

ISSN 1561-2430 (Print)
ISSN 2524-2415 (Online)

МАТЕМАТИКА

MATHEMATICS

УДК 517.5
<https://doi.org/10.29235/1561-2430-2026-62-2-95-101>

Поступила в редакцию 09.02.2026
Received 09.02.2026

Е. А. Ровба, А. В. Трусило

Гродненский государственный университет имени Янки Купалы, Гродно, Республика Беларусь

ОЦЕНКА КОНСТАНТЫ ЛЕБЕГА ИНТЕРПОЛЯЦИОННЫХ РАЦИОНАЛЬНЫХ ПРОЦЕССОВ СО СПЕЦИАЛЬНЫМИ УЗЛАМИ

Аннотация. Ряды Фурье и интерполяционные процессы обладают важным свойством – скоростью их сходимости можно оценить сверху, если знать оценки наилучших приближений и констант Лебега. Константы Лебега в полиномиальном случае глубоко исследованы. Для рациональных рядов Фурье были оценены Г. С. Кочаряном (1958 г.), а для интерполяционных рациональных процессов изучались, начиная с работ В. Н. Русака (1962 г.). Однако всякий раз оценки находились при довольно жестких ограничениях на полюсы. В данной работе получены оценки констант Лебега интерполяционных рациональных тригонометрических процессов при условиях полноты соответствующей системы рациональных функций.

Ключевые слова: интерполяционный рациональный процесс, тригонометрические рациональные функции, функция и константа Лебега, полнота системы функций, равномерное приближение, модуль непрерывности

Для цитирования. Ровба, Е. А. Оценка константы Лебега интерполяционных рациональных процессов со специальными узлами / Е. А. Ровба, А. В. Трусило // Весті Нацыянальнай акадэміі навук Беларусі. Серыя фізіка-матэматычных навук. – 2026. – Т. 62, № 2. – С. 95–101. <https://doi.org/10.29235/1561-2430-2026-62-2-95-101>

Yauheni A. Rouba, Anzhalika V. Trusila

Yanka Kupala State University of Grodno, Grodno, Republic of Belarus

ESTIMATION OF THE LEBESGUE CONSTANT OF INTERPOLATED RATIONAL PROCESSES WITH SPECIAL NODES

Abstract. Fourier series and interpolation processes possess an important property: their rate of convergence can be upper-bounded if the estimates of the best approximations and Lebesgue constants are known. Lebesgue constants in the polynomial case have been extensively studied. For rational Fourier series, they were estimated by G. S. Kocharyan (1958), and for rational interpolation processes, they have been studied since the works of V. N. Rusak (1962). However, in each case, the estimates were obtained under rather strict restrictions on the poles. In this work, the estimates of Lebesgue constants of interpolating rational trigonometric processes are obtained under conditions of completeness of the corresponding system of rational functions.

Keywords: interpolation rational process, trigonometric rational functions, Lebesgue function and constant, completeness of a system of functions, uniform approximation, modulus of continuity

For citation. Rouba Y. A., Trusila A. V. Estimation of the Lebesgue constant of interpolated rational processes with special nodes. *Vestsi Natsyional'nei akademii navuk Belarusi. Seryya fizika-matematychnykh navuk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physics and Mathematics series*, 2026, vol. 62, no. 2, pp. 95–101 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1561-2430-2026-62-2-95-101>

Введение. Важной характеристикой сходимости рядов Фурье и интерполяционных процессов являются функции и константы Лебега. Они выступали объектом исследования многих математиков и в полиномиальном случае хорошо изучены [1–3]. В случае рациональных функций сложилась иная ситуация. Для рациональных рядов Фурье константа Лебега была оценена в работе Г. С. Кочаряна [4], однако в случае интерполирования рациональными функциями анало-

гичную задачу решить в полной мере не удавалось. Имеется значительное число исследований, посвященных этой проблеме (напр., [5–9]). При этом следует особо отметить недавнюю статью С. Калмыкова, А. Лукашова [10], где получена оценка константы Лебега в алгебраическом случае при весьма общих условиях на полюсы. В данной работе решается задача оценки константы Лебега интерполяционных рациональных тригонометрических процессов Лагранжа со специальными узлами при условиях полноты соответствующей системы рациональных функций.

Оценка константы Лебега. Пусть $\alpha_k, k = 1, 2, \dots, n$, – некоторые комплексные числа, $|\alpha_k| < 1, k = 1, 2, \dots, n$.

Введем следующие функции:

$$S_n(x) = \sin \varphi_n(x), \quad x \in \mathbb{R}, \quad n \in \mathbb{N},$$

где

$$\varphi_n(x) = \int_0^x \left(\frac{1}{2} + \lambda_n(u) \right) du, \quad x \in \mathbb{R},$$

$$\lambda_n(u) = \sum_{k=1}^n \frac{1 - |\alpha_k|^2}{1 - 2|\alpha_k| \cos(u - \theta_k) + |\alpha_k|^2}, \quad \theta_k = \arg \alpha_k, \quad k = 1, 2, \dots, n.$$

Известно [11], что функция $S_n(x)$ на промежутке $[0; 2\pi)$ имеет ровно $2n + 1$ нулей. Обозначим их через $x_k, k = 0, 1, \dots, 2n$, так, что

$$0 = x_0 < x_1 < x_2 < \dots < x_{2n} < 2\pi.$$

Теперь рассмотрим интерполяционную рациональную функцию

$$L_n(x) = \sum_{k=0}^{2n} f(x_k) l_k(x), \quad x \in \mathbb{R},$$

где $f(x)$ – произвольная периодическая функция, определенная на $[0; 2\pi)$,

$$l_k(x) = \frac{(-1)^k S_n(x)}{\sin \frac{x - x_k}{2} (1 + 2\lambda_n(x_k))}, \quad k = 0, 1, \dots, 2n,$$

и ее функцию Лебега

$$\Lambda_n(x) = \sum_{k=0}^{2n} |l_k(x)|, \quad x \in \mathbb{R},$$

где

$$\Lambda_n = \|\Lambda_n(x)\|_{C_{2\pi}} \quad (1)$$

– константа Лебега.

В дальнейшем будем полагать, что выполнено условие

$$\sum_{k=1}^n (1 - |\alpha_k|) \rightarrow \infty, \quad n \rightarrow \infty. \quad (2)$$

Следующая лемма устанавливает двухстороннюю оценку для расстояний между соседними узлами интерполирования.

Лемма 1. *Справедливы неравенства*

$$\left(\frac{1}{2} + \sum_{k=1}^n \frac{1 + |\alpha_k|}{1 - |\alpha_k|} \right)^{-1} \leq \frac{x_{m+1} - x_m}{\pi} \leq \left(\frac{1}{2} + \sum_{k=1}^n \frac{1 - |\alpha_k|}{1 + |\alpha_k|} \right)^{-1}, \quad m = 0, 1, \dots, 2n - 1.$$

Доказательство. Так как $\varphi_n(x_m) = m\pi, m = 0, 1, \dots, 2n$, то

$$\varphi_n(x_{m+1}) - \varphi_n(x_m) = \pi,$$

$$x_{m+1} - x_m = \frac{\pi}{\frac{1}{2} + \lambda_n(\theta)}, \quad \theta \in (x_m, x_{m+1}). \quad (3)$$

Учитывая, что

$$\sum_{k=1}^n \frac{1 - |\alpha_k|}{1 + |\alpha_k|} \leq \lambda_n(\theta) \leq \sum_{k=1}^n \frac{1 + |\alpha_k|}{1 - |\alpha_k|},$$

из равенства (3) следуют необходимые неравенства. Лемма 1 доказана.

Л е м м а 2. Пусть $x \in [x_{m-1}, x_{m+1}]$, $m = 1, 2, \dots, 2n-1$. и выполняется условие (2). Тогда справедливо неравенство

$$\frac{\lambda_n(x)}{\lambda_n(x_m)} \leq 2, \quad n \geq n_0,$$

где номер n_0 не зависит от n и x .

Доказательство. Пусть $x \in [x_{m-1}, x_{m+1}]$, $m = 1, 2, \dots, 2n-1$. Рассмотрим отношение

$$\frac{\lambda_n(x)}{\lambda_n(x_m)}.$$

Будем иметь

$$\frac{\lambda_n(x)}{\lambda_n(x_m)} = 1 + \frac{\lambda_n(x) - \lambda_n(x_m)}{\lambda_n(x_m)}, \quad (4)$$

$$\lambda_n(x) - \lambda_n(x_m) = 2 \sum_{k=1}^n \frac{(1 - |\alpha_k|^2) |\alpha_k| (\cos(x - \theta_k) - \cos(x_m - \theta_k))}{(1 - 2|\alpha_k| \cos(x - \theta_k) + |\alpha_k|^2)(1 - 2|\alpha_k| \cos(x_m - \theta_k) + |\alpha_k|^2)}. \quad (5)$$

Покажем, что величины

$$A_k = \frac{|\alpha_k| |\cos(x - \theta_k) - \cos(x_m - \theta_k)|}{1 - 2|\alpha_k| \cos(x - \theta_k) + |\alpha_k|^2} = \frac{|\alpha_k| |\cos(x - \theta_k) - \cos(x_m - \theta_k)|}{(1 - |\alpha_k|)^2 + 2|\alpha_k| (1 - \cos(x - \theta_k))}, \quad k = 1, 2, \dots, n,$$

ограничены. Действительно, если числа $\cos(x - \theta_k)$ и $\cos(x_m - \theta_k)$ одного знака, то, очевидно,

$$|\cos(x - \theta_k) - \cos(x_m - \theta_k)| \leq 1 - \cos(x - \theta_k)$$

и, следовательно, $A_k \leq \frac{1}{2}$.

Если же числа $\cos(x - \theta_k)$ и $\cos(x_m - \theta_k)$ имеют разные знаки, то, с одной стороны,

$$|\cos(x - \theta_k) - \cos(x_m - \theta_k)| \leq \frac{1}{2},$$

а с другой –

$$1 - \cos(x - \theta_k) \geq \frac{1}{2}, \quad n \geq n_0,$$

и $A_k \leq \frac{1}{2}$. Таким образом, во всех случаях $A_k \leq \frac{1}{2}$, $k = 1, 2, \dots, n$. Тогда (см. равенство (5))

$$|\lambda_n(x) - \lambda_n(x_m)| \leq \lambda_n(x_m).$$

А значит, из (4) имеем, что

$$\frac{\lambda_n(x)}{\lambda_n(x_m)} \leq 2, \quad x \in [x_{m-1}, x_{m+1}].$$

Леммы 2 доказана.

Теорема 1. Для константы Лебега (1) при условии (2) существует такой номер n_0 , что при $n \geq n_0$ справедливы неравенства

$$\Lambda_n \leq 12\pi + 4 \ln \left(1 + 2 \sum_{k=1}^n \frac{1 + |\alpha_k|}{1 - |\alpha_k|} \right). \quad (6)$$

Доказательство. Будем следовать схеме доказательства подобных результатов (см. [12; 13]). Пусть $x \in (x_m, x_{m+1})$, не ограничивая общности полагаем, что $1 \leq m \leq 2n - 2$. Тогда представим функцию $\Lambda_n(x)$ в виде

$$\Lambda_n(x) = \sum_{k=0}^{m-2} |l_k(x)| + |l_{m-1}(x)| + |l_m(x)| + |l_{m+1}(x)| + |l_{m+2}(x)| + \sum_{k=m+3}^{2n} |l_k(x)|. \quad (7)$$

Оценим, например, $|l_m(x)|$:

$$|l_m(x)| = \frac{|\sin \varphi_n(x)|}{(1 + 2\lambda_n(x_m)) \sin \frac{x - x_m}{2}} \leq \frac{\pi \left(\frac{1}{2} + \lambda_n(\theta) \right)}{1 + 2\lambda_n(x_m)}, \quad \theta \in (x_m, x).$$

На основании леммы 2 получим, что

$$|l_m(x)| \leq 2\pi. \quad (8)$$

Теперь оценим $|l_{m-1}(x)|$:

$$|l_{m-1}(x)| \leq \frac{\pi \left(\frac{1}{2} + \lambda_n(\theta) \right)}{1 + 2\lambda_n(x_{m-1})}, \quad \theta \in (x_{m-1}, x) \subset (x_{m-1}, x_{m+1}).$$

Здесь следует различать 2 случая:

а) $\theta \in (x_{m-1}, x_m)$;

б) $\theta \in (x_m, x_{m+1})$.

В случае а) справедлива оценка (8). В случае б) поступаем так:

$$|l_{m-1}(x)| \leq \frac{\lambda_n(x_m)}{1 + 2\lambda_n(x_{m-1})} \cdot \frac{\pi \left(\frac{1}{2} + \lambda_n(\theta) \right)}{\lambda_n(x_m)} \leq 4\pi. \quad (9)$$

Здесь мы применим лемму 2 и рассуждения, как при получении неравенства (9). Аналогично показываем, что

$$|l_{m+1}(x)| < 4\pi, \quad |l_{m+2}(x)| \leq 2\pi.$$

Осталось оценить две суммы в равенстве (7). Возьмем, например, сумму

$$S_1 = \sum_{k=0}^{m-2} |l_k(x)|, \quad m - 2 > 0.$$

В этом случае имеем

$$S_1 \leq \sum_{k=0}^{m-2} \frac{1}{(1 + 2\lambda_n(x_k)) \sin \frac{x - x_k}{2}} \leq \pi \sum_{k=0}^{m-2} \frac{x_{k+1} - x_k}{(1 + 2\lambda_n(x_k))(x - x_k)(x_{k+1} - x_k)}.$$

Воспользовавшись равенством (3) и леммой 2, получим

$$\frac{1}{(1+2\lambda_n(x_k))(x_{k+1}-x_k)} = \frac{\frac{1}{2} + \lambda_n(\theta)}{\pi(1+2\lambda_n(x_k))} \leq \frac{2}{\pi}, \quad \theta \in (x_k, x_{k+1}).$$

Следовательно, для суммы S_1 имеем оценку

$$S_1 \leq 2 \sum_{k=0}^{m-2} \frac{x_{k+1} - x_k}{x - x_k} < 2 \int_{x_1}^{x_{m-1}} \frac{dx}{x - x_m} = 2 \left| \ln(x - x_m) \right|_{x_1}^{x_{m-1}} = 2 \ln \frac{x_m - x_1}{x_m - x_{m-1}}.$$

Применим лемму 1 и получим

$$S_1 \leq 2 \ln \left(1 + 2 \sum_{k=1}^n \frac{1 + |\alpha_k|}{1 - |\alpha_k|} \right).$$

Такая же оценка справедлива и для суммы S_2 :

$$S_2 = \sum_{k=m+3}^{2n} |l_k(x)|.$$

Если воспользоваться оценками для сумм S_1 и S_2 и оценками для $|l_k(x)|$, то на основании равенства (7) получим неравенство (6). Теорема 1 доказана.

Равномерное приближение непрерывных периодических функций посредством интерполяционных рациональных тригонометрических функций Лагранжа. Применим найденное в теореме 1 соотношение для константы Лебега и результаты А. А. Пекарского [14] для получения оценки равномерных рациональных приближений периодических функций.

Пусть $C(T)$ – пространство непрерывных действительных функций на окружности $T = \{z : |z| = 1\}$, а $\mathbb{R}_n$ – множество действительных на единичной окружности T тригонометрических рациональных функций. Далее полагаем, что $R_n = R_n(f, C(T))$ – наилучшее равномерное приближение посредством множества $\mathbb{R}_n$, т. е.

$$R_n = R_n(f, C(T)) = \inf \{ \|f - r\| : r \in \mathbb{R}_n \}.$$

Модуль непрерывности функции $f \in C(T)$ определяем следующим образом:

$$\omega(\delta) = \omega(\delta, f) = \max \left\{ |f(e^{t_1}) - f(e^{t_2})| : t_1, t_2 \in \mathbb{R}, |t_1 - t_2| < \delta \right\}, \quad \delta > 0. \quad (10)$$

Пусть A_n – набор точек, удовлетворяющий следующим условиям:

$$A_n = \left(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n, \frac{1}{\alpha_1}, \frac{1}{\alpha_2}, \dots, \frac{1}{\alpha_n} \right), \quad |\alpha_k| < 1, \quad k = 1, 2, \dots, n,$$

$L_n(x, f, A_n)$ – интерполяционная тригонометрическая рациональная функция Лагранжа (см. (9)) с полюсами A_n для функции f , $f \in C(T)$. На основании леммы 4 из [11] о точности интерполяционной рациональной функции легко получить неравенство Лебега

$$\|f(\cdot) - L_n(\cdot, f, A_n)\| \leq (1 + \Lambda_n(A_n)) E_n(f, A_n), \quad (11)$$

где $E_n(f, A_n) = \inf \{ \|f - r\| : r \in \mathbb{R}_n(A_n) \}$ – наилучшее равномерное приближение посредством рациональных тригонометрических функций с полюсами в точках A_n .

Теорема 2. Пусть $f \in C(T)$ и выполняется условие (2) для A_n . Тогда существует такой набор точек A_n^* , что

$$\|f(\cdot) - L_n(\cdot, f, A_n^*)\| \leq 12 R_n \ln \frac{3}{\omega^{-1}\left(\frac{R_n}{3}\right)}, \quad n \geq n_0,$$

где $\omega^{-1}(y)$ – функция, обратная к модулю непрерывности (см. (10)), т. е.

$$\omega^{-1}(y) = \min \{ \delta \geq 0 : \omega(\delta) = y \}.$$

Здесь y берется из области значений функции $\delta \rightarrow \omega(\delta)$.

Доказательство теоремы проводится так же, как в [14], на основании неравенства Лебега (11), оценки константы Лебега из теоремы 1.

Заключение. Решена задача оценки константы Лебега интерполяционных рациональных тригонометрических процессов Лагранжа со специальными узлами при условии полноты соответствующей системы рациональных функций. Основным результатом является теорема 1, устанавливающая логарифмический порядок роста константы Лебега относительно числа узлов интерполяции, что согласуется с классическими результатами для полиномиальных процессов. Доказательство опирается на две леммы, позволяющие контролировать поведение базисных функций интерполяционного процесса и применять адаптированную к рациональному случаю схему оценивания. Оценка константы Лебега получена при условии полноты соответствующей системы рациональных функций. В качестве приложения основного результата установлена теорема типа Джексона для равномерного приближения непрерывных периодических функций, связывающая погрешность интерполяции с модулем непрерывности аппроксимируемой функции.

Список использованных источников

1. Дзядык, В. К. Введение в теорию равномерного приближения функций полиномами / В. К. Дзядык. – М.: Наука, 1977. – 511 с.
2. Привалов, А. А. Теория интерполирования функций: в 2 т. / А. А. Привалов. – Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 1990. – 2 т.
3. Cheney, E. W. A Note on Some Lebesgue Constants / E. W. Cheney, T. J. Rivlin // *Rocky Mountain Journal of Mathematics*. – 1976. – Vol. 6, № 3. – P. 435–440. <https://doi.org/10.1216/rmj-1976-6-3-435>
4. Кочарян, Г. С. О приближении рациональными функциями в комплексной области / Г. С. Кочарян // *Известия Академии наук Армянской ССР. Физико-математические науки*. – 1975. – № 4. – С. 53–77.
5. Русак, В. Н. Об интерполировании рациональными функциями с фиксированными полюсами / В. Н. Русак // *Доклады Академии наук БССР*. – 1962. – Т. 4, № 9. – С. 548–550.
6. Русак, В. Н. О рациональном приближении на всей вещественной оси / В. Н. Русак // *Весці Акадэміі навук БССР. Серыя фізіка-тэхнічных навук*. – 1964. – № 4. – С. 23–29.
7. Старовойтов, А. П. О рациональной интерполяции с фиксированными полюсами / А. П. Старовойтов // *Весці Акадэміі навук БССР. Серыя фізіка-матэматычных навук*. – 1983. – № 6. – С. 105–106.
8. Ровба, Е. А. О константе Лебега интерполяционных рациональных процессов Лагранжа по узлам Чебышева – Маркова / Е. А. Ровба, Е. В. Дирвук // *Весці Нацыянальнай акадэміі навук Беларусі. Серыя фізіка-матэматычных навук*. – 2015. – № 4. – С. 25–31.
9. Ровба, Е. А. О константе Лебега интерполяционного рационального процесса с узлами Чебышева – Маркова / Е. А. Ровба, К. А. Смотрицкий, Е. В. Дирвук // *Журнал Белорусского государственного университета. Математика. Информатика*. – 2018. – № 3. – С. 12–20.
10. Kalmykov, S. Estimates of Lebesgue constants for Lagrange interpolation processes by rational functions under mild restrictions to their fixed poles / S. Kalmykova, A. Lukashov // *Journal of Approximation Theory*. – 2023. – Vol. 291. – Art. ID 105909. <https://doi.org/10.1016/j.jat.2023.105909>
11. Ровба, Е. А. О тригонометрическом рациональном интерполировании / Е. А. Ровба, А. В. Трусило // *Веснік Гродзенскага дзяржаўнага ўніверсітэта імя Янкі Купалы. Серыя 2, Матэматыка. Фізіка. Інфарматыка, вылічальная тэхніка і кіраванне*. – 2026. – Т. 16, № 1. – С. 6–15.
12. Натансон, И. П. Конструктивная теория функций / И. П. Натансон. – М.: Гостехтеоретиздат, 1949. – 688 с.
13. Суетин, П. К. Классические ортогональные многочлены / П. К. Суетин. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Наука, 2005. – 480 с.
14. Пекарский, А. А. Наилучшие равномерные рациональные приближения функций посредством ортопроекций / А. А. Пекарский // *Математические заметки*. – 2004. – Т. 76, № 2. – С. 216–225. <https://doi.org/10.4213/mzm101>

References

1. Dzyadyk V. K. *Introduction to the Theory of Uniform Approximation of Functions by Polynomials*. Moscow, Nauka Publ., 1977. 511 p. (in Russian).
2. Privalov A. A. *Theory of Function Interpolation*. 2 vol. Saratov, Saratov University Publishing House, 1990. (in Russian).
3. Cheney E. W., Rivlin T. J. A Note on Some Lebesgue Constants. *Rocky Mountain Journal of Mathematics*, 1976, vol. 6, no. 3, pp. 435–440. <https://doi.org/10.1216/rmj-1976-6-3-435>

4. Kocharyan G. S. On approximation by rational functions in the complex domain. *Izvestiya Akademii nauk Armyanskoi SSR. Fiziko-matematicheskie nauki* [Proceedings of the Academy of Sciences of the Armenian SSR. Physical and Mathematical Sciences], 1975, no. 4, pp. 53–77 (in Russian).
5. Rusak V. N. On interpolation by rational functions with fixed poles. *Doklady Akademii nauk BSSR* [Doklady of the Academy of Sciences of BSSR], 1962, vol. 4, no. 9, pp. 548–550 (in Russian).
6. Rusak V. N. On rational approximation on the entire real axis. *Vestsi Akademii navuk BSSR. Seryya fizika-tekhnychnykh navuk* [Proceedings of the Academy of Sciences of BSSR. Physical-Technical series], 1964, no. 4, pp. 23–29 (in Russian).
7. Starovoitov A. P. On rational interpolation with fixed poles. *Vestsi Akademii navuk BSSR. Seryya fizika-matematichnykh navuk = Proceedings of the Academy of Sciences of BSSR. Physics and Mathematics series*, 1983, no. 6, pp. 105–106 (in Russian).
8. Rovba E. A., Dirvuk E. V. Estimation on the Lebesgue constant for the rational Lagrange interpolation processes through the Chebyshev – Markov nodes. *Vestsi Natsyynal'nai akademii navuk Belarusi. Seryya fizika-matematichnykh navuk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physics and Mathematics series*, 2015, no. 4, pp. 25–31 (in Russian).
9. Rovba E. A., Smotriskii K. A., Dirvuk E. V. On a Lebesgue constant of interpolation rational process at the Chebyshev – Markov nodes. *Zhurnal Belorusskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika. Informatika = Journal of the Belarusian State University. Mathematics and Informatics*, 2018, no. 3, pp. 12–20 (in Russian).
10. Kalmykov S., Lukashov A. Estimates of Lebesgue constants for Lagrange interpolation processes by rational functions under mild restrictions to their fixed poles. *Journal of Approximation Theory*, 2023, vol. 291, art. ID 105909. <https://doi.org/10.1016/j.jat.2023.105909>
11. Rovba E. A., Trusilo A. V. On trigonometric rational interpolation. *Vesnik Grodzenskaga dzyarzhavnaga universiteta imya Yanki Kupaly. Seryya 2, Matematyka. Fizika. Infarmatyka, Vylichal'naya tekhnika i kiravanne = Vesnik of Yanka Kupala State University of Grodno. Series 2, Mathematics. Physics. Informatics, Computer Technology and Control*, 2026, vol. 16, no. 1, pp. 6–15 (in Russian).
12. Natanson I. P. *Constructive Theory of Functions*. Moscow, Gostekhteorizdat Publ., 1949. 688 p. (in Russian).
13. Suetin P. K. *Classical Orthogonal Polynomials*. 3rd ed. Moscow, Nauka Publ., 2005, 480 p. (in Russian).
14. Pekarskii A. A. Best uniform rational approximations of functions by orthoprojections. *Mathematical Notes*, 2004, vol. 76, no. 2, pp. 216–225. <https://doi.org/10.1023/b:matn.0000036758.61603.90>

Информация об авторах

Ровба Евгений Алексеевич – доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры фундаментальной и прикладной математики, Гродненский государственный университет имени Янки Купалы (ул. Ожешко, 22, 230023, Гродно, Республика Беларусь). E-mail: rovba@grsu.by. <https://orcid.org/0000-0002-1265-1965>

Трусило Анжелика Викторовна – магистрант кафедры математического анализа, дифференциальных уравнений и алгебры, Гродненский государственный университет имени Янки Купалы (ул. Ожешко, 22, 230023, Гродно, Республика Беларусь). E-mail: anzhelika.trusilo@gmail.com

Information about the authors

Yauheni A. Rouba – Dr. Sc. (Physics and Mathematics), Professor, Professor of the Department of Fundamental and Applied Mathematics, Yanka Kupala State University of Grodno (22, Ozheshko Str., 230023, Grodno, Republic of Belarus). E-mail: rovba.ea@gmail.com. <https://orcid.org/0000-0002-1265-1965>

Anzhalika V. Trusila – Master Student of the Department of Mathematical Analysis, Differential Equations and Algebra, Yanka Kupala State University of Grodno (22, Ozheshko Str., 230023, Grodno, Republic of Belarus). E-mail: anzhelika.trusilo@gmail.com