mu^2} = \frac{ct_a \sqrt{1 - \mu^2}}{1/\beta - \mu}. \quad (18)$$

Такім чынам, атрымоўваем

$$\rho d\rho = \frac{d\rho^2}{2} = \frac{c^2 t_a^2 \beta^2 (\beta - \mu)}{(1 - \beta \mu)^3} d\mu. \quad (19)$$

Па законе Планка мы маем выраз для інтэнсіўнасці выпраменьвання (і яркасці) абсалютна чорнага цела як функцыі тэмпературы [17]

$$J_\nu(T) = \frac{2h\nu^3/c^2}{\exp[h\nu/kT] - 1},$$

дзе  $h$  – пастаянная Планка,  $k$  – пастаянная Больцмана. Поўны паток, які назіраецца, знаходзіцца інтэграваннем па ўсіх праменях

$$F_\nu = 2\pi\Delta\Omega \int \rho d\rho J_\nu,$$

дзе  $\Delta\Omega$  – цялесны вугал,  $2\pi\rho d\rho$  – элемент плошчы ў нябеснай плоскасці.

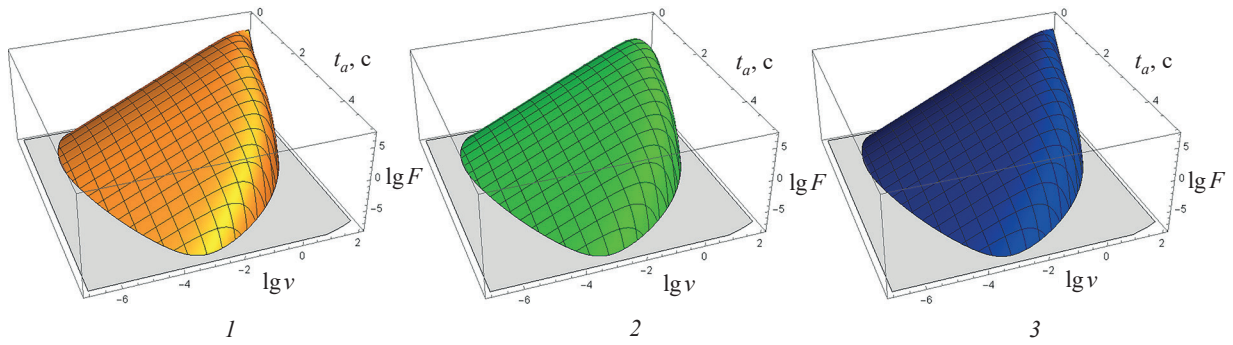
Адсюль для імгненнага спектра, з улікам доплераўскага зруху частаты і апусціўшы пастаянныя, маем

$$F \equiv F_\nu \propto \int_0^{\rho_{\max}} \frac{\rho \nu^3}{\exp\left[\frac{\nu\Gamma(1-\beta\mu)}{T}\right] - 1} d\rho = \int_0^1 \frac{t_a^2 (\mu - \beta)}{(1 - \beta\mu)^3} \frac{\nu^3}{\exp\left[\frac{\nu\Gamma(1-\beta\mu)}{T}\right] - 1} d\mu, \quad (20)$$

дзе  $\nu$  – частата выпраменьвання ў спадарожнай сістэме адліку. Імгненныя спектры для розных  $a$  паказаны на мал. 4. Як бачна з графікаў, адрозненні ў спектрах узнікаюць толькі пры  $t_a \rightarrow 0$  с.

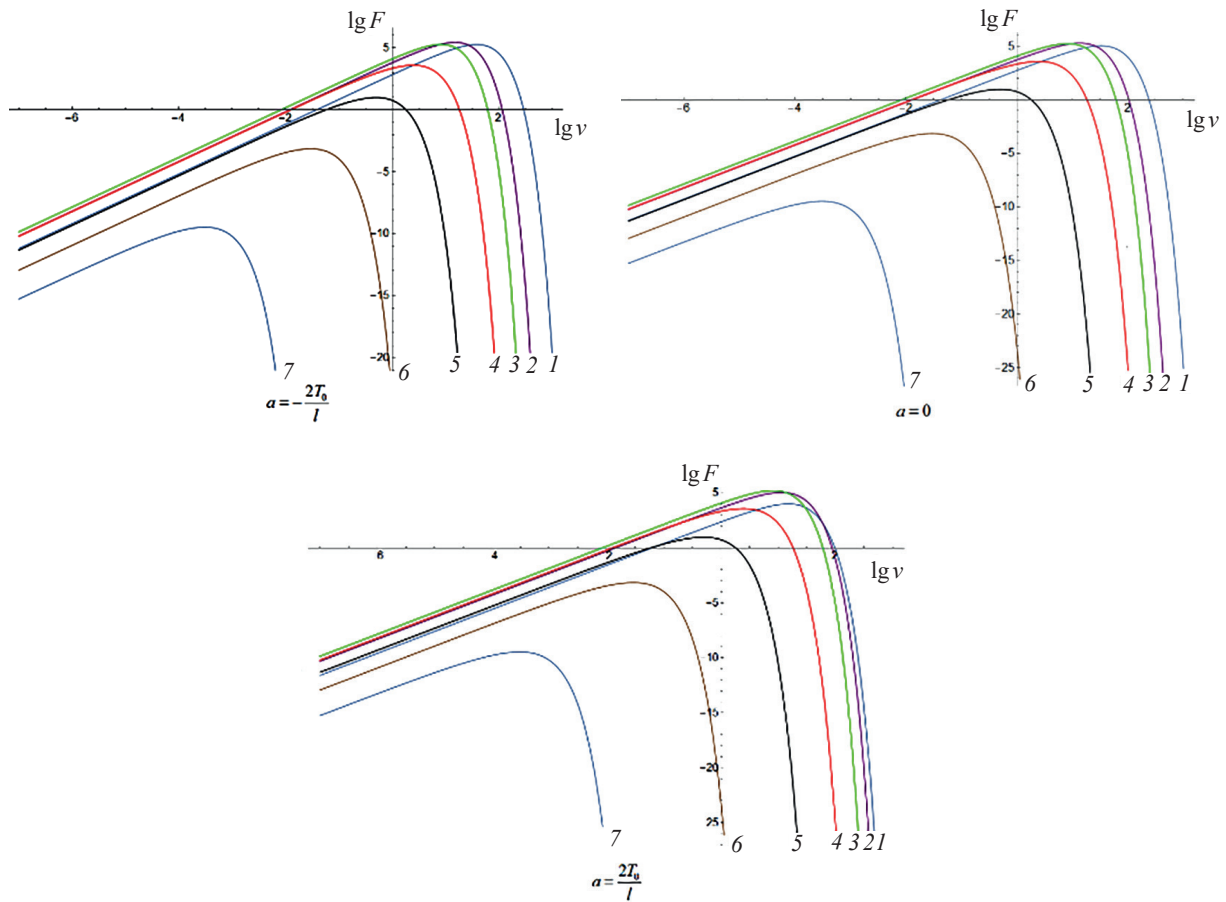
Імгненныя спектры для пэўных значэнняў параметра  $a$  і часу прыбыцця прадстаўлены на мал. 5. Пры павелічэнні часу прыбыцця  $t_a$  максімум патоку назіраецца на меншай частаце, значэнне патоку для розных частот памяншаецца з павелічэннем  $t_a$  пры  $t_a \geq 1$  с і павялічваецца пры  $t_a < 1$  с, што назіраецца для ўсіх значэнняў параметра  $a$ . Заўважым, што нахілы графікаў супадаюць пры ўсіх значэннях  $t_a$ .

Разгледзім імгненныя спектры пры розным пачатковым размеркаванні энергіі (розных значэннях параметра  $a$ ) і фіксаваных значэннях часу прыбыцця  $t_a$  (мал. 6). Пры  $t_a < 1$  с максімум патоку назіраецца на большай частаце з памяншэннем  $a$ , пры  $t_a \geq 1$  с імгненныя спектры для розных параметраў  $a$  супадаюць, інакш кажучы, імгненныя спектры не залежаць ад пачатковага размеркавання энергіі ў абалонцы пры  $t_a \geq 1$  с.



Мал. 4. Імгненныя спектры для розных значэнняў параметра  $a$ :  $1 - a = 0$ ;  $2 - a = 2T_0/l$ ;  $3 - a = -2T_0/l$  ( $l \rightarrow 10^8$  см;  $R_0 \rightarrow 10^8$  см;  $\Delta \rightarrow 10^{-16}$ ;  $\Gamma \rightarrow 100$ ;  $t_0 \rightarrow 1$  с;  $T_0 \rightarrow 1$  К;  $b = T_0$ ;  $t_D = 15\,000$  с)

Fig. 4. Instantaneous spectra for different values of the parameter  $a$ :  $1 - a = 0$ ;  $2 - a = 2T_0/l$ ;  $3 - a = -2T_0/l$  ( $l \rightarrow 10^8$  cm;  $R_0 \rightarrow 10^8$  cm;  $\Delta \rightarrow 10^{-16}$ ;  $\Gamma \rightarrow 100$ ;  $t_0 \rightarrow 1$  s;  $T_0 \rightarrow 1$  K;  $b = T_0$ ;  $t_D = 15\,000$  s)

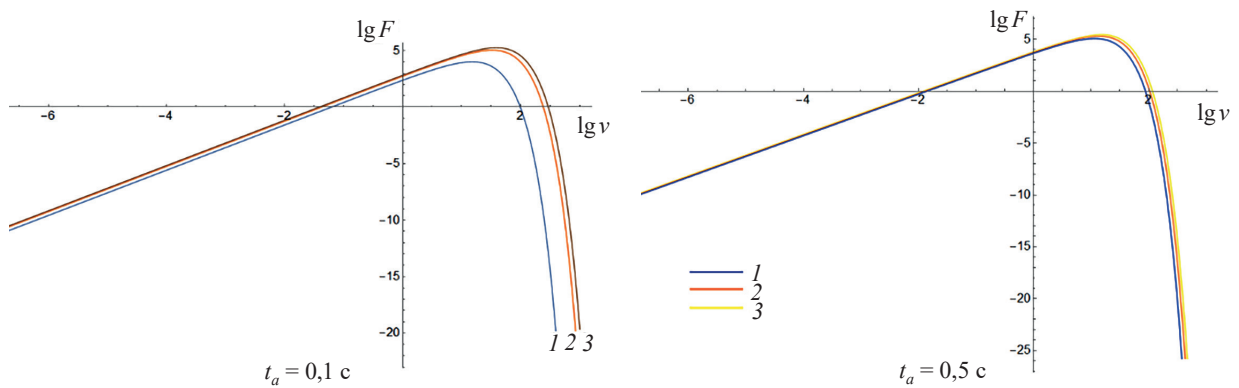


Мал. 5. Імгненныя спектры для розных значэнняў параметра  $a$  і часу прыбыцця  $t_a$ :  $1 - t_a = 0,1$  с;  $2 - t_a = 0,5$  с;  $3 - t_a = 1$  с;  $4 - t_a = 2$  с;  $5 - t_a = 3$  с;  $6 - t_a = 4$  с;  $7 - t_a = 5$  с ( $l \rightarrow 10^8$  см;  $R_0 \rightarrow 10^8$  см;  $\Delta \rightarrow 10^{-16}$ ;  $\Gamma \rightarrow 100$ ;  $t_0 \rightarrow 1$  с;  $T_0 \rightarrow 1$  К;  $b = T_0$ ;  $t_D = 15\,000$  с)

Fig. 5. Instantaneous spectra for different values of the parameter  $a$  and the arrival time:  $1 - t_a = 0,1$  s;  $2 - t_a = 0,5$  s;  $3 - t_a = 1$  s;  $4 - t_a = 2$  s;  $5 - t_a = 3$  s;  $6 - t_a = 4$  s;  $7 - t_a = 5$  s ( $l \rightarrow 10^8$  cm;  $R_0 \rightarrow 10^8$  cm;  $\Delta \rightarrow 10^{-16}$ ;  $\Gamma \rightarrow 100$ ;  $t_0 \rightarrow 1$  s;  $T_0 \rightarrow 1$  K;  $b = T_0$ ;  $t_D = 15\,000$  s)

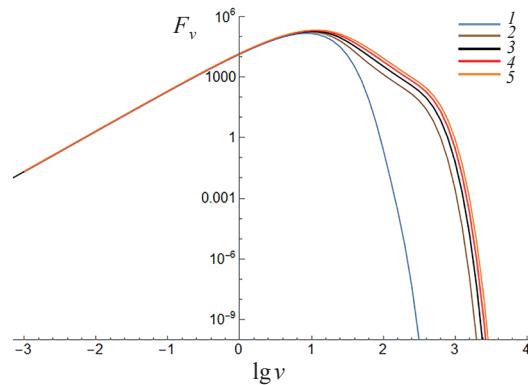
**Інтэграваны па часе спектр.** Інтэграваны па часе спектр прадстаўлены на мал. 7. Нахіл яго ступеннай часткі на больш нізкіх частотах аднолькавы для любога пачатковага размеркавання энергіі ў абалонцы і складае 1,98. Нахіл ступеннай часткі спектра на больш высокіх частотах





Мал. 6. Імгненны спектр пры фіксаваных значэннях часу прыбыцця  $t_a$  і розных значэннях параметра  $a$ : 1 –  $a = 2 T_0/l$ ; 2 –  $a = 0$ ; 3 –  $a = -2 T_0/l$  ( $l \rightarrow 10^8$  см;  $R_0 \rightarrow 10^8$  см;  $\Delta \rightarrow 10^{-16}$ ;  $\Gamma \rightarrow 100$ ;  $t_0 \rightarrow 1$  с;  $T_0 \rightarrow 1$  К;  $b = T_0$ ;  $t_D = 15\,000$  с)

Fig. 6. Instantaneous spectrum for fixed values of the arrival time  $t_a$  and different values of the parameter  $a$ : 1 –  $a = 2 T_0/l$ ; 2 –  $a = 0$ ; 3 –  $a = -2 T_0/l$  ( $l \rightarrow 10^8$  см;  $R_0 \rightarrow 10^8$  см;  $\Delta \rightarrow 10^{-16}$ ;  $\Gamma \rightarrow 100$ ;  $t_0 \rightarrow 1$  с;  $T_0 \rightarrow 1$  К;  $b = T_0$ ;  $t_D = 15\,000$  с)



Мал. 7. Інтэграваныя па часе спектры: 1 –  $a = 2T_0/l$ ; 2 –  $a = T_0/l$ ; 3 –  $a = 0$ ; 4 –  $a = -T_0/l$ ; 5 –  $a = -2T_0/l$  ( $l \rightarrow 10^8$  см;  $R_0 \rightarrow 10^8$  см;  $\Delta \rightarrow 10^{-16}$ ;  $\Gamma \rightarrow 100$ ;  $t_0 \rightarrow 1$  с;  $T_0 \rightarrow 1$  К;  $b = T_0$ ;  $t_D = 15\,000$  с)

Fig. 7. The time-integrated spectra: 1 –  $a = 2T_0/l$ ; 2 –  $a = T_0/l$ ; 3 –  $a = 0$ ; 4 –  $a = -T_0/l$ ; 5 –  $a = -2T_0/l$  ( $l \rightarrow 10^8$  см;  $R_0 \rightarrow 10^8$  см;  $\Delta \rightarrow 10^{-16}$ ;  $\Gamma \rightarrow 100$ ;  $t_0 \rightarrow 1$  с;  $T_0 \rightarrow 1$  К;  $b = T_0$ ;  $t_D = 15\,000$  с)

становіцца больш крутым з павелічэннем нахілу функцыі, якая адпавядае размеркаванню энергіі ў абалонцы ў пачатковы момант часу і мае значэнні ад  $-2,38$  да  $-13,73$ . Гэта дазваляе патлумачыць з дапамогай нашай мадэлі вялікую колькасць гама-ўсплёскаў, якія маюць тыповы спектр Банда [13].

**Заклучэнне.** У выпадку, калі пачатковае размеркаванне энергіі залежыць ад глыбіні ўнутры абалонкі па лінейным законе, эфектыўная тэмпература і імгненны спектр гама-ўсплёску ў пачатковы момант часу, а таксама інтэграваны па часе спектр на высокіх частотах залежаць ад нахілу функцыі пачатковага размеркавання энергіі ў абалонцы. Тэмпература хутчэй падае з часам пры павелічэнні нахілу, яе пачатковае значэнне памяншаецца; пасля часу дыфузіі тэмпература не залежыць ад пачатковага размеркавання энергіі ў абалонцы.

Пры павелічэнні часу прыбыцця максімум патоку ў імгненным спектры назіраецца на меншай частаце незалежна ад пачатковага размеркавання энергіі ў абалонцы; велічыня патоку для розных частот памяншаецца з павелічэннем часу прыбыцця, пры яго значэннях, большых за 1 с, і павялічваецца пры значэннях часу прыбыцця меншых за 1 с; максімум патоку назіраецца на большай частаце з памяншэннем нахілу функцыі пачатковага размеркавання энергіі, калі час прыбыцця меншы за 1 с, далей пры павелічэнні часу прыбыцця імгненны спектр не залежыць ад пачатковага размеркавання энергіі ў абалонцы.

Нахіл ступеннай часткі інтэграванага па часе спектра на больш нізкіх частотах аднолькавы для любога пачатковага размеркавання энергіі ў абалонцы і складае 1,98; на больш высокіх частотах становіцца больш крутым з павелічэннем нахілу функцыі, якая адпавядае размеркаванню энергіі ў абалонцы ў пачатковы момант часу, і мае значэнні ад  $-2,38$  да  $-13,73$ . Гэта дазваляе патлумачыць з дапамогай нашай мадэлі вялікую колькасць гама-ўсплёскаў, якія маюць тыповы спектр Банда.

**Падзякі.** Работа выканана пры падтрымцы Беларускага рэспубліканскага фонду фундаментальных даследаванняў (грант № Ф21УЗБГ-009).

**Acknowledgments.** This work was endorsed by the Belarusian Republican Foundation for Basic Research (Grant no. Ф21УЗБГ-009).

### Спіс выкарыстаных крыніц

1. Бисноватый-Коган, Г. С. Всплески космического гамма-излучения: наблюдение и моделирование / Г. С. Бисноватый-Коган // *Физика элементарных частиц и атомного ядра*. – 2006. – Т. 37, вып. 5. – С. 1236–1284.
2. Kumar, P. The physics of gamma-ray bursts & relativistic jets / P. Kumar, B. Zhang // *Phys. Rep.* – 2015. – Vol. 561. – P. 1–109. <https://doi.org/10.1016/j.physrep.2014.09.008>
3. Biscoveanu, S. Constraining short gamma-ray burst jet properties with gravitational waves and gamma rays / S. Biscoveanu, E. Thrane, S. Vitale // *Astrophys. J.* – 2020. – Vol. 893, № 1. – P. 38. <https://doi.org/10.3847/1538-4357/ab7eaf>
4. A very-high-energy component deep in the  $\gamma$ -ray burst afterglow / H. Abdalla [et al.] // *Nature*. – 2019. – Vol. 575, № 7783. – P. 464–467. <https://doi.org/10.1038/s41586-019-1743-9>
5. Piran, T. The physics of gamma-ray bursts / T. Piran // *Rev. Mod. Phys.* – 2005. – Vol. 76, № 4. – P. 1143–1210. <https://doi.org/10.1103/revmodphys.76.1143>
6. Boundary conditions for the diffusion equation in radiative transfer / R. C. Haskell [et al.] // *J. Opt. Soc. Am. A.* – 1994. – Vol. 11, № 10. – P. 2727–2741. <https://doi.org/10.1364/josaa.11.002727>
7. Zhang, B. The Physics of Gamma-Ray Bursts / B. Zhang // *Rev. Mod. Phys.* – 2004. – Vol. 76, № 4. – P. 1143–1210. <https://doi.org/10.1103/revmodphys.76.1143>
8. Pe'er, A. Physics of Gamma-Ray Bursts Prompt Emission / A. Pe'er // *Adv. Astron.* – 2015. – Vol. 2015. – P. 1–37. <https://doi.org/10.1155/2015/907321>
9. Zhang, B. Gamma-Ray Bursts: progress, problems & prospects / B. Zhang, P. Mészáros // *Int. J. Mod. Phys.* – 2004. – Vol. 19, № 15. – P. 2385–2472. <https://doi.org/10.1142/s0217751x0401746x>
10. Mészáros, P. Gamma-ray bursts / P. Mészáros // *Rep. Prog. Phys.* – 2006. – Vol. 69, № 8. – P. 2259–2321. <https://doi.org/10.1088/0034-4885/69/8/r01>
11. Kulkarni, S. Classification of gamma-ray burst durations using robust model-comparison techniques / S. Kulkarni, S. Desai // *Astrophys. Space Sci.* – 2017. – Vol. 362, № 4. <https://doi.org/10.1007/s10509-017-3047-6>
12. The afterglow of GRB 050709 and the nature of the short-hard  $\gamma$ -ray bursts / D. B. Fox [et al.] // *Nature*. – 2005. – Vol. 437, № 7060. – P. 845–850. <https://doi.org/10.1038/nature04189>
13. Zhang, B. *The Physics of Gamma-Ray Bursts* / B. Zhang. – Cambridge University Press, 2018. – 590 p. <https://doi.org/10.1017/9781139226530>
14. Гинзбург, В. Л. Теоретическая физика и астрофизика / В. Л. Гинзбург. – М.: Наука, 1980. – 505 с.
15. Ruffini, R. A theory of photospheric emission from relativistic outflows / R. Ruffini, I. A. Siutsou, G. V. Vereshchagin // *Astrophys. J.* – 2013. – Vol. 772, № 1. – P. 11. <https://doi.org/10.1088/0004-637x/772/1/11>
16. Сіўцоў, І. А. Дыфузія выпраменьвання ў абалонцы, якая рэлятывісцкі пашыраецца, у дачыненні да гама-ўсплёскаў / І. А. Сіўцоў, А. Э. Кургузава // *Весці Нац. Акад. навук Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук.* – 2021. – Т. 57, № 1. – С. 85–98. <https://doi.org/10.29235/1561-2430-2021-57-1-85-98>
17. Rybicki, G. B. *Radiative Processes in Astrophysics* / G. B. Rybicki, A. P. Lightman. – Weinheim: WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, 2004. – 382 p. <https://doi.org/10.1002/9783527618170>
18. Beloborodov, A. M. Radiative Transfer in Ultrarelativistic Outflows / A. M. Beloborodov // *Astrophys. J.* – 2011. – Vol. 737, № 2. – P. 68. <https://doi.org/10.1088/0004-637x/737/2/68>
19. Mihalas, D. Solution of the comoving-frame equation of transfer in spherically symmetric flows. VI – Relativistic flows / D. Mihalas // *Astrophys. J.* – 1980. – Vol. 237. – P. 574–589. <https://doi.org/10.1086/157902>

### References

1. Bisnovaty-Kogan G. S. Cosmic  $\gamma$ -ray bursts: Observations and modeling. *Physics of Particles and Nuclei*, 2006, vol. 37, no. 5, pp. 647–676. <https://doi.org/10.1134/s1063779606050017>
2. Kumar P., Zhang B. The physics of gamma-ray bursts & relativistic jets. *Physics Reports*, 2015, vol. 561, pp. 1–109. <https://doi.org/10.1016/j.physrep.2014.09.008>
3. Biscoveanu S., Thrane E., Vitale S. Constraining short gamma-ray burst jet properties with gravitational waves and gamma rays. *The Astrophysical Journal*, 2020, vol. 893, no. 1, pp. 38. <https://doi.org/10.3847/1538-4357/ab7eaf>

4. Abdalla H., Adam R., Aharonian F., Ait Benkhali F., Angüner E. O., Arakawa M., Arcaro C. [et al.]. A very-high-energy component deep in the  $\gamma$ -ray burst afterglow. *Nature*, 2019, vol. 575, no. 7783, pp. 464–467. <https://doi.org/10.1038/s41586-019-1743-9>
5. Piran T. The physics of gamma-ray bursts. *Reviews of Modern Physics*, 2005, vol. 76, no. 4, pp. 1143–1210. <https://doi.org/10.1103/revmodphys.76.1143>
6. Haskell R. C., Svaasand L. O., Tsong-Tseh Tsay, Ti-Chen Feng, Tromberg B. J., McAdams M. S. Boundary conditions for the diffusion equation in radiative transfer. *Journal of the Optical Society of America A*, 1994, vol. 11, no. 10, pp. 2727–2741. <https://doi.org/10.1364/josaa.11.002727>
7. Zhang B. The Physics of Gamma-Ray Bursts. *Reviews of Modern Physics*, 2004, vol. 76, no. 4, pp. 1143–1210. <https://doi.org/10.1103/revmodphys.76.1143>
8. Pe'er A. Physics of Gamma-Ray Bursts Prompt Emission. *Advances in Astronomy*, 2015, vol. 2015, pp. 1–37. <https://doi.org/10.1155/2015/907321>
9. Zhang B., Mészáros P. Gamma-Ray Bursts: progress, problems & prospects. *International Journal of Modern Physics*, 2004, vol. 19, no. 15, pp. 2385–2472. <https://doi.org/10.1142/s0217751x0401746x>
10. Mészáros P. Gamma-ray bursts. *Reports on Progress in Physics*, 2006, vol. 69, no. 8, pp. 2259–2321. <https://doi.org/10.1088/0034-4885/69/8/r01>
11. Kulkarni S., Desai S. Classification of gamma-ray burst durations using robust model-comparison techniques. *Astrophysics and Space Science*, 2017, vol. 362, no. 4. <https://doi.org/10.1007/s10509-017-3047-6>
12. Fox D. B., Frail D. A., Price P. A., Kulkarni S. R., Berger E., Piran T., Soderberg A. M. [et al.]. The afterglow of GRB 050709 and the nature of the short-hard  $\gamma$ -ray bursts. *Nature*, 2005, vol. 437, no. 7060, pp. 845–850. <https://doi.org/10.1038/nature04189>
13. Zhang B. *The Physics of Gamma-Ray Bursts*. Cambridge University Press, 2018. 590 p. <https://doi.org/10.1017/9781139226530>
14. Ginzburg V. L. *Theoretical Physics and Astrophysics*. Moscow, Nauka Publ., 1980. 505 p. (in Russian).
15. Ruffini R., Siutsou I. A., Vereshchagin G. V. A theory of photospheric emission from relativistic outflows. *The Astrophysical Journal*, 2013, vol. 772, no. 1, pp. 11. <https://doi.org/10.1088/0004-637x/772/1/11>
16. Siutsou I. A., Kurguzava A. E. Radiation diffusion in a ultra-relativistic expanding shell in relation to Gamma-ray bursts. *Vestsi Natsyianal'nai akademii navuk Belarusi. Seryia fizika-matematychnykh navuk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physics and Mathematics series*, 2021, vol. 57, no. 1, pp. 85–98 (in Belarusian). <https://doi.org/10.29235/1561-2430-2021-57-1-85-98>
17. Rybicki G. B., Lightman A. P. *Radiative Processes in Astrophysics*. Weinheim, WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, 2004. 382 p. <https://doi.org/10.1002/9783527618170>
18. Beloborodov A. M. Radiative Transfer in Ultrarelativistic Outflows. *The Astrophysical Journal*, 2011, vol. 737, no. 2, pp. 68. <https://doi.org/10.1088/0004-637x/737/2/68>
19. Mihalas D. Solution of the comoving-frame equation of transfer in spherically symmetric flows. VI – Relativistic flows. *The Astrophysical Journal*, 1980, vol. 237, pp. 574–589. <https://doi.org/10.1086/157902>

### Інфармацыя аб аўтарax

**Сіўцоў Іван Аляксандравіч** – кандыдат фізіка-матэматычных навук, старшы інжынер-праграміст, Stream HPC B.V. (Плошча каралевы Вільгельміны 1-40601, Амстэрдам, Нідэрланды). E-mail: [siu@tut.by](mailto:siu@tut.by), [i.siutsou@ifanbel.bas-net.by](mailto:i.siutsou@ifanbel.bas-net.by). <https://orcid.org/0000-0001-7802-0691>

**Кургузава Аксана Эдуардаўна** – аспірант, малодшы навуковы супрацоўнік, ЦФУА Інстытута фізікі імя Б. І. Сцяпанавы Нацыянальнай акадэміі навук Беларусі (пр. Незалежнасці, 68-2, 220072, Мінск, Рэспубліка Беларусь). E-mail: [kuppory@gmail.com](mailto:kuppory@gmail.com)

### Information about the authors

**Ivan A. Siutsou** – Ph. D. (Physics and Mathematics), Senior Software Engineer, Stream HPC B.V. (Koningin Wilhelminaplein 1-40601, Amsterdam, Netherlands). E-mail: [siu@tut.by](mailto:siu@tut.by), [i.siutsou@ifanbel.bas-net.by](mailto:i.siutsou@ifanbel.bas-net.by), <https://orcid.org/0000-0001-7802-0691>

**Aksana E. Kurhuzava** – Postgraduate Student, Junior Researcher, CFIA of B. I. Stepanov Institute of Physics of the National Academy of Sciences of Belarus (68-2, Nezalezhnasci Ave., 220072, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: [kuppory@gmail.com](mailto:kuppory@gmail.com)