

**ИНФОРМАТИКА**  
**INFORMATICS**

УДК 519.8  
<https://doi.org/10.29235/1561-2430-2023-59-2-168-176>

Поступила в редакцию 26.10.2022  
Received 26.10.2022

**М. Н. Лукашевич<sup>1</sup>, М. Я. Ковалев<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>*Белорусский государственный университет, Минск, Республика Беларусь*

<sup>2</sup>*Объединенный институт проблем информатики Национальной академии наук Беларуси, Минск, Республика Беларусь*

**ПОСТАНОВКА И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЗАДАЧИ ПЛАНИРОВАНИЯ  
ОСМОТРА И РЕМОНТА ГРУЗОВЫХ КОНТЕЙНЕРОВ**

**Аннотация.** С помощью методов математического программирования исследуется задача оптимального планирования осмотра и ремонта грузовых контейнеров на нескольких площадках порта во времени, актуальность которой заключается в необходимости оптимизации процессов планирования логистических операций. Приводится формулировка задачи и ее сведение к задаче целочисленного смешанного линейного программирования. Контейнеры имеют несколько типов и уровней качества, что определяет стоимость их ремонта. Целевая функция включает в себя общие затраты на хранение, осмотр, ремонт, транспортировку контейнеров и штрафы за отказ в приеме контейнеров и неудовлетворенный потребительский спрос. С помощью предложенной модели можно достичь разумного времени вычислений для задач портовых операций и минимизировать недостаточное или избыточное использование мощностей порта, предотвращая финансовые потери и повышая эффективность. Также данную модель можно легко преобразовать для задач оптимизации в других областях логистики.

**Ключевые слова:** планирование осмотра и ремонта контейнеров, сетевые потоки, определения размера партии, целочисленное линейное программирование

**Для цитирования.** Лукашевич, М. Н. Постановка и математическая модель задачи планирования осмотра и ремонта грузовых контейнеров / М. Н. Лукашевич, М. Я. Ковалев // Вест. Нац. акад. наук Беларуси. Сер. физ.-мат. наук. – 2023. – Т. 59, № 2. – С. 168–176. <https://doi.org/10.29235/1561-2430-2023-59-2-168-176>

**Mikhail N. Lukashevich<sup>1</sup>, Mikhail Y. Kovalyov<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>*Belarusian State University, Minsk, Republic of Belarus*

<sup>2</sup>*United Institute of Informatics Problems of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Republic of Belarus*

**THE STATEMENT AND THE MATHEMATICAL MODEL OF THE PROBLEM OF PLANNING THE  
INSPECTION AND REPAIR OF CARGO CONTAINERS**

**Abstract.** In this paper, using mathematical programming methods we investigate the problem of optimally planning the inspection and repair of cargo containers at several port facilities over time. Its relevance is conditioned by the necessity of optimization of the processes of planning logistics operations. We represent a formulation of this problem and its reduction to a mixed integer linear programming (MILP). Containers have several types and levels of quality, which determine the cost of their repair. The objective function includes total costs of storage, inspection, repair, transportation of containers and penalties for both container rejection and unsatisfied consumer demand. Using the proposed model, it is possible to achieve reasonable computing time for port operations and minimize underutilization or overutilization of port capacity, preventing financial losses and increasing efficiency. Also, this model can be easily converted to solve optimization problems in other areas of logistics.

**Keywords:** planning container inspection and repair; network flows; lot-sizing; integer linear programming

**For citation.** Lukashevich M. N., Kovalyov M. Y. The statement and the mathematical model of the problem of planning the inspection and repair of cargo containers. *Vestsi Natsyynal'nai akademii navuk Belarusi. Seryya fizika-matematychnykh navuk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physics and Mathematics series*, 2023, vol. 59, no. 2, pp. 168–176 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1561-2430-2023-59-2-168-176>

**Введение.** Логистика является важным фактором, который должна учитывать каждая компания для оптимального распределения потребительского спроса в соответствии с существующим запросом. Логистику можно интерпретировать как распределение товаров от владельца к получателю или от производителей к потребителям. В логистических системах могут использоваться различные виды транспорта, но морской транспорт является наиболее широко распространенным в международной торговле по всему миру. Морские перевозки являются одним из ключевых факторов, существенно влияющих на международную торговлю и мировую экономику. Это обусловлено их высокой пропускной способностью, низкой стоимостью и гибкими маршрутами доставки по сравнению с другими видами транспорта, такими как наземный или воздушный.

Наши исследования мотивированы следующей практической ситуацией. Грузовые контейнеры разных типов, прибывающие в порт, необходимо осмотреть и, возможно, отремонтировать для дальнейшего удовлетворения ежедневного спроса пользователей. Контейнеры прибывают для проверки на площадку  $0$ , а ремонтируются на  $F$  других площадках. Чистка контейнеров рассматривается как вид ремонта. Любой контейнер может иметь один из  $q = 0, 1, \dots, Q + 1$  уровней качества. Контейнеры уровня качества  $0$  используются для удовлетворения заданных потребностей пользователей. Контейнеры уровня качества  $Q + 1$  утилизируются и не могут быть использованы для удовлетворения потребностей. Необходимо найти план распределения контейнеров на каждом этапе их обработки на площадках, чтобы свести к минимуму общие затраты на хранение, осмотр, ремонт, транспортировку контейнеров и штрафы за отказ в их приеме и неудовлетворенный потребительский спрос.

Существует огромное количество научной литературы, посвященной решению различных проблем контейнерной логистики. Мы проведем краткий анализ релевантных работ с их обобщением в табл. 1. В работе [1] рассмотрены и обсуждены моделирование и поддержка принятия решений по обработке контейнеров на железнодорожных станциях. В [2] описана балансировка количеств порожних контейнеров между регионами с доминирующим экспортом и импортом, при этом особое внимание уделено евразийским интермодальным перевозкам. В [3] предложена модель для определения оптимальных рыночных зон грузовых перевозок, логистики, ориентированной на порт, и внутренних интермодальных перевозок на основе теории рыночных зон. В [4] разработана система поддержки принятия решений на основе оптимизации для балансировки распределения оборудования и погрузки / разгрузки автомобилей на контейнерном терминале. В [5] предложен прототип системы поддержки принятия решений для сотрудничества между грузовыми агентами, участвующими в портовой логистике, с использованием методов обучения с подкреплением. В [6] представлена математическая модель для определения количества контейнеров, которые должны храниться в гавани и/или в сухом порту, с целью минимизации общих затрат и выбросов углекислого газа, связанных с обработкой контейнеров. В [7] рассмотрен метод оптимизации для создания стратегии досмотра, которая обеспечит заданный уровень обнаружения контейнеров с контрабандой при минимально возможных затратах. В [8] исследована проблема планирования размещения контейнеров в контексте посещения портов в заранее определенном порядке с целью минимизации количества перемещений контейнеров на судне.

Некоторые темы доминируют в литературе в области оптимизации потоков порожних контейнеров в портах, принимающих поврежденные или загрязненные контейнеры. В работе [9] решена проблема эффективного использования как кораблей, так и контейнеров при проектировании судоходных сетей. В [10] и [11] разработана модель управления запасами для замкнутой цепочки поставок с возвращающимся транспортом. В [12] представлена новая стохастическая политика управления, учитывающая реалистичную схему распределения пустых контейнеров, варианты их обслуживания и ремонта, а также повороты улиц. В [13] исследована передислокация порожних контейнеров через склады, расположенные в портовой зоне. В [14] рассмотрена задача перемещения загрязненных и чистых пустых контейнеров через терминалы, склады и станции очистки.

Как видно из анализа источников, управление контейнерными операциями широко описано в научной литературе, но подходов, включающих оптимальное планирование осмотра и ремонта контейнеров, по-прежнему не хватает.

Таблица 1. Избранная литература по контейнерной логистике

Table 1. Selected literature on container logistics

Источник	Предметная область	Модель / задача	Метод / инструмент	Портовые операции
[3]	Интермодальные перевозки	Определение рыночных зон	Аналитический метод на основе метрики Манхэттена	Транспортировка
[4]	Контейнерный терминал	Многопериодная задача о назначениях	Мета-эвристика, система поддержки принятия решений	Погрузка / разгрузка, транспортировка
[5]	Внутренняя транспортировка	Маршрутизация транспортных средств	Метод обучения с подкреплением	Транспортировка
[6]	Контейнерный терминал	Перемещение контейнеров	Нелинейное программирование, MATLAB	Транспортировка, хранение, извлечение
[7]	Безопасность порта	Инспекция контейнеров	Генетический алгоритм	Осмотр
[8]	Морская транспортировка	Размещение контейнеров	Смешанное целочисленное программирование, CPLEX	Погрузка / разгрузка, транспортировка, хранение
[9]	Морская транспортировка	Задача о контейнеро-возможности сети	Эвристика	Погрузка / разгрузка, транспортировка, хранение
[10]	Замкнутая цепочка поставок	Модель управления запасами	Стохастический подход	Заказ, проверка, ремонт, хранение, закупка
[11]	Замкнутая цепочка поставок	Модель управления запасами	Стохастический подход	Осмотр, ремонт, хранение, закупка
[12]	Морская транспортировка	Модель управления запасами	Мета-эвристика	Техническое обслуживание, ремонт, транспорт, уличные повороты
[13]	Внутренняя транспортировка	Задача о потоке минимальной стоимости	Эвристика	Ремонт, транспортировка, хранение, обработка
[14]	Интермодальная транспортировка	Неопределенная задача перемещения порожних контейнеров	Неопределенное программирование	Погрузка / разгрузка, транспортировка, чистка, хранение
Настоящая статья	Операции контейнерного терминала	Задача о многопродуктовом потоке минимальной стоимости с ограничениями	Смешанное целочисленное линейное программирование	Осмотр, ремонт, хранение, утилизация, транспортировка, отказ от обслуживания

**Формулировка задачи.** Входными параметрами задачами являются:  $j = 1, \dots, n$  – типы контейнеров;  $f = 0, 1, \dots, F$  – площадки;  $t = 0, 1, \dots, T$  – дни горизонта планирования;  $q = 0, 1, \dots, Q + 1$  – уровни качества в порядке ухудшения;  $k_{jt}$  – число контейнеров типа  $j$ , прибывающих на площадку 0 в день  $t$ ;  $\delta = 3$  – количество дней задержки ремонта контейнеров уровня качества  $Q$ ;  $\frac{P_{jq}}{100}$  – вероятность того, что уровень качества любого неинспектированного контейнера типа  $j$  равен  $q$ ;  $J_f$  – набор пар  $(j, q) = j = 1, \dots, n, q = 1, \dots, Q$ , такие что  $f_{jq} = f$ ;  $u_j$  – запасы не прошедших инспекцию контейнеров типа  $j$  на площадке осмотра 0 в начальный день 1;  $g_{jqf}$  – запасы инспектированных контейнеров типа  $j$  качества  $q$  на площадке  $f$  в день 1;  $b_{jq_t}$  – запасы контейнеров типа  $j$  и качества  $Q$  с задержкой ремонта на площадке 0, которые были инспектированы в день  $t - \delta$  и ремонт которых может начаться в день  $t$ ;  $D_{jt}$  – совокупный спрос контейнеров типа  $j$  в день  $t$ ;  $m$  – транспортный ресурс: общее количество контейнеров любого типа и качества, которые могут быть перемещены с площадки 0 на все остальные площадки в любой день;  $s_j$  – количество человеко-часов, необходимых для проверки одного контейнера типа  $j$  на площадке 0;  $V$  – верхняя граница человеко-часов, доступных для проверки в любой день;  $G$  – верхняя граница по количеству контейнеров уровня качества  $Q + 1$ , которые могут быть утилизированы в любой день;  $r_{jq}$  – количество человеко-часов, необходимых для ремонта одного контейнера типа  $j$  уровня качества  $q$ ;  $U_f$  – верхняя граница человеко-часов, доступных для ремонтных работ в любой день на площадке  $f$ ;  $W_f$  – количество контейнеров всех типов, которое может храниться на площадке  $f$  при переходе между двумя соседними днями;  $c_j^{(rej)}$  – штраф за отказ принять один контейнер

типа  $j$ ;  $C_j^{(ins)}$  – стоимость проверки одного контейнера типа  $j$ ;  $C_{jq}^{(rep)}$  – стоимость ремонта одного контейнера типа  $j$  и уровня качества  $q$  на площадке  $f_{jq}$ ;  $C_f^{(tra)}$  – стоимость перевозки одного контейнера любого типа с площадки 0 на площадку  $f$ ;  $C_f^{(hol)}$  – стоимость хранения одного контейнера любого типа на площадке  $f$  между двумя соседними днями;  $C_{jt}^{(dis)}$  – стоимость, которая выплачивается пользователю за каждый контейнер неудовлетворенного спроса на контейнеры типа  $j$  в день  $t$ .

Задачу минимизации общих затрат при условии удовлетворения спроса можно сформулировать в виде следующей задачи математического программирования. Введем переменную  $x_{j,f,t,f',t',\&}$ , которая представляет собой количество контейнеров типа  $j$ , перемещенных с площадки  $f$  на площадку  $f'$  при переходе из дня  $t$  в день  $t' \in \{t, t+1\}$ . Символ  $\& \in \{-, \otimes, q, *\}$  характеризует неинспектированные и неотремонтированные контейнеры ( $\& = \otimes$ ), отклоненные (непринятые) контейнеры ( $\& = -$ ), проверенные контейнеры уровня качества  $q$ , готовые к ремонту или утилизации ( $\& = q$ ), контейнеры уровня качества  $q$  и контейнеры уровня качества  $Q$ , проверяемые в день  $t$  и удерживаемые на площадке 0 до дня  $t + \delta$  ( $\& = *$ ). Обозначим массив переменных через  $x$ .

**Формальная постановка задачи.**

$$\min_n \{Rej(x) + Hol(x) + Ins(x) + Rep(x) + Tra(x) + Dis(x)\},$$

где

$$Rej(x) = \sum_{j=1}^n c_j^{(rej)} \sum_{t=1}^T (x_{j((-1,t),(-1,t),-)})$$

– общий штраф за отказ принять контейнеры;

$$Hol(x) = \sum_{j=1}^n \sum_{t=1}^T c_0^{(hol)} \left( x_{j((-1,t),(-1,t+1),\otimes)} + \sum_{q=0}^{Q+1} x_{j((0,t),(t+1),q)} + \delta x_{j((0,t-\delta),(0,t),*)} \right) + \sum_{t=1}^T \sum_{f=1}^F \sum_{(j,q) \in J_f} c_f^{(hol)} x_{j((f,t),(f,t+1),q)}$$

– общая стоимость хранения контейнеров;

$$Ins(x) = \sum_{j=1}^n c_j^{(ins)} \left( u_j + \sum_{t=1}^T k_{jt} - \sum_{t=1}^T (x_{j((-1,t),(-1,t),-)}) \right)$$

– общая стоимость инспекции (осмотра) контейнеров;

$$Rep(x) = \sum_{j=1}^n \left( \sum_{q=1}^Q c_{jq}^{(rep)} \left( \frac{p_{jq} \left( u_j + \sum_{t=1}^T k_{jt} - \sum_{t=1}^T (x_{j((-1,t),(-1,t),-)}) \right)}{100} \right) + \sum_{t=1}^T c_{jq}^{(rep)} b_{jq} \right)$$

– общая стоимость ремонта контейнеров;

$$Tra(x) = \sum_{t=1}^T \sum_{f=1}^F \sum_{(j,q) \in J_f} c_f^{(tra)} x_{j((0,t),(f,t),q)}$$

– общая стоимость транспортировки контейнеров;

$$Dis(x) = \sum_{j=1}^n \sum_{t=1}^T c_{jt}^{(dis)} \max \left\{ 0, D_{jt} - \sum_{f=0}^F \sum_{\alpha=1}^t x_{j((f,\alpha),(F+1,\alpha),0)} \right\}$$

– общий штраф из-за неудовлетворения спроса пользователей со следующими ограничениями:

$$x_{j((-1,0),(-1,1),\otimes)} = u_{jt}, \quad \forall j, \tag{1}$$

$$x_{j((f,0),(f,1),q)} = g_{jqf}, \quad \forall j, f = 0, 1, \dots, F, \quad (2)$$

$$x_{j((0,0),(0,1),*)} = g_{jQ+10}, \quad \forall j, \quad (3)$$

$$x_{j((0,t-\delta),(0,1),*)} = b_{jQ}, \quad \forall j, t = 1, \dots, \delta, \quad (4)$$

$$\left[ \frac{p_{jQ}}{100} \left( x_{j((-1,t),(0,t),\otimes)} \right) \right] = x_{j((0,t),(0,t+\delta),*)}, \quad \forall j, t = 0, 1, \dots, T, \quad (5)$$

$$k_{jt} + x_{j((-1,t-1),(-1,t),\otimes)} + x_{j((-1,t),(0,t),\otimes)} = x_{j((-1,t),(-1,t+1),\otimes)} + x_{j((-1,t),(-1,t),\sim)}, \quad \forall j, t = 0, 1, \dots, T, \quad (6)$$

$$x_{j((0,t-1),(0,t),q)} + \left[ \frac{p_{jQ}}{100} \left( x_{j((-1,t),(0,t),\otimes)} \right) \right] = x_{j((0,t),(F+1,t),q)} + x_{j((0,t),(0,t+1),q)}, \quad \forall j, t = 1, \dots, T, q \in \{0, Q+1\}, \quad (7)$$

$$x_{j((0,t-1),(0,t),q)} + \left[ \frac{p_{jQ}}{100} \left( x_{j((-1,t),(0,t),\otimes)} \right) \right] = x_{j((0,t),(f_{jq},t),q)} + x_{j((0,t),(0,t+1),q)}, \quad \forall j, t = 1, \dots, T, q \in \{1, \dots, Q-1\}, \quad (8)$$

$$x_{j((0,t-\delta),(0,t),*)} + x_{j((0,t-1),(0,t),Q)} = x_{j((0,t),(f_{jq},t),Q)} + x_{j((0,t),(0,t+1),Q)}, \quad \forall j, t = 1, \dots, T, \quad (9)$$

$$x_{j((f,t-1),(f,t),0)} + \sum_{(j,q) \in J_f} \left( x_{j((f,t-1),(f,t),q)} + x_{j((0,t),(f,t),q)} \right) = x_{j((f,t),(F+1,t),0)} + x_{j((f,t),(f,t+1),0)} + \sum_{(j,q) \in J_f} x_{j((f,t),(f,t+1),q)}, \quad \forall j, f = 1, \dots, F, t = 1, \dots, T, \quad (10)$$

$$k_{jt} \geq x_{j((-1,t),(f,t),\sim)}, \quad \forall j, t = 1, \dots, T, \quad (11)$$

$$x_{j((f,t-1),(f,t),q)} + x_{j((0,t),(f,t),q)} \geq x_{j((f,t),(f,t+1),q)}, \quad (j,q) \in J_f, f = 1, \dots, F, t = 1, \dots, T, \quad (12)$$

$$\sum_{t=1}^T \sum_{f=1}^F \sum_{(j,q) \in J_f} x_{j((0,t),(f,t),q)} \leq m, \quad t = 1, \dots, T, \quad (13)$$

$$\sum_{j=1}^n s_j x_{j((-1,t),(0,t),\otimes)} \leq V, \quad t = 1, \dots, T, \quad (14)$$

$$\sum_{(j,q) \in J_f} r_{jq} \left( x_{j((f,t-1),(f,t),q)} + x_{j((0,t),(f,t),q)} - x_{j((f,t),(f,t+1),q)} \right) \leq U_f, \quad f = 1, \dots, F, t = 1, \dots, T, \quad (15)$$

$$\sum_{j=1}^n \left( x_{j((-1,t),(-1,t+1),\otimes)} + \sum_{q=0}^{Q+1} x_{j((0,t),(0,t+1),q)} + \sum_{t-\delta \leq \alpha \leq t} x_{j((0,\alpha),(0,\alpha+\beta),*)} \right) \leq W_0, \quad t = 1, \dots, T, \quad (16)$$

$$\sum_{j=1}^n \sum_{q=0}^Q x_{j((f,t),(f,t+1),q)} \leq W_f, \quad f = 1, \dots, F, t = 1, \dots, T, \quad (17)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{j((0,t),(F+1,t),Q+1)} \leq G, \quad t = 1, \dots, T, \quad (18)$$

$$x \leq 0. \quad (19)$$

Ограничения (1)–(4) устанавливают начальные значения входных потоков. Ограничения (5) определяют количество контейнеров уровня качества  $Q$  с отложенным ремонтом среди всех контейнеров типа  $j$ , поступающих на проверку в день  $t$ . Ограничения (6)–(10) являются ограничениями по сохранению потока. Ограничения (11) требуют, чтобы количество непринятых контейнеров не превосходило количества прибывших контейнеров на площадку 0 в день  $t$ . Ограничения (12) предусматривают, что при переходе от дня  $t$  к дню  $t + 1$  количество осмотренных неремонтируемых контейнеров не может увеличиваться ни в одной ремонтной мастерской. Эти ограничения необходимы, поскольку не существует соответствующего ограничения на сохранение потока осмотренных неремонтируемых контейнеров. Ограничения (13) являются ограничениями транспортного ресурса. Ограничения (14), (15) выступают ограничениями по ресурсам,

связанными с доступными человеко-часами для работ по осмотру и ремонту соответственно. Ограничения (16), (17) являются ограничениями вместимости складов на площадках, а ограничения (18) включают верхнюю границу на количество контейнеров, которые планируется утилизировать в любой день. Ограничения (19) определяют, что значения потока являются неотрицательными целыми числами.

Ограничения (7) и (8) могут быть преобразованы к линейному виду следующим образом:

$$100 * \left( x_{j((0,t),(F+1,t),q)} + x_{j((0,t),(0,t+1),q)} - x_{j((0,t-1),(0,t),q)} \right) \leq \leq p_{jt} x_{j((-1,t),(0,t),\otimes)} \leq 100 * \left( x_{j((0,t),(F+1,t),q)} + x_{j((0,t),(0,t+1),q)} - x_{j((0,t-1),(0,t),q)} \right) + 99, \quad (7a)$$

$$100 * \left( x_{j((0,t),(f_{jq,t}),q)} + x_{j((0,t),(0,t+1),q)} - x_{j((0,t-1),(0,t),q)} \right) \leq \leq p_{jt} x_{j((-1,t),(0,t),\otimes)} \leq 100 * \left( x_{j((0,t),(f_{jq,t}),q)} + x_{j((0,t),(0,t+1),q)} - x_{j((0,t-1),(0,t),q)} \right) + 99. \quad (8a)$$

Сформулированная выше задача с новыми ограничениями (7a) и (8a) принадлежит классу задач целочисленного линейного программирования, для решения которых можно воспользоваться стандартным программным обеспечением.

**Пример задачи с модельными значениями параметров.** Входные данные рассматриваемого нами примера являются незначительно измененными данными реальной ситуации планирования.

Есть 4 типа контейнеров, 5 уровней их качества, 3 площадки и 2 дня горизонта планирования. Из предыдущего горизонта планирования на площадке осмотра 0 остались 60 контейнеров первого типа, 160 – второго, 95 – третьего и 60 – четвертого. Задержка ремонта контейнеров пятого уровня качества равна трем дням. На площадке 1 можно отремонтировать контейнеры первого, второго и третьего уровня качества, на площадке 2 – четвертого и пятого. Транспортный ресурс составляет 1930 контейнеров. Количество человеко-часов на площадке 0, необходимых для проверки контейнера первого типа, составляет 0,55, второго – 0,83, третьего – 0,70, четвертого – 0,58. Верхняя граница человеко-часов, доступных для проверки в любой день, составляет 1205. Верхняя граница по количеству контейнеров уровня качества 6, которые должны быть утилизированы в любой день, – 54. Верхняя граница человеко-часов, доступных для ремонтных работ в любой день на площадке 1, составляет 2313, на площадке 2 – 1273. Количество контейнеров всех типов, которое может храниться при переходе между двумя соседними днями на площадке 0, составляет 1734, на площадке 1 – 932, на площадке 2 – 916. Стоимость проверки одного контейнера типа 1 составляет 22 денежные единицы, второго типа – 32, третьего – 28, четвертого – 23. Стоимость перевозки одного контейнера любого типа с площадки 0 на площадку 1 составляет 62 денежные единицы, на площадку 2 – 68 денежных единиц. Стоимость хранения одного контейнера любого типа между двумя соседними днями на площадке 0 составляет 3 денежные единицы, на площадке 1 и 2 – 2 денежные единицы. Штраф за отказ принять один контейнер типа 1 составляет 10 денежных единиц, типа 2 – 20, типа 3 – 30, типа 4 – 40. Остальные входные параметры представлены в табл. 2.

Компьютерный эксперимент был проведен с помощью Python API CPLEX 12.10 на MacBook Pro с процессором Intel Core i7 2,6 ГГц и 16 ГБ оперативной памяти. За 3 с было найдено оптимальное решение. В соответствии с этим решением в первый день на площадке 0 планируется проинспектировать 555, 402, 464 и 393 контейнера типов 1, 2, 3, и 4 соответственно. При этом 1349 контейнеров должны быть перемещены на площадку 1 и 515 – на площадку 2; 54 контейнера должны быть утилизированы; 136 контейнеров должны остаться на хранении при переходе от дня 1 к дню 2. Во второй день на площадке 0 планируется проинспектировать 432, 350, 261 и 322 контейнера типов 1, 2, 3, и 4 соответственно. При этом 952 контейнера должны быть перемещены на площадку 1 и 224 – на площадку 2; 40 контейнеров должны быть утилизированы; 229 контейнеров должны остаться на хранении при переходе от дня 2 к следующему периоду планирования (дню 3). В дни  $t = 1, 2$  планируется обслужить все контейнеры, прибывающие на площадку 0. Кроме того, согласно полученному плану, в эти дни предполагается полное удовлетворение спроса клиентов.

Таблица 2. Входные параметры

Table 2. Input parameters

Символ переменной и ее значение	Описание переменной
$k_{ji} \in \begin{pmatrix} 495 & 432 \\ 284 & 308 \\ 370 & 260 \\ 334 & 321 \end{pmatrix}$	Строки матрицы соответствуют типам контейнеров, столбцы – дням горизонта планирования. Элемент таблицы – количество прибывающих контейнеров
$p_{jq} \in \begin{pmatrix} 2 & 57 & 3 & 2 & 30 & 4 & 2 \\ 2 & 14 & 37 & 30 & 12 & 0 & 5 \\ 5 & 23 & 17 & 41 & 14 & 0 & 0 \\ 5 & 9 & 10 & 41 & 30 & 2 & 3 \end{pmatrix}$	Строки матрицы соответствуют типам контейнеров, столбцы – уровням их качества. Элемент таблицы – числитель в формуле вероятности
$g_{1qf} \in \begin{pmatrix} 12 & 3 & 11 \\ 1 & 7 & 0 \\ 10 & 3 & 0 \\ 7 & 3 & 0 \\ 8 & 0 & 8 \\ 8 & 0 & 11 \\ 11 & 0 & 0 \end{pmatrix}, g_{2qf} \in \begin{pmatrix} 10 & 4 & 1 \\ 3 & 9 & 0 \\ 8 & 9 & 0 \\ 2 & 4 & 0 \\ 12 & 0 & 3 \\ 6 & 0 & 11 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$ $g_{3qf} \in \begin{pmatrix} 8 & 9 & 10 \\ 12 & 7 & 0 \\ 9 & 9 & 0 \\ 3 & 3 & 0 \\ 3 & 0 & 11 \\ 1 & 0 & 1 \\ 4 & 0 & 0 \end{pmatrix}, g_{4qf} \in \begin{pmatrix} 2 & 11 & 8 \\ 5 & 11 & 0 \\ 5 & 12 & 0 \\ 8 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 5 \\ 7 & 0 & 8 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	Строки матрицы соответствуют уровням качества контейнеров, столбцы – площадкам. Элемент таблицы – запасы инспектированных контейнеров заданного типа в первый день
$b_{jQr} \in \begin{pmatrix} 31 & 43 \\ 25 & 44 \\ 28 & 20 \\ 16 & 17 \end{pmatrix}$	Строки матрицы соответствуют типам контейнеров, столбцы – дням планирования. Элемент таблицы – запасы контейнеров с задержкой ремонта
$D_{ji} \in \begin{pmatrix} 462 & 1037 \\ 383 & 812 \\ 362 & 773 \\ 347 & 748 \end{pmatrix}$	Строки матрицы соответствуют типам контейнеров, столбцы – дням планирования. Элемент таблицы – совокупный спрос
$r_{jq} \in \begin{pmatrix} 0,53 & 0,73 & 1,02 & 1,48 & 1,97 \\ 0,38 & 0,93 & 1,10 & 1,40 & 1,85 \\ 0,35 & 0,98 & 1,03 & 1,52 & 1,67 \\ 0,40 & 0,73 & 1,22 & 1,60 & 1,75 \end{pmatrix}$	Строки матрицы соответствуют типам контейнеров, столбцы – уровням их качества. Элемент таблицы – количество человеко-часов, необходимых для ремонта одного контейнера
$c_{jq}^{(rep)} \in \begin{pmatrix} 10,6 & 14,6 & 20,4 & 29,6 & 39,4 \\ 7,6 & 18,6 & 22,0 & 28,0 & 33,4 \\ 7,0 & 19,6 & 20,6 & 30,4 & 33,4 \\ 8,0 & 14,6 & 24,4 & 32,0 & 35,0 \end{pmatrix}$	Строки матрицы соответствуют типам контейнеров, столбцы – уровням их качества. Элемент таблицы – стоимость ремонта одного контейнера
$c_{jt}^{(dis)} \in \begin{pmatrix} 145 & 134 \\ 147 & 144 \\ 137 & 128 \\ 129 & 126 \end{pmatrix}$	Строки матрицы соответствуют типам контейнеров, столбцы – дням планирования. Элемент таблицы – стоимость одного контейнера невыполненного спроса

**Заключение.** В работе приведена постановка задачи оптимального планирования осмотра, хранения, транспортировки и ремонта грузовых контейнеров на нескольких площадках порта во

времени. Дана формальная постановка задачи в терминах целочисленного линейного программирования. С помощью CPLEX решен пример с входными данными, незначительно отличающимися от реальных.

### Список использованных источников

1. A survey on container processing in railway yards / N. Boysen [et al.] // *Transport. Sci.* – 2013. – Vol. 47, № 3. – P. 312–329. <https://doi.org/10.1287/trsc.1120.0415>
2. Kuzmicz, K. A. Approaches to empty container repositioning problems in the context of Eurasian intermodal transportation / K. A. Kuzmicz, E. Pesch // *Omega*. – 2019. – Vol. 85. – P. 194–213. <https://doi.org/10.1016/j.omega.2018.06.004>
3. Bouchery, Y. Identifying the market areas of port-centric logistics and hinterland intermodal transportation / Y. Bouchery, J. Woxenius, J. C. Fransoo // *Eur. J. Oper. Res.* – 2020. – Vol. 285, № 2. – P. 599–611. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2020.02.015>
4. Mar-Ortiz, J. A decision support system for a capacity management problem at a container terminal / J. Mar-Ortiz, N. Castillo-García, M. D. Gracia // *Int. J. Prod. Econ.* – 2020. – Vol. 222. – P. 107502. <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2019.09.023>
5. Irannezhad, E. An intelligent decision support system prototype for hinterland port logistics / E. Irannezhad, C. G. Prato, M. Hickman // *Decision Support Systems*. – 2020. – Vol. 130. – P. 113227. <https://doi.org/10.1016/j.dss.2019.113227>
6. Facchini, F. Optimal dry port configuration for container terminals: A non-linear model for sustainable decision making / F. Facchini, S. Digiesi, G. Mossa // *Int. J. Prod. Econ.* – 2020. – Vol. 219. – P. 164–178. <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2019.06.004>
7. Weele, S. F. Van. Optimization of container inspection strategy via a genetic algorithm / S. F. Van Weele, J. E. Ramirez-Marquez // *Ann. Oper. Res.* – 2010. – Vol. 187, № 1. – P. 229–247. <https://doi.org/10.1007/s10479-010-0701-6>
8. Roberti, R. A Decomposition Method for Finding Optimal Container Stowage Plans / R. Roberti, D. Pacino // *Transport. Sci.* – 2018. – Vol. 52, № 6. – P. 1444–1462. <https://doi.org/10.1287/trsc.2017.0795>
9. The container shipping network design problem with empty container repositioning / K. Shintani [et al.] // *Transport. Res. Part E: Logist. Transport. Rev.* – 2007. – Vol. 43, № 1. – P. 39–59. <https://doi.org/10.1016/j.tre.2005.05.003>
10. Kim, T. On the use of RFID in the management of reusable containers in closed-loop supply chains under stochastic container return quantities / T. Kim, C. H. Glock // *Transport. Res. Part E: Logist. Transport. Rev.* – 2014. – Vol. 64. – P. 12–27. <https://doi.org/10.1016/j.tre.2014.01.011>
11. Cobb, B. R. Inventory control for returnable transport items in a closed-loop supply chain / B. R. Cobb // *Transport. Res. Part E: Logist. Transport. Rev.* – 2016. – Vol. 86. – P. 53–68. <https://doi.org/10.1016/j.tre.2015.12.010>
12. Empty Container Management at Ports Considering Pollution, Repair Options, and Street-Turns / N. S. Bernat [et al.] // *Math. Problems Eng.* – 2016. – Vol. 2016. – P. 1–13. <https://doi.org/10.1155/2016/3847163>
13. Minimizing cost of empty container repositioning in port hinterlands, while taking repair operations into account / T. Hjortnaes [et al.] // *J. Transport Geography*. – 2017. – Vol. 58. – P. 209–219. <https://doi.org/10.1016/j.jtrangeo.2016.12.015>
14. Hosseini, A. An optimization model for management of empty containers in distribution network of a logistics company under uncertainty / A. Hosseini, T. Sahlin // *J. Ind. Eng. Int.* – 2019. – Vol. 15, № 4. – P. 585–602. <https://doi.org/10.1007/s40092-018-0286-2>

### References

1. Boysen N., Fliedner M., Jaehn F., Pesch E. A survey on container processing in railway yards. *Transportation Science*, 2013, vol. 47, pp. 312–329. <https://doi.org/10.1287/trsc.1120.0415>
2. Kuzmicz K. A., Pesch E. Approaches to empty container repositioning problems in the context of Eurasian intermodal transportation. *Omega*, 2018, vol. 85, pp. 194–213. <https://doi.org/10.1016/j.omega.2018.06.004>
3. Bouchery Y., Woxenius J., Fransoo J. C. Identifying the market areas of port-centric logistics and hinterland intermodal transportation. *European Journal of Operational Research*, 2020, vol. 285, no. 2, pp. 599–611. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2020.02.015>
4. Mar-Ortiz J., Castillo-García N., Gracia M. D. A decision support system for a capacity management problem at a container terminal. *International Journal of Production Economics*, 2020, vol. 222, pp. 107502. <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2019.09.023>
5. Irannezhad E., Prato C. G., Hickman M. An intelligent decision support system prototype for hinterland port logistics. *Decision Support Systems*, 2020, vol. 130, pp. 113227. <https://doi.org/10.1016/j.dss.2019.113227>
6. Facchini F., Digiesi S., Mossa G. Optimal dry port configuration for container terminals: A non-linear model for sustainable decision making. *International Journal of Production Economics*, 2020, vol. 219, pp. 164–178. <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2019.06.004>
7. Weele S. F. Van, Ramirez-Marquez J. E. Optimization of container inspection strategy via a genetic algorithm. *Annals of Operations Research*, 2010, vol. 187, no. 1, pp. 229–247. <https://doi.org/10.1007/s10479-010-0701-6>
8. Roberti R., Pacino D. A Decomposition Method for Finding Optimal Container Stowage Plans. *Transportation Science*, 2018, vol. 52, no. 6, pp. 1444–1462. <https://doi.org/10.1287/trsc.2017.0795>
9. Shintani K., Imai A., Nishimura E., Papadimitriou S. The container shipping network design problem with empty container repositioning. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 2007, vol. 43, no. 1, pp. 39–59. <https://doi.org/10.1016/j.tre.2005.05.003>



10. Kim T., Glock C. H. On the use of RFID in the management of reusable containers in closed-loop supply chains under stochastic container return quantities. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 2014, vol. 64, pp. 12–27. <https://doi.org/10.1016/j.tre.2014.01.011>
11. Cobb B. R. Inventory control for returnable transport items in a closed-loop supply chain. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 2016, vol. 86, pp. 53–68. <https://doi.org/10.1016/j.tre.2015.12.010>
12. Bernat S. N., Schulte F., Voß S., Böse J. Empty Container Management at Ports Considering Pollution, Repair Options, and Street-Turns. *Mathematical Problems in Engineering*, 2016, vol. 2016, pp. 1–13. <https://doi.org/10.1155/2016/3847163>
13. Hjortnaes T., Wiegmans B., Negenborn R. R., Zuidwijk R. A., Klijnhout R. Minimizing cost of empty container repositioning in port hinterlands, while taking repair operations into account. *Journal of Transport Geography*, 2017, vol. 58, pp. 209–219. <https://doi.org/10.1016/j.jtrangeo.2016.12.015>
14. Hosseini A., Sahlin T. An optimization model for management of empty containers in distribution network of a logistics company under uncertainty. *Journal of Industrial Engineering International*, 2019, vol. 15, no. 4, pp. 585–602. <https://doi.org/10.1007/s40092-018-0286-2>

### Информация об авторах

**Лукашевич Михаил Николаевич** – аспирант, факультет прикладной математики и информатики, Белорусский государственный университет (пр. Независимости, 4, 220030, Минск, Республика Беларусь). E-mail: [mikhail.n.lukashevich@gmail.com](mailto:mikhail.n.lukashevich@gmail.com)

**Ковалев Михаил Яковлевич** – член-корреспондент Национальной академии наук Беларуси, доктор физико-математических наук, профессор, Объединенный институт проблем информатики Национальной академии наук Беларуси (ул. Сурганова, 6, 220012, Минск, Республика Беларусь). E-mail: [kovalyov\\_my@newman.bas-net.by](mailto:kovalyov_my@newman.bas-net.by)

### Information about the authors

**Mikhail N. Lukashevich** – Postgraduate Student, the Faculty of Applied Mathematics and Computer Science, Belarusian State University (4, Nezavisimosti Ave., 220030, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: [mikhail.n.lukashevich@gmail.com](mailto:mikhail.n.lukashevich@gmail.com)

**Mikhail Y. Kovalyov** – Corresponding Member of the National Academy of Sciences of Belarus, Dr. Sc. (Physics and Mathematics), Professor, United Institute of Informatics Problems of the National Academy of Sciences of Belarus (6, Sarganov Str., 220012, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: [kovalyov\\_my@newman.bas-net.by](mailto:kovalyov_my@newman.bas-net.by)