

ISSN 1561-2430 (Print)
ISSN 2524-2415 (Online)
УДК 621.376
<https://doi.org/10.29235/1561-2430-2023-59-4-328-337>

Поступила в редакцию 15.05.2023
Received 15.05.2023

Е. В. Тимошенко, В. А. Юревич

Могилевский государственный университет имени А. А. Кулешова, Могилев, Республика Беларусь

МОДЕЛЬ ДИНАМИКИ МИКРОЛАЗЕРА НА ОСНОВЕ КВАНТОВОРАЗМЕРНЫХ СТРУКТУР

Аннотация. Представлены результаты качественного анализа полуклассической модели генерации излучения в твердотельных лазерах пониженной размерности, включая микролазеры на квантовых точках. Проведено численное моделирование режима регулярных пульсаций, возникающего в условиях нелинейного смещения и уширения резонансной линии усиления из-за влияния ближних полей диполей и поглощения в квазирезонансных переходах на диэлектрическую восприимчивость активной среды. Моделирование проведено для параметров полупроводниковых квантоворазмерных структур.

Ключевые слова: лазеры пониженной размерности, суперкристаллы квантовых точек, резонансная оптическая нелинейность, самоподдерживающиеся пульсации

Для цитирования. Тимошенко, Е. В. Модель динамики микролазера на основе квантоворазмерных структур / Е. В. Тимошенко, В. А. Юревич // Вес. Нац. акад. наук Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. – 2023. – Т. 59, № 4. – С. 328–337. <https://doi.org/10.29235/1561-2430-2023-59-4-328-337>

Elena V. Timoshchenko, Vladimir A. Yurevich

Mogilev State A. Kuleshov University, Mogilev, Republic of Belarus

A KINETIC MODEL OF A QUANTUM-DOT MICROLASER

Abstract. The results of a qualitative analysis of a semiclassical model of light generation in low-dimensional solid-state lasers, including quantum-dot microlasers and, on its basis, a numerical modelling of the regular pulsation regime that occurs under conditions of nonlinear shift and broadening of the resonant spectral gain line due to the influence of dipole-dipoles interaction and absorption in quasi-resonant transitions on the dielectric susceptibility of the active medium are herein presented. The modelling of lasing was carried out for the parameters of semiconductor quantum-dot structures.

Keywords: low-dimensional lasers, quantum dot supercrystals, resonant optical nonlinearity, self-sustaining pulsations

For citation. Timoshchenko E. V., Yurevich V. A. A kinetic model of a quantum-dot microlaser. *Vestsi Natsyyanal'nai akademii navuk Belarusi. Seryya fizika-matematychnykh navuk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physics and Mathematics series*, 2023, vol. 59, no. 4, pp. 328–337 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1561-2430-2023-59-4-328-337>

Введение. Известно, что в последнее время в качестве искусственных активных сред интенсивно разрабатываются так называемые суперкристаллы (СК) с внутренней структурой, формируемой упорядоченным ансамблем квантовых точек (КТ) – образований, превышающих обычный размер атома, подобных экситонам [1]. Допуская более или менее простую модельную форму (например, элементарного диполя), эти активные центры при размере до нескольких нанометров обладают дискретными свойствами энергетического спектра. Полупроводниковые низкоразмерные структуры из регулярно расположенных дипольных центров с относительно высокой плотностью представляют собой один из примеров подобных объектов, известных как квазидвумерный СК [2, 3], с эффективной возможностью контроля их оптических свойств при изменении формы и химического состава образующих элементов, а также геометрии их структуры. Квантовые переходы с поглощением или излучением, совершаемые в этих ансамблях в экситонной области спектра, характеризуются гигантскими силами осциллятора, что приводит к результативному проявлению нелинейных оптических эффектов при умеренных уровнях интенсивности действующего в среде когерентного излучения. В условиях высокой концентрации дипольных центров значимо влияние ближних полей диполей и поглощения в квазирезонансных

переходах на диэлектрическую восприимчивость и, соответственно, на динамику резонансного отклика СК. В силу существования дополнительных степеней свободы в схеме резонансного взаимодействия с когерентным излучением (например, возбуждения соседних с основным переходов и взаимодействия дипольных КТ) резонансный отклик СК характеризуется уникальными нелинейными оптическими свойствами. Этим может быть определена пригодность применения структур из КТ в качестве активных элементов лазеров пониженной размерности [4].

Сопровождающие процессы вынужденного излучения нелинейные эффекты смещения резонанса усиления и уширения, действующего на КТ поля, обладают особой динамикой, которой присуща обратимость релаксационных процессов в ходе резонансных колебаний заселенности уровней перехода. При определенных условиях обратимость фазовых эффектов способна привести к автомодуляционному процессу, который заключается в возникновении самоподдерживающихся регулярных осцилляций интенсивности. Автоколебания развиваются без применения внешних устройств, модулирующих накачку или уровень обратной связи. Тем самым микролазеры на СК в высокой степени перспективны в качестве источников когерентного излучения в низкоразмерных устройствах фотоники [5, 6].

В связи с этим возникает необходимость расчетного изучения роли автоколебательных процессов, стимулированных резонансной нелинейностью активного слоя лазера. В работе, результаты которой положены в основу настоящей статьи, представлена и проанализирована для параметров квантоворазмерных полупроводниковых структур модель генерации, учитывающая присущие СК нелинейные фазовые эффекты. Их действие выступает в качестве дестабилизирующего фактора, способного вызвать осцилляции материального отклика и возникновение регулярных режимов излучения в субнано- и пикосекундном диапазоне.

Основные уравнения. В традиционном подходе к расчетному анализу дипольной модели КТ применимы представления двухуровневой схемы взаимодействия вещества с резонансным световым полем. Обобщение двухуровневой схемы в рассматриваемой далее задаче генерации в микролазере состоит в учете влияния на поляризуемость поглощения в квазирезонансных переходах. Обычно это выражено допущением различия (дефекта) поляризуемостей дипольных частиц α_1 и α_2 в основном и возбужденном состоянии [7]. Тогда, при перераспределении частиц по уровням перехода, в ходе вынужденного излучения возможны нелинейные резонансные вариации преломления, что также существенно в полупроводниковых экситонных средах.

В расчетах также рассмотрено поляризующее влияние на диэлектрическую восприимчивость вещества ближних полей диполей в рамках представления действующего поля, учитывающего локальную поправку Лоренца. При оценке динамических следствий диполь-дипольного взаимодействия принято пренебрегать относительно статичным нерезонансным вкладом поляризованности в локальное поле. Тогда амплитуда напряженности действующего на КТ поля представляется с учетом локальной поправки Лоренца, включающей только динамическую составляющую поляризованности [8]. Такого рода поправка описывает малоинерционное смещение спектральной линии поглощения (усиления), следящее за изменением разности населенностей и типичное именно для сред с относительно высокой плотностью активных центров.

Задача об энергообмене среды СК и светового поля в лазере низкой размерности может быть решена в допущении сверхтонкого граничного слоя [9] (в сущности, для резонансно поглощающей планарной пленки) также и отражающей с поверхности. При этом вместо волновых уравнений допускается применение граничных электродинамических условий, используемых в уравнениях Максвелла и записанных для плосковолновых полей – действующего на резонансные атомы и отраженного слоев. При этом принципиален учет вклада поляризованности в виде так называемых сверхизлучательных компонентов. Считается, что этими нелинейными составляющими в отличие от нерезонансных френелевых компонент описывается послесвечение поверхности квазикристалла в течение времени фазовой памяти [10]. Оптическое плосковолновое поле в слое СК, естественно, предполагается однородным в направлении его толщины l . Напряженность поля и вероятность поляризации (резонансной поляризованности ρ') представляются в виде квазигармонических волн с частотой ω , близкой к частоте основного перехода ω_0 , и относительно медленными (слабо изменяющимися за период светового колебания) комплексными амплитуда-

ми $E(t)$ и $i\rho(t)$, т. е. $E(t) = E(t) \exp(i\omega t)$, $\rho(t) = i\rho(t) \exp(i\omega t)$. Кроме поляризованности $\rho(t)$ в квантовомеханическом описании отклика слоя используется вещественная переменная вероятности инверсной заселенности $n(t)$. Ниже используемые в нашей схеме соотношения для связи полей приведены с учетом локальной поправки Лоренца и представления динамического компонента макроскопической поверхностной поляризованности Pl в обобщенной двухуровневой схеме:

$$E = E_i + \frac{\omega l}{\epsilon_0 c} P(i + \gamma), \quad E_r = i \frac{\omega l}{\epsilon_0 c} P, \quad P = N[i\mu\rho + 2\pi\Delta\alpha\epsilon_0(1 - n)E], \quad (1)$$

где E_i и E_r – амплитуды напряженностей иницирующего поля и поля выходного излучения, μ – средний дипольный момент активных центров, N – их объемная концентрация в слое, $\Delta\alpha = \alpha_2 - \alpha_1$ – дефект поляризуемости, $\gamma = c/3\omega_0 l$ – нормирующий коэффициент в локальной поправке к действующему полю. Иницирующее поле возникает из спонтанных флуктуаций люминесценции на частоте перехода ω_0 . Соотношения для условий (1) содержат дополнительные сверхизлучательные компоненты, учитывающие резонансную поляризацию в активном слое, этими компонентами выражена связь действующего поля и резонансного отклика среды. В предлагаемой схеме расчета напряженность поля, действующего на активные центры в структуре СК, определена полем вынужденного излучения, развивающимся из иницирующего поля E_i , и ближним полем дипольных частиц, поле выходного излучения E_r определяется сверхизлучательными компонентами.

Квантовомеханические уравнения движения для отклика среды СК, которыми должны быть дополнены соотношения (1), могут быть сведены к так называемым оптическим уравнениям Блоха. Вывод аналогов этих материальных уравнений для условий однородного уширения спектральной линии поглощения (усиления) и значимости спонтанной релаксации достаточно обоснован в литературе. Применим далее ранее использованную в [11] их модификацию для переменных напряженности поля, нормированных следующим образом: $\mathbf{e} = \mu E \sqrt{T_1 T_2} / \hbar$ (т. е. по уровню, соответствующему мощности насыщения):

$$\frac{d\rho}{d\tau} = \frac{n\mathbf{e}}{\sqrt{\tau_{12}}} - (1 - i\Delta\omega)\rho, \quad \tau_{12} \frac{dn}{d\tau} = 1 - n - \frac{\sqrt{\tau_{12}}}{2} (\rho^* \mathbf{e} + \rho \mathbf{e}^*). \quad (2)$$

Здесь $\tau_{12} = T_1/T_2$ – отношение времен межзонной (T_1) и внутризонной (T_2) релаксации перехода (по величине T_2 в системе (2) нормировано время) на частоте перехода, $\Delta\omega = (\omega - \omega_0)T_2$ – нормированная линейная отстройка частоты поля от центра спектральной линии усиления. Известно, что в ряде твердотельных лазеров, включая полупроводниковые, при возбуждении релаксационных колебаний материального отклика усиливающего элемента генерируется регулярная последовательность достаточно коротких импульсов. Эти колебания возникают из-за различия времен релаксации в каналах накачки, спонтанного и вынужденного излучения. Конечность «срабатывания» поперечной релаксации (в оптических полупроводниках аналогичными процессами характеризуется внутризонная релаксация) в расчетной оценке динамики излучения учитывается реже. Такая релаксация известна еще как фазовая, ее характерным параметром T_2 определяется время фазового рассогласования ансамбля КТ, представляющего активную среду, из-за взаимодействия с ионами матрицы.

С учетом выражений связи полей (1) и системы (2) в представлении комплексной резонансной поляризованности $\sqrt{\tau_{12}}\rho(\tau) = R(\tau) + iS(\tau)$ и в предположении постоянного уровня возбуждения предлагаемая кинетическая схема записывается следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{dR}{d\tau} &= [1 - \beta\gamma(\kappa n - 1)]n\mathbf{e}_i + (\kappa n - 1)(R - \Delta S), & \frac{dS}{d\tau} &= -(\kappa n - 1)(\beta n\mathbf{e}_i - \Delta R - S), \\ \tau_{12} \frac{dn}{d\tau} &= 1 - n - [R - \beta(\kappa n - 1)(\gamma R + S)]\mathbf{e}_i - \kappa(R^2 + S^2), & & \\ \Delta &= \gamma - \beta(1 + \gamma^2)\kappa n, & U &= \kappa^2 \left[(1 - \beta\gamma(\kappa n - 1))^2 + \beta^2(\kappa n - 1)^2 \right] (R^2 + S^2), \end{aligned} \quad (3)$$

где $\kappa = \mu^2 N l \omega_0 T_2 / \epsilon_0 \hbar c$ – показатель усиления инверсного слоя, максимальный при данном уровне накачки, Δ – нелинейная отстройка частоты.

Фактор квазирезонансной поляризации, вызывающей автомодуляционное уширение поля, как и в представлении (1), зависит от резонансной вариации усиления с параметром дефекта поляризуемости $\Delta\alpha$. В уравнениях (3) он учитывается компонентами с коэффициентом $\beta = 2\pi\Delta\alpha\epsilon_0\hbar/\mu^2T_2$, который иногда называют параметром резонансной нелинейной рефракции (в лазерных средах на основе полупроводников – фактором Хенри [12]). В схеме (3) коэффициент β допускается малым параметром.

Система (3) в приближении однородного поля характеризует энергообмен входного поля и квантового ансамбля, образующих усиливающий слой с учетом конечности времени фазовой релаксации резонансной поляризованности. Учитывается влияние накачки, стимулирующей рост инверсной заселенности и определяющей ее обратимость при неизбежном насыщении в процессе вынужденного излучения. Зависящая по этой причине от интенсивности поля излучения нелинейная отстройка резонанса как периодическое нарушение резонансного условия усиления неизбежно становится фактором амплитудно-фазовой связи в схеме генерации в среде инверсного слоя и способна обусловить автомодуляционный сценарий в динамике вынужденного излучения. Учет эффекта амплитудно-фазовой связи, который является следствием фазовой нелинейности резонансного отклика СК, также представляет оригинальность предложенной кинетической модели.

Свойства равновесных состояний модели. Модель (3) с продольно-однородным резонансным полем, амплитуда которого E определяется алгебраическим соотношением связи с поляризованностью, имеет, безусловно, приближенный характер. Однако она дает возможность выяснить роль динамики процессов наведения поляризации с конечным временем релаксации в общем балансе энергообмена поля в среде и накачки в ходе генерации на основе схемы с тремя степенями свободы. Благодаря этому относительно просто можно применять методы качественного анализа устойчивости стационарных состояний к определению возможности достижения практически интересных режимов излучения. Например, применение приближенной схемы баланса (3) в аспекте нашей работы позволило определить расчетные условия автоколебаний и моделировать режим самоподдерживающихся пульсаций при постоянной накачке.

Стационарные решения для R_s , S_s и n_s , вытекающие из соотношений для сингулярных пределов (3) при постоянном уровне иницирующего поля $\mathbf{e}_i(\tau) = \mathbf{e}_0$, характеризуют равновесные состояния модели и определяются следующими выражениями:

$$R_s = \frac{\beta(\kappa n_s - 1)(\gamma + \Delta_s) - 1}{(\kappa n_s - 1)(1 + \Delta_s^2)} n_s \mathbf{e}_i, \quad S_s = \frac{\beta(\kappa n_s - 1)(1 - \gamma \Delta_s) + \Delta_s}{(\kappa n_s - 1)(1 + \Delta_s^2)} n_s \mathbf{e}_i, \quad (4)$$

$$n_s - n_s^2 = R_s^2 + S_s^2, \quad \Delta_s = \gamma - \beta(1 + \gamma^2)\kappa n_s.$$

Расчет зависимостей, выражаемых нелинейными алгебраическими соотношениями (4), может быть относительно просто проведен параметрически, поскольку величина n_s характеризует вероятность инверсии, т. е. изменяется в известных пределах. Параметрический расчет стационарной выходной мощности U_s на основе (4) в зависимости от уровня накачки, определяющего величину κ , показывает значимость резонансной фазовой нелинейности. На рис. 1 приведены

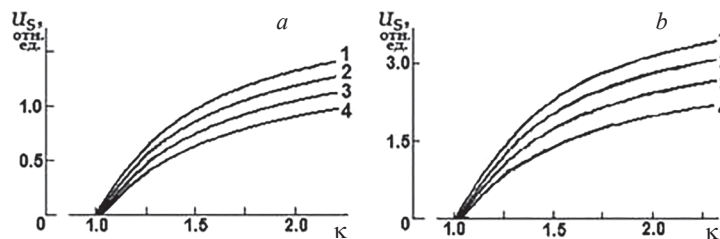


Рис. 1. Зависимости стационарной выходной мощности от параметра накачки: $\beta = 0,01$ (кривые 1), $0,03$ (кривые 2), $0,04$ (кривые 3), $0,06$ (кривые 4); $\gamma = 2,0$ (а), $3,0$ (б); $\mathbf{e}_0 = 2,5 \cdot 10^{-4}$, $T_1 = 1 \cdot 10^{-9}$ с, $T_2 = 1 \cdot 10^{-12}$ с

Fig. 1. Dependences of the stationary output power on the pump parameter: $\beta = 0.01$ (curves 1), 0.03 (curves 2), 0.04 (curves 3), 0.06 (curves 4); $\gamma = 2.0$ (a), 3.0 (b); $\mathbf{e}_0 = 2.5 \cdot 10^{-4}$; $T_1 = 1 \cdot 10^{-9}$ s; $T_2 = 1 \cdot 10^{-12}$ s

результаты такой оценки – по мере увеличения фактора нелинейной рефракции β рост нормированной плотности излучения U_S с нарастанием κ снижается, выходя на насыщение. В отсутствие этого типа нелинейности функции $U_S(\kappa)$ имеют вид тривиальных линейных зависимостей, «стартующих» от значения $\kappa = 1$ с наклоном, который определяется величиной нормированной иницирующей плотности поля \mathbf{e}_0^2 .

Формулировка условий динамической устойчивости или неустойчивости (4) может означать оценку возможности осцилляторного поведения излучаемого поля. На основе линеаризации системы (3) в окрестности решений (4) формулируется характеристическое уравнение относительно величины χ – коэффициента в показателе элементарных экспонент вида $\exp(\chi t/T_2)$. Этими экспонентами можно представить решения (3) в окрестности (4) с относительно малой амплитудой. Значения χ могут быть комплексными, и этот случай с точки зрения проводимого поиска наиболее интересен, поскольку отвечает тому поведению кривых в фазовом пространстве системы (3), которое соответствует ее осцилляторным решениям. Характеристическое уравнение может быть сведено к такому выражению:

$$\begin{aligned} \chi^3 - [2(\kappa n_s - 1) - F] \chi^2 + A\chi + B &= 0, \\ A &= (1 + \Delta_s^2)(\kappa n_s - 1)^2 + CK + DM - 2(\kappa n_s - 1)F, \\ B &= (\kappa n_s - 1) \left[(1 + \Delta_s^2)(\kappa n_s - 1)F - CK - DM + (CM - DK)\Delta_s \right], \\ C &= \beta\gamma(\kappa n_s - 1)\mathbf{e}_0 - 2\kappa R_s, \quad D = \beta(\kappa n_s - 1)\mathbf{e}_0 - 2\kappa S_s, \quad F = 1 - \beta\kappa(\gamma R_s + S_s)\mathbf{e}_0, \\ K &= \frac{1 + \beta\gamma(\kappa n_s - 1)^2}{\kappa n_s - 1} \mathbf{e}_0 - \beta\kappa(1 + \gamma^2)(\kappa n_s - 1)S_s, \quad M = \beta \left[\mathbf{e}_0 + \kappa(1 + \gamma^2)R_s \right]. \end{aligned} \quad (5)$$

Особыми, с точки зрения корреляции динамического поведения модели (3) и возможной реальной временной развертки выходного излучения, представляются ее неустойчивые решения, которые отвечают определенному диапазону значений ее коэффициентов. В этом диапазоне характеристическое уравнение (5), формулируемое на основе линеаризованного аналога (3), может иметь один действительный (χ_1) и два комплексных корня:

$$\chi_{2,3} = [2(\kappa n_s - 1) - F]/3 + (V_+ + V_-)/2 \pm i\sqrt{3}(V_+ - V_-)/2, \quad V_{\pm} = \sqrt[3]{X \pm \sqrt{X^2 + Y^3}}, \quad (6)$$

где

$$X = A[2(\kappa n_s - 1) - F]/6 + B/2 - [2(\kappa n_s - 1) - F]/27, \quad Y = A/3 - [2(\kappa n_s - 1) - F]/9.$$

Незатухающие со временем на протяжении действия постоянной накачки периодические изменения переменных отклика $R(\tau)$, $S(\tau)$ и, соответственно, нормированной мощности выходного излучения $u(t)$ возможны при таких сочетаниях значений коэффициентов (3), при которых действительная часть корней $\chi_{2,3}$ (6) положительна. Тогда точки, соответствующие равновесным состояниям (4), в фазовом пространстве системы (3) принимают тип неустойчивого фокуса. Решения (3), стартующие из окрестности таких точек и изображаемые фазовыми кривыми системы (3), представлены развертывающимися циклическими траекториями, которые покидают окрестность особых точек (4). В то же время из-за неизбежного насыщения инверсной заселенности (усиления n) вынужденным излучением амплитуда мощности генерации должна стабилизироваться. Кривые локализуются в замкнутом пространстве, их проекции на координатные плоскости в трехмерном фазовом пространстве с течением времени образуют предельные циклы. На временной шкале эта динамика переменных (3) будет соответствовать их автоколебаниям, возникающим самопроизвольно (при постоянном уровне стимулирующих факторов – накачки и амплитуды напряженности начального поля \mathbf{e}_i), только для определенных сочетаний значений материальных параметров активного слоя и параметра накачки κ . Условия существования комплексных корней уравнения (5) при положительных значениях их действительной части, следуя выражениям (6), формулируются такими соотношениями:

$$X^2 + Y^3 > 0, \quad 2(\kappa n_s - 1)/3 + (V_+ + V_-)/2 > F/3. \quad (7)$$

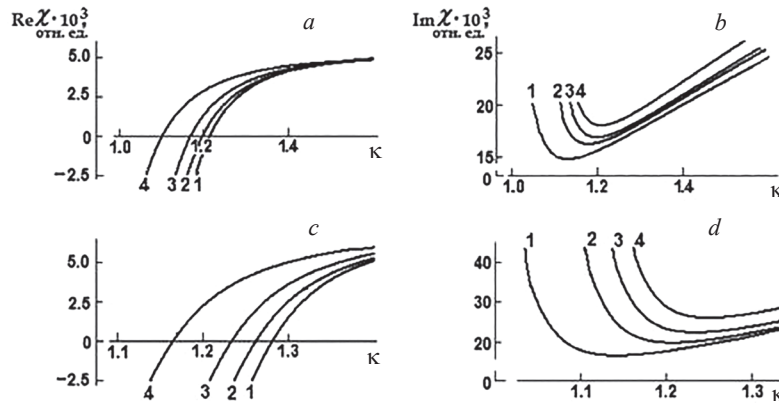


Рис. 2. Зависимости действительной (a, b) и мнимой частей (c, d) корней характеристического уравнения от параметра накачки: $\beta = 0,01$ (кривые 1), $0,03$ (кривые 2), $0,04$ (кривые 3), $0,06$ (кривые 4); $\gamma = 2,0$ (a, b), $3,0$ (c, d); $\epsilon_0 = 2,5 \cdot 10^{-4}$; $T_1 = 1 \cdot 10^{-9}$ с; $T_2 = 1 \cdot 10^{-12}$ с

Fig. 2. Dependences of the real (a, b) and imaginary parts (c, d) of the characteristic equation roots on the pump parameter: $\beta = 0.01$ (curves 1), 0.03 (curves 2), 0.04 (curves 3), 0.06 (curves 4); $\gamma = 2.0$ (a, b), 3.0 (c, d); $\epsilon_0 = 2.5 \cdot 10^{-4}$; $T_1 = 1 \cdot 10^{-9}$ s, $T_2 = 1 \cdot 10^{-12}$ s

Выражения (6) для корней уравнения (5) определяются элементарно, и запись уравнения именно в форме (5) с коэффициентами, зависящими от значения n_s , представляется особенно удобной. Тогда зависимость корней (5) от коэффициентов системы (3), как и при оценке величин (4), можно рассчитать параметрически, полагая n_s линейно нарастающим в пределах области изменения аргументом. Таким образом, используя соотношения (4), можно рассчитать величины корней (5) как функцию параметра скорости накачки κ , а также по соотношениям (7) определить область параметров модели, при которых система (3) имеет неустойчивые и, возможно, автоколебательные решения. Величина κ , определяющая уровень возбуждения в лазерной схеме, является параметром, который в реальных условиях может меняться при очередном включении устройства.

Представленные далее расчеты и моделирование проведены для набора коэффициентов (3), который основан на значениях параметров, которые, судя, например, по данным работ [5, 6, 14], характерны для ряда полупроводниковых структур с квантоворазмерными эффектами в спектральной области экситонного резонанса. Мощность излучения примерно соответствует уровню интенсивности поля, насыщающего инверсию в этих материалах, т. е. $(1 \dots 5) \cdot 10^5$ Вт/см² на длинах волн $(1,25 \dots 1,30) \cdot 10^{-6}$ м.

На рис. 2 приведены кривые, рассчитанные параметрически, которые для разных значений коэффициента нелинейной рефракции β иллюстрируют изменение величины корней (6) по мере нарастания уровня возбуждения κ . Следует отметить, что при значениях κ выше определенного уровня (известного как второй порог генерации) равновесные значения (4) являются неустойчивыми – кривые зависимости $\text{Re}\chi(\kappa)$ пересекают горизонтальную ось (рис. 2, a, c), действительная часть корней становится положительной. Тип точек равновесия (4) сменяется с устойчивого на неустойчивый фокус. Тогда фазовые траектории уходят из окрестности неустойчивых точек и приближаются к предельному циклу из-за неизбежного насыщения усиления.

Развертка осцилляторных решений (3) должна указывать на развитие нелинейных незатухающих во времени колебаний отклика среды и мощности излучения. Судя по зависимостям рис. 2 на фрагментах b, d кривые, характеризующие мнимую часть корней $\chi_{2,3}$, по мере увеличения уровня накачки преодолевают минимум, т. е. «релаксационная» частота подобной осцилляторной структуры решений линеаризованного аналога системы (3) с переходом в область неустойчивости на шкале уровня возбуждения κ начинает нарастать с его увеличением.

Расчет временной развертки излучения. Данные качественного анализа указывают область параметров и начальных условий для переменных, в которой можно искать решения (3), описывающие самоподдерживающиеся пульсации интенсивности светового поля. Поэтому далее в рамках численного расчета (3) было целесообразно проанализировать динамику нормированной мощности $U(t)$.

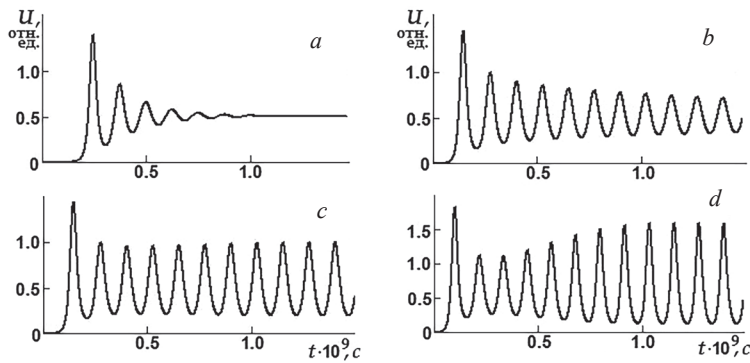


Рис. 3. Зависимости нормированной интенсивности от времени: $\beta = 0, \gamma = 0$ (a); $\beta = 0, \gamma = 2,5$ (b); $\beta = 0,02$ (c), $0,05$ (d), $\gamma = 2,5$; $\epsilon_0 = 2,5 \cdot 10^{-4}$; $\tau_{12} = 1 \cdot 10^3$

Fig. 3. Temporal dependences of the normalized intensity: $\beta = 0, \gamma = 0$ (a); $\beta = 0, \gamma = 2.5$ (b); $\beta = 0.02$ (c), 0.05 (d), $\gamma = 2.5$; $\epsilon_0 = 2.5 \cdot 10^{-4}$; $\tau_{12} = 1 \cdot 10^3$

Численное интегрирование системы (3) проводилось методом Рунге – Кутты для начальных условий, очевидно соответствующих инвертированному состоянию среды слоя: для усиления – $n(\tau = 0) = n_0, \kappa^{-1} < n_0 < 1$; для вероятности резонансной поляризованности – $\rho(\tau = 0) = 0$ (предполагалось, что поляризующее влияние вынужденного излучения первоначально отсутствует).

Результаты моделирования разверток мощности, приведенные на рис. 3, подтверждают, что причиной возникновения автоколебаний в схеме взаимодействия (3) является именно фазовая нелинейность отклика активного слоя. Обычный переходный режим со скорым «выходом» на стационарную мощность (рис. 3, a) в отсутствие этого фактора сменяется излучением серии выраженных пульсаций (рис. 3, b), если оказывается значимым диполь-дипольное взаимодействие. Влияние рефракционной нелинейности приводит к раскачке пульсаций и переходом к режиму с регулярной временной структурой (рис. 3, c, d).

Структуру можно считать релаксационной, поскольку ее динамические характеристики – период, скважность, амплитуда и контраст определяются только сочетанием параметров кинетической модели. Расчет проводился на наносекундной шкале времени; длительность импульсов, образующих регулярную релаксационную структуру, в основном, находится в пикосекундном диапазоне.

Типичные решения для автомодуляционного процесса представлены развертками $U(t)$, продемонстрированными на рис. 4. Структура излучения рассчитывалась для нескольких значений фактора κ (в порядке его нарастания), соответствующих точкам кривых 3 на фрагментах a и b рис. 2. В диапазоне параметров, соответствующем осцилляторным решениям (3), после небольшого ряда переходных выбросов высокочастотные пульсации интенсивности становятся регулярными (рис. 4, b, c, e–g). В последующее время развития процесса вынужденного излучения до прекращения действия накачки амплитуда осцилляций может стремиться к постоянному уровню примерно так, как это показано на рис. 4, b, c, а также на рис. 3, c, d.

Отметим далее, что при относительной слабости процесса нелинейной перестройки фазы (если для конечных значений β и γ не выполнено условие (7)) раскачки стационарного состояния не происходит. Соответствующие этому случаю решения (3) регулярную структуру в излучении не описывают – развертка интенсивности на рис. 4, a, d рассчитана для области устойчивости на шкале κ . То есть развития автомодуляционного процесса следует ожидать именно в условиях действительности резонансной фазовой нелинейности отклика квазикристалла в качестве усиливающего элемента. Поэтому было интересным в расчетах проследить появление и изменение субнано- и пикосекундной структуры по мере нарастания фактора возбуждения к именно в окрестности его уровня, отвечающего второму порогу генерации, при одновременном иллюстрировании фазовых портретов решений, развернутых в трехмерном пространстве (рис. 4, a'–g').

По мере увеличения фактора накачки к решения, которыми на рис. 4, a, d выражен процесс перехода к стационарному режиму, сменяются решениями в виде развивающейся серии периодических импульсов на рис. 4, b, c и 4, e–g. Различия в характере фазовых кривых (рис. 4, a', d') по отношению к вариантам фазового портрета решений на рис. 4, b', c' и 4, e'–g'. свидетельствуют именно о возможности нестационарного регулярного сценария в излучении. В первом случае особая точка – устойчивый фокус в трехмерном фазовом пространстве, во втором фокус неустойчив, и фазовые кривые, развертываясь с обязательным переходным этапом, устремляются к предельному циклу, также формируемому в трехмерном пространстве. Продолжительность

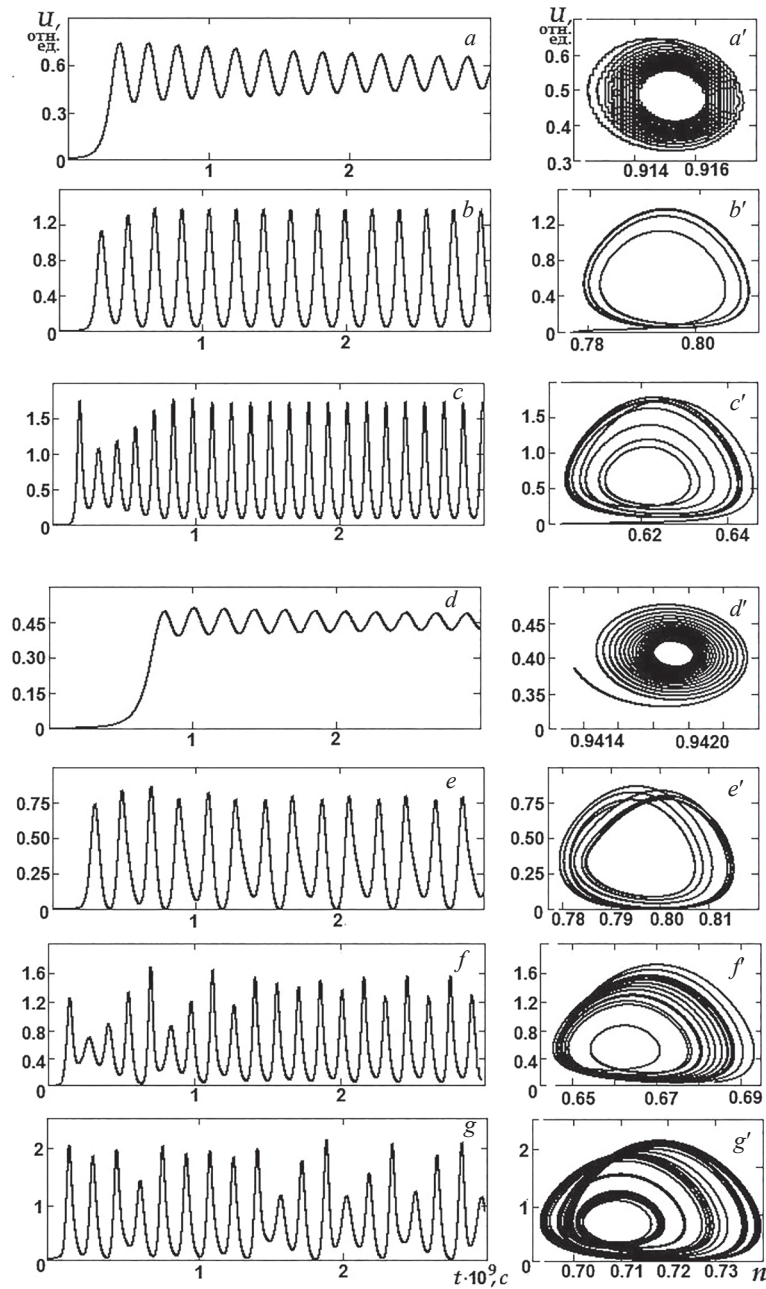


Рис. 4. Зависимости нормированной интенсивности от времени ($a-g$) и соответствующая форма фазовых кривых ($a'-g'$): $\kappa = 1,1$ (a, a'), $1,25$ (b, b'), $1,5$ (c, c'), $\gamma = 2,0$; $\kappa = 1,05$ (d, d'), $1,2$ (e, e'), $1,25$ (f, f'); $1,5$ (g, g'), $\gamma = 3,0$; $\beta = 0,04$, $e_i = 2,5 \cdot 10^{-4}$, $\tau_{12} = 1 \cdot 10^3$

Fig. 4. Temporal dependences of the normalized intensity ($a-g$) and the corresponding shape of the phase curves ($a'-g'$): $\kappa = 1.1$ (a, a'), 1.25 (b, b'), 1.5 (c, c'), $\gamma = 2.0$; $\kappa = 1.05$ (d, d'), 1.2 (e, e'), 1.25 (f, f'); 1.5 (g, g'), $\gamma = 3.0$; $\beta = 0.04$, $e_i = 2.5 \cdot 10^{-4}$, $\tau_{12} = 1 \cdot 10^3$

переходного режима в основном зависит от величины отношения времен релаксации τ_{12} и фактора κ . Частота и контраст регулярной субструктуры нелинейных релаксационных колебаний преимущественно зависят от уровня накачки κ . Влияние фактора диполь-дипольного взаимодействия, выражающегося в смещении резонансной частоты усиления, способно приводить к усложнению импульсной автомодуляционной картины, которая становится квазирегулярной. Особенно это заметно по разверткам на рис. 4, $e-g$. Периодично повторяющимися элементами структуры становятся группы пульсаций (рис. 4, f, g). Соответственно, в фазовом пространстве усложняется динамика формирования и профиль предельных циклов (рис. 4, $e'-g'$).

Заключение. На основе расчетов, таким образом, показано, что формирование серии регулярных контрастных импульсов с возможностью управления их параметрами может реализовываться в результате конкуренции процессов вынужденного излучения с процессами наведения и распада резонансной поляризации в условиях постоянной накачки. Решающим фактором внутренней неустойчивости в схеме взаимодействия выступает типичная для сред с относительно высокой плотностью активных центров фазовая нелинейность, приводящая к вынужденной обратимой релаксации поляризационного отклика, к смещению и вариациям резонансной частоты, связанным с релаксационным изменением энергетического состояния среды.

Лазерное устройство с суперкристаллом, образованным КТ, из-за потери когерентности осциллирующей поля и резонансного отклика среды может переходить к неустойчивому равновесному состоянию – к некоторому особому квазистационарному (нелинейно модулированному) состоянию. Физически это соответствует достижению режима автоколебаний (регулярных пульсаций) и означает возможность излучения светового сигнала с постоянной огибающей интенсивности. Причем характеристики релаксационной регулярной субструктуры (контраст, скважность или частота следования пульсаций) управляются изменением накачки с постоянным уровнем за время действия излучающего устройства. Это особо важно для возможности оптимизации действия лазеров пониженной размерности с активными средами на основе суперкристаллов, образованных квантовыми точками.

Следует также отметить, что на основе параметрического расчета выражений (3) для связи равновесных состояний модели несложно анализировать зависимости $n_s(\mathbf{e}_0^2)$ или $n_s(k)$, которые при определенных сочетаниях коэффициентов (3) могут быть бистабильными. Существование бистабильной связи характеристик стационарных состояний модели также является фактором ее внутренней неустойчивости. Результаты моделирования развертки высвечиваемого светового поля для области бистабильности и гистерезиса, как ожидается, аналогично [14, 15] должны раскрыть более разнообразную динамику картины излучения. Изучение динамических следствий этого рода нестабильности представляется, однако, предметом отдельной задачи.

В диапазоне ИК-частот до сих пор отмечается определенный недостаток электрооптических материалов, позволяющих применять традиционные методы модуляции уровня обратной связи и сокращения длительности лазерных импульсов. Поэтому в настоящее время исследование лазерной генерации интенсивно развивается применительно к технологиям формирования регулярной релаксационной последовательности коротких и сверхкоротких импульсов с управляемыми временными параметрами именно в этой спектральной области. Результаты приведенных в статье расчетов динамики излучения с учетом фазовой автомодуляции светового поля будут полезными для разработки методов получения серий коротких световых импульсов с относительно невысокой средней интенсивностью.

Список использованных источников

1. Quantum-dot supercrystals for future nanophotonics / A. S. Baimuratov [et al.] // *Sci. Rep.* – 2013. – Vol. 3. – Art. ID 1727. – P. 1–9. <https://doi.org/10.1038/srep01727>
2. Метаматериалы и метаповерхности / И. В. Семченко [и др.] // *Наука и инновации.* – 2020. – № 8 (210). – С. 23–27.
3. Quantum metasurfaces with atom arrays / R. Bekenstein [et al.] // *Nat. Phys.* – 2020. – Vol. 16. – P. 676–681. <https://doi.org/10.1038/s41567-020-0845-5>
4. Жуков, А. Е. Лазеры и микролазеры на основе квантовых точек / А. Е. Жуков. – СПб.: Политех-Пресс, 2019. – 42 с.
5. On-chip quantum optics with quantum dot microcavities / E. Stock [et al.] // *Adv. Mater.* – 2013. – Vol. 25, № 5. – P. 707–710. <https://doi.org/10.1002/adma.201202778>
6. 1.3 μm submilliamp threshold quantum dot micro-lasers on Si / Ya. Wan [et al.] // *Optica.* – 2017. – Vol. 4, № 8. – P. 940–944. <https://doi.org/10.1364/optica.4.000940>
7. Апанасевич, П. А. Основы теории взаимодействия света с веществом / П. А. Апанасевич. – Минск: Наука і тэхніка, 1977. – 496 с.
8. Гадомский, О. Н. Эффект ближнего поля в сверхтонкой пленке резонансных атомов / О. Н. Гадомский, С. В. Сухов // *Квантовая электроника.* – 1998. – Т. 25, № 6. – С. 529–534.
9. Рупасов, В. И. О граничных задачах в нелинейной оптике резонансных сред / В. И. Рупасов, В. И. Юдсон // *Квантовая электроника.* – 1982. – Т. 9, № 11. – С. 2179–2186.
10. Гадомский, О. Н. Эхо-спектроскопия поверхности / О. Н. Гадомский, Р. А. Власов. – Минск: Наука і тэхніка, 1990. – 216 с.

11. Тимошенко, Е. В. Резонансная модель регулярных режимов излучения лазеров на полупроводниковых кванторазмерных структурах / Е. В. Тимошенко, В. А. Юревич // Полупроводниковые лазеры и системы на их основе: сб. ст. 12-го Белорус.-Рос. семинара, Минск, 27–31 мая 2019 г. – Минск: Ковчег, 2019. – С. 137–140.
12. Garmire, E. Resonant optical nonlinearities in semiconductors / E. Garmire // IEEE J. Sel. Top. Quant. Electron. – 2000. – Vol. 6, № 6. – P. 1094–1110. <https://doi.org/10.1109/2944.902158>
13. Гетероструктуры с квантовыми точками: получение, свойства, лазеры / Н. Н. Леденцов [и др.] // ФТП. – 1998. – Т. 32, № 4. – С. 385–410.
14. Nonlinear optical dynamics of a 2D semiconductor quantum dot super-crystal: Emerging multistability, self-oscillations and chaos / V. A. Malyshev [et al.] // J. Phys.: Conf. Ser. – 2018. – Vol. 1220. – P. 012006–1-4. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1220/1/012006>
15. Nonlinear optical response of a two-dimensional quantum-dot supercrystal: Emerging multistability, periodic and aperiodic self-oscillations, chaos, and transient chaos / I. V. Ryzhov [et. al.] // Phys. Rev. A. – 2019. – Vol. 100, № 3. – P. 033820–1-15. <https://doi.org/10.1103/physreva.100.033820>

References

1. Baimuratov A. S., Rukhlenko I. D., Turkov V. K., Baranov A. V., Fedorov A. V. Quantum-dot supercrystals for future nanophotonics. *Scientific Reports*, 2013, no. 3, art. ID 1727, pp. 1–9. <https://doi.org/10.1038/srep01727>
2. Semchenko I. V. [et al.] Metamaterials and metasurfaces. *Nauka i innovatsii = Science and Innovation*, 2020, no. 8 (210), pp. 23–27 (in Russian).
3. Bekenstein R., Pikovski I., Pichler H., Shahmoon E., Yelin S. F., Lukin M. D. Quantum metasurfaces with atom arrays. *Nature Physics*, 2020, vol. 16, pp. 676–681. <https://doi.org/10.1038/s41567-020-0845-5>
4. Zhukov A. E. *Lasers and Microlasers Based on Quantum Dots*. Saint Petersburg, Politekh-Press Publ., 2019. 42 p. (in Russian).
5. Stock E., Albert F., Hopfmann C., Lermer M., Schneider C., Höfling S., Forchel A., Kamp M., Reitzenstein S. On-chip quantum optics with quantum dot microcavities. *Advanced Materials*, 2013, vol. 25, no. 5, pp. 707–710. <https://doi.org/10.1002/adma.201202778>
6. Wan Ya., Norman J., Li Q., Kennedy M. J., Liang D., Zhang Ch., Huang D. [et al.]. 1.3 μm submilliamp threshold quantum dot micro-lasers on Si. *Optica*, 2017, vol. 4, no. 8, pp. 940–944. <https://doi.org/10.1364/optica.4.000940>
7. Apanasevich P. A. *Fundamentals of the Theory of Interaction of Light with Matter*. Minsk, Havuka i tekhnika Publ., 1977. 496 p. (in Russian).
8. Gadomskii O. N., Sukhov S. V. Near-field effect in an ultrathin nonlinear film of resonant atoms. *Quantum Electronics*, 1998, vol. 28, no. 6, pp. 514. <https://doi.org/10.1070/qe1998v028n06abeh001261>
9. Rupasov V. I., Yudson V. I. Boundary-value problems in nonlinear optics of resonant media. *Soviet Journal of Quantum Electronics*, 1982, vol. 12, no. 11, pp. 1415. <https://doi.org/10.1070/qe1982v012n11abeh006090>
10. Gadomskii O. N., Vlasov R. A. *Surface Echo Spectroscopy*. Minsk, Navuka i tekhnika Publ., 1990. 216 p. (in Russian).
11. Timoshchenko E. V., Yurevich V. A. Resonance model of regular radiation regimes of lasers based on semiconductor quantum-size structures. *Poluprovodnikovye lazery i sistemy na ikh osnove: sbornik statei 12-go Belorussko-Rossiiskii seminar, Minsk, 27–31 maya 2019 goda* [Semiconductor Lasers and Systems Based on Them. Collection of articles of the 12th Belarusian-Russian seminar, Minsk, May 27–31, 2019]. Minsk, Kovcheg Publ., 2019, pp. 137–140 (in Russian).
12. Garmire E. Resonant optical nonlinearities in semiconductors. *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*, 2000, vol. 6, no. 6, pp. 1094–1110. <https://doi.org/10.1109/2944.902158>
13. Ledentsov N. N., Ustinov V. M., Shchukin V. A., Kop'ev P. S., Alferov Zh. I., Bimberg D. Quantum dot heterostructures: fabrication, properties, lasers. *Semiconductors*, 1998, vol. 32, pp. 343–365. <https://doi.org/10.1134/1.1187396>
14. Malyshev V. A., Zapatero P. A., Malyshev A. V., Malikov R. F., Ryzhov I. V. Nonlinear optical dynamics of a 2D semiconductor quantum dot super-crystal: Emerging multistability, self-oscillations and chaos. *Journal of Physics: Conference Series*, 2018, vol. 1220, pp. 012006. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1220/1/012006>
15. Ryzhov I. V., Malikov R. F., Malyshev A. V., Malyshev V. A. Nonlinear optical response of a two-dimensional quantum-dot supercrystal: Emerging multistability, periodic and aperiodic self-oscillations, chaos, and transient chaos. *Physical Review A*, 2019, vol. 100, no. 3, pp. 033820. <https://doi.org/10.1103/physreva.100.033820>

Информация об авторах

Тимошенко Елена Валерьевна – кандидат физико-математических наук, доцент, заведующий кафедрой физики и компьютерных технологий, Могилевский государственный университет имени А. А. Кулешова (ул. Космонавтов, 1, 212022, Могилев, Республика Беларусь). E-mail: timoshchenko@msu.by. <https://orcid.org/0000-0003-1373-5113>

Юревич Владимир Антонович – доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры физики и компьютерных технологий, Могилевский государственный университет имени А. А. Кулешова (ул. Космонавтов, 1, 212022, Могилев, Республика Беларусь). E-mail: va_yurevich@mail.ru

Information about the authors

Elena V. Timoshchenko – Ph. D. (Physics and Mathematics), Associate Professor, Head of the Department of Physics and Computer Technologies, Mogilev State A. Kuleshov University (1, Kosmonavtov Str., 212022, Mogilev, Republic of Belarus). E-mail: timoshchenko@msu.by. <https://orcid.org/0000-0003-1373-5113>

Vladimir A. Yurevich – Dr. Sc. (Physics and Mathematics), Professor. Professor of the Department of Physics and Computer Technologies, Mogilev State A. Kuleshov University (1, Kosmonavtov Str., 212022, Mogilev, Republic of Belarus). E-mail: va_yurevich@mail.ru