

ISSN 1561-2430 (Print)
 ISSN 2524-2415 (Online)
 УДК 539.12
<https://doi.org/10.29235/1561-2430-2019-55-3-325-337>

Поступила в редакцию 27.05.2019
 Received 27.05.2019

В. Ю. Гавриш¹, В. В. Андреев²

¹*Гомельский государственный технический университет им. П. О. Сухого, Гомель, Беларусь*

²*Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины, Гомель, Беларусь*

РАСПАДЫ ЛЕГКИХ МЕЗОНОВ В РЕЛЯТИВИСТСКОЙ КВАРКОВОЙ МОДЕЛИ

Аннотация. В рамках релятивистской кварковой модели, основанной на точечной форме пуанкаре-инвариантной квантовой механики, проведена процедура фиксации параметров на основе использования интегральных представлений констант лептонных распадов псевдоскалярных и векторных мезонов, содержащих u -, d - и s -кварки. В результате численных расчетов с применением осцилляторной волновой функции получены базовые параметры модели с использованием константы псевдоскалярной плотности и токовых масс кварков. Анализ показал, что результаты вычислений в рамках полученной модели и экспериментальные данные по лептонным распадам адронов хорошо согласуются друг с другом. Как результат, методика расчета обобщена на случай адронных переходов с испусканием γ -кванта и последующим расчетом интегральных представлений констант радиационных распадов псевдоскалярных и векторных мезонов. Полученные значения аномальных магнитных моментов сопоставлены с барионными данными. В качестве проверки модели авторами исследовано поведение форм-факторов радиационных распадов векторных мезонов с последующим сопоставлением с современными экспериментальными данными в диапазоне $q < 0,5$ ГэВ, где резонансные эффекты незначительны. В результате получено самосогласованное описание лептонных и радиационных переходов в рамках предложенной авторами модели.

Ключевые слова: пуанкаре-инвариантная квантовая механика, точечная форма динамики, кварк, мезон, магнитный момент, радиационный распад, форм-фактор, анализ экспериментальных данных

Для цитирования. Гавриш, В. Ю. Распады легких мезонов в релятивистской кварковой модели / В. Ю. Гавриш, В. В. Андреев // Вест. Нац. акад. наук Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. – 2019. – Т. 55, № 3. – С. 325–337. <https://doi.org/10.29235/1561-2430-2019-55-3-325-337>

V. Yu. Haurysh¹, V. V. Andreev²

¹*Sukhoi State Technical University of Gomel, Gomel, Belarus*

²*Francisk Skorina Gomel State University, Gomel, Belarus*

DECAYS OF LIGHT MESONS IN THE RELATIVISTIC QUARK MODEL

Abstract. In the framework of the relativistic quark model based on the point form of the Poincaré-invariant quantum mechanics, the parameters were fixed using the integral representations of the lepton decay constants of pseudoscalar and vector mesons containing u -, d - and s -quarks. As a result of numerical calculations using the oscillator wave function, the basic parameters of the model are obtained using the pseudoscalar density constant and current quark masses. The analysis showed that the obtained calculation results in the framework of the model and the experimental data on the lepton decays of hadrons agree well with each other. As a result, the calculation method is generalized to the case of hadronic transitions with γ -quantum emission and a subsequent calculation of the integral representations of radiative decay constants of pseudoscalar and vector mesons. The obtained values of the anomalous magnetic moments are compared with the baryon data. As a test of the model, the authors studied the behavior of the form-factors of radiative decays of vector mesons with a subsequent comparison to the modern experimental data in the $q < 0.5$ GeV range where the resonance effects are insignificant. As a result, self-consistent descriptions of lepton and radiative transitions were obtained within the framework of the model proposed by the authors.

Keywords: Poincaré-invariant quantum mechanics, point form of dynamics, quark, meson, magnetic moment, radiative decay, form-factor, analysis of experimental data

For citation. Haurysh V. Yu., Andreev V. V. Decays of light mesons in the relativistic quark model. *Vestsi Natsyianal'nai akademii navuk Belarusi. Seriya fizika-matematychnykh navuk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physics and Mathematics series*, 2019, vol. 55, no. 3, pp. 325–337 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1561-2430-2019-55-3-325-337>

Введение. Проблема описания характеристик связанных двухчастичных состояний (мезонов) стала особенно актуальной с появлением современных экспериментальных данных по распадам псевдоскалярных и векторных мезонов особой точности [1–4]. Из многообразия подходов и моделей, посвященных описанию адронных характеристик, отметим методы, основанные на

пуанкаре-инвариантной квантовой механике (далее ПиКМ). Известно [5, 6], что такие модели являются релятивистскими, что дает возможность применять данный подход для описания характеристик легких мезонов, содержащих u -, d - и s -кварки.

Для расчета характеристик легких кварк-антикварковых состояний наиболее используется фронтальная форма ПиКМ [7–10]. Это обстоятельство обусловлено тем, что в данной форме, в силу особенностей построения группы операторов динамического набора, отсутствуют диаграммы рождения пар из вакуума. Несмотря на такое преимущество, наличие взаимодействия в операторе углового момента приводит к определенным трудностям при переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой.

Мгновенная форма [11–13], наряду с точечной формой [14, 15] ПиКМ с теми или иными модификациями, также применяется для описания связанных состояний. Так, например, в работах [11, 12], основанных на мгновенной форме ПиКМ, исследованы не только лептонные распады псевдоскалярных и векторных мезонов, но и радиационные переходы канала $V(P) \rightarrow P(V)\gamma^*$. В частности, для сопоставления экспериментальных данных с теоретическими расчетами для радиационных распадов векторных мезонов $V \rightarrow P\gamma$ в [12] были использованы релятивистские электромагнитные форм-факторы u - и d -кварков.

Теоретические исследования в рамках точечной формы ПиКМ для легких мезонов представлены в меньшем объеме по сравнению с другими формами динамики. Не смотря на развитый математический аппарат расчетов электромагнитных форм-факторов мезонов [16, 17] и успешное применение указанной формы ПиКМ для численных расчетов нуклонных характеристик [18], существенные отличия между теоретическими расчетами и экспериментальными данными привели к появлению различных модификаций данной формы динамики. Вследствие указанных причин дальнейшее развитие точечной формы ПиКМ является актуальной задачей физики связанных состояний (мезонов).

В любом из подходов ставится вопрос о выборе межкваркового потенциала взаимодействия. Особенно он актуален в исследованиях легких кварков, поскольку определение как запирающей части КХД-потенциала, так и поведения бегущей константы $\alpha_s(q^2)$ при малом переданном импульсе не имеет единого подхода [19]. В частности, параметры той или иной модели (конституэнтные массы кварков и др.) будут зависеть от самого потенциала, который часто диктуется общетеоретическими соображениями. Данное обстоятельство приводит к тому, что подход, в котором не используется явный вид потенциала межкваркового взаимодействия, наиболее оптимален.

В настоящей работе авторы, используя полученные ранее интегральные представления констант распадов псевдоскалярных и векторных мезонов, анализируют параметры модели, полученные без учета явного вида потенциала межкваркового взаимодействия: представлена процедура расчета базовых параметров модели, таких как конституэнтные массы кварков и параметры волновых функций. Основным требованием фиксации параметров является условие соответствия экспериментальных данных и модельных вычислений. Отличительная черта представленной методики – вычисление модельных параметров с использованием константы псевдоскалярной плотности [8, 20] и токовых масс кварков. В статье кратко обсуждаются варианты схем смешивания псевдоскалярных и векторных мезонов в различных кварковых базисах; полученные параметры используются для расчета констант лептонных распадов мезонов с последующим сравнением с современными экспериментальными данными, а также представлены результаты по извлечению аномальных магнитных моментов легких кварков и вычисление констант радиационных распадов нейтральных мезонов. Отметим, что полученные в ходе работы результаты коррелируют с современными экспериментальными данными и другими подходами и моделями.

В завершение авторами проведено исследование поведения форм-факторов векторных ω - и ϕ -мезонов в зависимости от переданного импульса с последующим сопоставлением с современными экспериментальными данными.

1. Параметры релятивистской кварковой модели, основанной на точечной форме ПиКМ. Для вычисления наблюдаемых распадов псевдоскалярных и векторных мезонов, состоящих из легких u -, d - и s -кварков, в рамках данной модели необходимо знать массы (m_u , m_d и m_s) конституэнтных кварков, параметры пробных волновых функций $\beta_{q\bar{Q}}^I$ ($q, \bar{Q} = u, d, s$; $I = P, V$),

а также структурные характеристики кварков. Кратко опишем процедуру получения базовых параметров представленной модели.

Процедура получения интегральных представлений констант лептонных распадов псевдоскалярного ($I = P$) и векторного ($I = V$) мезонов подробно изложена авторами в [20–22]. Конечные выражения констант распада в точечной форме ПИКМ можно записать в виде

$$f_I(m_q, m_{\bar{Q}}, \beta_{q\bar{Q}}^I) = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{1}{\pi} \int dk k^2 \Phi(k, \beta_{q\bar{Q}}^I) \sqrt{\frac{W_{m_q}^+(k) W_{m_{\bar{Q}}}^+(k)}{M_0(k) \omega_{m_q}(k) \omega_{m_{\bar{Q}}}(k)}} \times$$

$$\times \left(1 + a_I \frac{k^2}{W_{m_q}^+(k) W_{m_{\bar{Q}}}^+(k)} \right); \quad a_P = -1, \quad a_V = 1/3; \quad W_m^\pm(k) = \omega_m(k) \pm m, \quad k = |\vec{k}|, \quad (1)$$

$$M_0(k) = \omega_{m_q}(k) + \omega_{m_{\bar{Q}}}(k), \quad \omega_m(k) = \sqrt{k^2 + m^2}.$$

В выражении (1) волновая функция нормирована условием

$$\int dk k^2 |\Phi(k, \beta_{q\bar{Q}}^I)|^2 = 1. \quad (2)$$

Для расчетов параметров модели выбраны следующие варианты пробных волновых функций мезонов с соответствующими нормировочными множителями:

$$\Phi^{\text{os}}(k, \beta_{q\bar{Q}}^I) = N_{\text{os}} \exp \left[- \frac{k^2}{2 (\beta_{q\bar{Q}}^I)^2} \right], \quad N_{\text{os}} = \frac{2}{\pi^{1/4} (\beta_{q\bar{Q}}^I)^{3/2}}, \quad (3)$$

$$\Phi^{\text{coul}}(k, \beta_{q\bar{Q}}^I) = \frac{N_{\text{coul}}}{\left(1 + \left(\frac{k}{\beta_{q\bar{Q}}^I} \right)^2 \right)^2}, \quad N_{\text{coul}} = 4 \sqrt{\frac{2}{\pi (\beta_{q\bar{Q}}^I)^3}}, \quad (4)$$

$$\Phi^{\text{pl}}(k, \beta_{q\bar{Q}}^I) = \frac{N_{\text{pl}}}{\left(1 + \left(\frac{k}{\beta_{q\bar{Q}}^I} \right)^2 \right)^3}, \quad N_{\text{pl}} = 16 \sqrt{\frac{2}{7 \pi (\beta_{q\bar{Q}}^I)^3}}. \quad (5)$$

Используя выражение для константы псевдоскалярной плотности [20]

$$g_P(m_q, m_{\bar{Q}}, \beta_{q\bar{Q}}^P) =$$

$$= \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{1}{\pi} \int dk k^2 \Phi(k, \beta_{q\bar{Q}}^P) \sqrt{\frac{M_0(k)}{\omega_{m_q}(k) \omega_{m_{\bar{Q}}}(k)}} \left(\sqrt{W_{m_q}^+(k) W_{m_{\bar{Q}}}^+(k)} + \sqrt{W_{m_q}^-(k) W_{m_{\bar{Q}}}^-(k)} \right) \quad (6)$$

и полагая, что изотопическая инвариантность u - и d -кварка нарушена слабо, т. е. $m_d - m_u = \hat{m}_d - \hat{m}_u = 2,5 \text{ МэВ}$ (\hat{m} – токовая масса соответствующего кварка [23]), получаем систему уравнений

$$\begin{cases} f_P(m_q, m_{\bar{Q}}, \beta_{q\bar{Q}}^P) = f_P^{(\text{ЭКС})}, \\ \left(\hat{m}_q + \hat{m}_{\bar{Q}} \right) g_P(m_q, m_{\bar{Q}}, \beta_{q\bar{Q}}^P) = f_P^{(\text{ЭКС})} M_P^2. \end{cases} \quad (7)$$

Используя экспериментальные данные по распадам псевдоскалярных π^\pm - и K^\pm -мезонов [23], получаем следующие значения параметров в зависимости от выбора волновой функции (табл. 1). Символом «–» отмечены случаи, в которых численное решение отсутствует или не имеет физического смысла.

Таблица 1. Значение масс u -, d - и s -кварков в зависимости от выбора волновой функций

Table 1. Mass value of u -, d - and s -quarks depending on the choice of the wave functions

Волновая функция Wave functions	m_u , МэВ	m_d , МэВ	m_s , МэВ
Φ^{os} (3)	$219,5 \pm 9,6$	$221,9 \pm 9,6$	$416,9 \pm 61,2$
Φ^{coul} (4)	–	–	–
Φ^{pl} (5)	$235,21 \pm 14,73$	$237,7 \pm 14,7$	–

Анализ данных табл. 1 показывает, что для расчетов параметров представленной модели наиболее оптимальным является использование осцилляторной волновой функции (3). Сравнительный анализ полученных параметров с моделями, основанными на мгновенной и фронтовой формах динамик, представлен в табл. 2.

Таблица 2. Сопоставление параметров модели, основанной на точечной форме ПиКМ, с другими подходами и моделями

Table 2. Comparison of the parameters of the model based on the point form of PiQM with other approaches and models

Массы кварков Quark masses	Информация из других источников Other information				Собственные данные Authors' data
	[7, 8]	[9]	[11–13]	[17]	
m_u , МэВ	250 ± 5	220	220	250	$219,5 \pm 9,6$
m_d , МэВ	250 ± 5	220	220	250	$221,9 \pm 9,6$
m_s , МэВ	370 ± 20	450	–	400	$416,9 \pm 61,2$

Из анализа данных табл. 2 можно заключить, что величины масс конститuentных кварков предложенной модели коррелируют со значениями, полученными в моделях, которые основаны на мгновенной и фронтовой формах динамики.

Значения параметров мезонов векторного сектора определим из распада τ^\pm -лептона в ρ^\pm - и $K^{*\pm}$ -мезоны [23], а именно: проводя аналогичную процедуру решения уравнений

$$f_V(m_q, m_{\bar{Q}}, \beta_{q\bar{Q}}^V) = f_V^{(exp)}, \tag{8}$$

получаем, что $\beta_{ud}^V = (310,9 \pm 2,2)$ МэВ, $\beta_{us}^V = (310,9 \pm 83,6)$ МэВ (относительно большая погрешность обусловлена экспериментальной ошибкой распада $\tau^+ \rightarrow K^{*+} \nu_\tau$).

2. Схемы смешивания мезонов псевдоскалярного и векторного секторов. Для решения задачи о вычислении наблюдаемых лептонных и радиационных распадов нейтральных мезонов обсудим варианты смешивания псевдоскалярных и векторных мезонов. В физических приложениях наиболее часто используются следующие базисы кварковых состояний:

$$\left\{ \begin{array}{l} \psi_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} |u\bar{u} - d\bar{d}\rangle, \\ \psi_q = \frac{1}{\sqrt{2}} |u\bar{u} + d\bar{d}\rangle, \\ \psi_s = |s\bar{s}\rangle, \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \psi_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} |u\bar{u} - d\bar{d}\rangle, \\ \psi_8 = \frac{1}{\sqrt{6}} |u\bar{u} + d\bar{d} - 2s\bar{s}\rangle, \\ \psi_0 = \frac{1}{\sqrt{3}} |u\bar{u} + d\bar{d} + s\bar{s}\rangle. \end{array} \right. \tag{9}$$

Предполагаем, что схемы смешивания, основанные на базисах (9), дают эквивалентные описания состояний векторных мезонов, которые определяются выражениями

$$\begin{cases} |\phi\rangle = \cos \varphi_V \psi_q - \sin \varphi_V \psi_s = \cos \theta_V \psi_8 - \sin \theta_V \psi_1, \\ |\omega\rangle = \sin \varphi_V \psi_q + \cos \varphi_V \psi_s = \sin \theta_V \psi_8 + \cos \theta_V \psi_1, \\ |\rho^0\rangle = \psi_1, \end{cases} \quad (10)$$

где углы смешивания φ_V и θ_V связаны соотношением

$$\theta_V = \varphi_V - \arctg \sqrt{2}. \quad (11)$$

Для псевдоскалярных η -, η' - и π^0 -мезонов классическая схема смешивания (10) приводит к вычислениям, значительно отличающимся от экспериментальных данных, поэтому после работ [24, 25] появилась тенденция для η - η' -мезонов, кроме кварковой составляющей, учитывать и глюонную компоненту $|G\rangle$:

$$\begin{cases} |\eta\rangle = X_\eta \psi_q + Y_\eta \psi_s + Z_\eta \psi_G, \\ |\eta'\rangle = X_{\eta'} \psi_q + Y_{\eta'} \psi_s + Z_{\eta'} \psi_G, \\ |G\rangle = X_G \psi_q + Y_G \psi_s + Z_G \psi_G. \end{cases} \quad (12)$$

В системе (12) компоненты определяются выражениями

$$\begin{aligned} X_\eta &= \cos \varphi_P \cos \alpha_G, \quad Y_\eta = -\sin \varphi_P \cos \alpha_G, \quad Z_\eta = -\sin \alpha_G, \\ X_{\eta'} &= \cos \varphi_P \sin \alpha_G \sin \varphi_G + \sin \varphi_P \sin \varphi_G, \\ Y_{\eta'} &= \cos \varphi_P \cos \varphi_G - \sin \varphi_P \sin \alpha_G \sin \varphi_G, \quad Z_{\eta'} = \cos \alpha_G \sin \varphi_G, \end{aligned} \quad (13)$$

а связь углов для базисов (9) дается аналогично выражению (11):

$$\theta_P = \varphi_P - \arctg \sqrt{2}. \quad (14)$$

3. Лептонные распады заряженных и нейтральных векторных мезонов. В кварковом базисе (ψ_1, ψ_q, ψ_s) выражения (9) константы лептонных распадов нейтральных мезонов можно записать в виде

$$\begin{cases} f_\phi = \frac{1}{\sqrt{2}} \cos \varphi_V \left(f_V(m_u, m_u, \beta_{u\bar{u}}^V) + f_V(m_d, m_d, \beta_{d\bar{d}}^V) \right) - \sin \varphi_V f_V(m_s, m_s, \beta_{s\bar{s}}^V), \\ f_\omega = \frac{1}{\sqrt{2}} \sin \varphi_V \left(f_V(m_u, m_u, \beta_{u\bar{u}}^V) + f_V(m_d, m_d, \beta_{d\bar{d}}^V) \right) + \cos \varphi_V f_V(m_s, m_s, \beta_{s\bar{s}}^V), \\ f_{\rho^0} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(f_V(m_u, m_u, \beta_{u\bar{u}}^V) - f_V(m_d, m_d, \beta_{d\bar{d}}^V) \right), \end{cases} \quad (15)$$

где угол смешивания φ_V определяется выражением (11). В работе [4] на основе экспериментальных данных показано, что

$$\theta_V = (31,9 \pm 0,2)^\circ. \quad (16)$$

Используя параметры модели (см. табл. 1), выражения (15), (16) и предполагая, что параметры волновых функций для u -, d -кварков определяются соотношениями

$$\beta_{u\bar{u}}^V = \beta_{u\bar{d}}^V + \Delta\beta_{u\bar{d}}, \quad \beta_{d\bar{d}}^V = \beta_{u\bar{d}}^V - \Delta\beta_{u\bar{d}}, \quad \beta_{d\bar{s}}^V = \beta_{u\bar{s}}^V - \Delta\beta_{u\bar{d}}, \quad \Delta\beta_{u\bar{d}} \approx \hat{m}_d - \hat{m}_u, \quad (17)$$

получаем значения констант лептонных распадов мезонов, которые представлены в табл. 3.

Таблица 3. Сопоставление экспериментальных данных со значениями модели, основанной на точечной форме ПиКМ (символом † отмечены реакции, по экспериментальным данным которых фиксировались параметры модели)

Table 3. Comparison of the experimental data with the model values based on the point form of PiQM (the symbol † marks reactions, according to the experimental data of which the model parameters were fixed)

Мода распада Decay channel	$f_{P,V}^{(экс)}$, МэВ [23]	$f_{P,V}^{(ПиКМ)}$, МэВ
(†) $\pi^\pm \rightarrow \ell \tilde{\nu}_\ell$	$131,6 \pm 0,2$	$131,6 \pm 1,1$
(†) $K^\pm \rightarrow \ell \tilde{\nu}_\ell$	$156,9 \pm 0,8$	$156,8 \pm 1,4$
(†) $\tau^\pm \rightarrow \rho^\pm \tilde{\nu}_\tau$	$209,3 \pm 1,5$	$209,3 \pm 1,5$
(†) $\tau^\pm \rightarrow K^{*\pm} \tilde{\nu}_\tau$	$205,3 \pm 6,2$	$205,3 \pm 12,3$
(†) $\omega \rightarrow e^+ e^-$	$45,9 \pm 0,8$	$46,1 \pm 2,4$
$\rho^0 \rightarrow e^+ e^-$	$156,4 \pm 0,7$ $148,4 \pm 0,7$ [26]	$148,4 \pm 3,1$
$\phi \rightarrow e^+ e^-$	$76,2 \pm 1,2$	$76,3 \pm 3,7$

Анализ результатов табл. 3 показывает, что предположение (17) отлично описывает распад векторного ϕ -мезона. Значение константы нейтрального векторного ρ^0 -мезона $f_{\rho^0} = (156,4 \pm 0,7)$ МэВ [23] получено с учетом ρ^0 - ω -смешивания и, следовательно, может иметь расхождения с полученным модельным значением. Однако вычисленное нами значение прекрасно согласуется с соотношением [26] $f_{\rho^0} = f_{\rho^+} / \sqrt{2} \approx 148$ МэВ. Также отметим, что при расчетах было использовано значение $\beta_{ss}^V = (336,6 \pm 1,4)$ МэВ, полученное из распада $\omega \rightarrow e^+ e^-$ (процедура получения аналогична процедуре, описанной в разделе 1).

4. Магнитный момент кварков легкого сектора. Методика получения константы распада $V(P) \rightarrow P(V)\gamma$ изложена в [22, 27]; итоговое выражение в случае распада $V(P) \rightarrow P(V)\gamma$ принимает вид

$$g_{VP\gamma} = \int dk k^2 \Phi(k, \beta_{q\bar{Q}}^V) \Phi^*(k, \beta_{q\bar{Q}}^P) \left(e_q f_1(k, m_q, m_{\bar{Q}}) + \frac{e_q \kappa_q}{2m_q} f_2(k, m_q, m_{\bar{Q}}) - e_{\bar{Q}} f_1(k, m_{\bar{Q}}, m_q) - \frac{e_{\bar{Q}} \kappa_{\bar{Q}}}{2m_{\bar{Q}}} f_2(k, m_{\bar{Q}}, m_q) \right), \quad (18)$$

где

$$f_1(k, m_q, m_{\bar{Q}}) = \frac{1}{3\omega_{m_q}(k)} \left(\frac{m_q + m_{\bar{Q}}}{M_0(k)} + \frac{m_q}{\omega_{m_q}(k)} + 1 \right) \quad (19)$$

и

$$f_2(k, m_q, m_{\bar{Q}}) = -\frac{2}{3} \left(\frac{m_q^2 + \omega_{m_q}(k)(m_q + \omega_{m_q}(k))}{\omega_{m_q}^2(k)} \right). \quad (20)$$

В выражении (18) e_q – заряд кварка в единицах e , а κ_q – аномальный магнитный момент, определяемый из выражения

$$\mu_q = \frac{e_q}{2m_q} (1 + \kappa_q), \quad (21)$$

где μ_q – магнитный момент кварка. Используя экспериментальные значения переходов векторных мезонов $\rho^+ \rightarrow \pi^+\gamma$, $K^{*+} \rightarrow K^+\gamma$, $K^* \rightarrow K^0\gamma$ и вычисленные ранее базовые параметры модели, получаем следующие значения аномальных магнитных моментов кварков:

$$\begin{aligned} \kappa_u &= -0,123 \pm 0,084, & \tilde{\kappa}_u &= e_u \kappa_u = -0,082 \pm 0,056, \\ \kappa_d &= -0,088 \pm 0,015, & \tilde{\kappa}_d &= e_d \kappa_d = 0,029 \pm 0,005, \\ \kappa_s &= -0,198 \pm 0,011, & \tilde{\kappa}_s &= e_s \kappa_s = 0,066 \pm 0,003. \end{aligned} \tag{22}$$

Сопоставление значений кварковых магнитных моментов представлено в табл. 4.

Таблица 4. Кварковые магнитные моменты в различных подходах и моделях

Table 4. Quark magnetic moments in various approaches and models

Аномальные магнитные моменты Anomalous magnetic moments	Информация из других источников Other information			Собственные данные Authors' data
	[28]	[29]	[30]	
$\tilde{\kappa}_q = e_q \kappa_q$				
$\tilde{\kappa}_u$	-0,064	-(0,080-0,161)	-(0,004-0,162)	$-(0,082 \pm 0,056)$
$\tilde{\kappa}_d$	0,017	0,250-0,461	0,018-0,101	$0,029 \pm 0,005$
$\tilde{\kappa}_s$	-	-	-	$0,066 \pm 0,003$

Анализ данных табл. 4 показывает, что полученные в рамках предлагаемой релятивистской кварковой модели магнитные моменты кварков коррелируют с данными, полученными из анализа барионных магнитных моментов.

5. Распады нейтральных мезонов с учетом аномальных магнитных моментов кварков.

Оставшиеся свободные параметры модели, такие как углы смешивания псевдоскалярных мезонов и $\beta_{q\bar{q}}^P$ -параметры волновых функций нейтральных псевдоскалярных мезонов, определим из распадов канала $V(P) \rightarrow P(V)\gamma$. Учитывая ортогональность состояний $|q\bar{q}\rangle$ для различных кварковых ароматов и предположение, что данный распад обусловлен испусканием фотона одним из кварков, получаем набор матричных элементов, представленный в табл. 5.

Таблица 5. Матричные элементы распадов нейтральных мезонов в рамках точечной формы ПиКМ

Table 5. Matrix elements of neutral meson decays in the framework of the point form of PiQM

Мода распада Decay channel	Представление матричного элемента распада в ПиКМ Representation of the decay matrix element in PiQM
$\rho^0 \rightarrow \pi^0\gamma$	$e_u I(u\bar{u}) + e_d I(d\bar{d})$
$\rho^0 \rightarrow \eta\gamma$	$X_\eta (e_u I(u\bar{u}) - e_d I(d\bar{d}))$
$\phi \rightarrow \pi^0\gamma$	$\cos \varphi_V (e_u I(u\bar{u}) - e_d I(d\bar{d}))$
$\phi \rightarrow \eta\gamma$	$\cos \varphi_V X_\eta (e_u I(u\bar{u}) + e_d I(d\bar{d})) - 2e_s \sin \varphi_V Y_\eta I(s\bar{s})$
$\phi \rightarrow \eta'\gamma$	$\cos \varphi_V X_{\eta'} (e_u I(u\bar{u}) + e_d I(d\bar{d})) - 2e_s \sin \varphi_V Y_{\eta'} I(s\bar{s})$
$\omega \rightarrow \pi^0\gamma$	$\sin \varphi_V (e_u I(u\bar{u}) - e_d I(d\bar{d}))$
$\omega \rightarrow \eta\gamma$	$\sin \varphi_V X_\eta (e_u I(u\bar{u}) + e_d I(d\bar{d})) + 2e_s \cos \varphi_V Y_\eta I(s\bar{s})$
$\eta' \rightarrow \rho^0\gamma$	$X_\eta (e_u I(u\bar{u}) - e_d I(d\bar{d}))$
$\eta' \rightarrow \omega\gamma$	$\sin \varphi_V X_{\eta'} (e_u I(u\bar{u}) + e_d I(d\bar{d})) + 2e_s \cos \varphi_V Y_{\eta'} I(s\bar{s})$

В табл. 5 использовано обозначение

$$I(q\bar{q}) = \int dk k^2 \Phi(k, \beta_{q\bar{q}}^V) \Phi^*(k, \beta_{q\bar{q}}^P) \left(\frac{\omega_{m_q}(k) + 2m_q}{3 \omega_{m_q}^2(k)} + \kappa_q \left(-\frac{1}{3} \frac{m_q^2 + \omega_{m_q}(k)(m_q + \omega_{m_q}(k))}{m_q \omega_{m_q}^2(k)} \right) \right), \quad (23)$$

которое было получено из (18)–(20) с учетом, что $m_{\bar{Q}} = m_q$ и $|e_{\bar{Q}}| = e_q$.

На основе вычисленных параметров модели находим значения констант радиационных распадов нейтральных мезонов (табл. 6).

Таблица 6. Сопоставление экспериментальных данных по радиационным распадам нейтральных мезонов со значениями, полученными в представленной модели

Table 6. Comparison of the experimental data on the radiative decays of neutral mesons with the values obtained in this model

Мода распада Decay channel	$\Gamma_{VP\gamma}^{(экс)}$, КэВ [23]	$\Gamma_{VP\gamma}^{(ПиКМ)}$, КэВ
$\rho^0 \rightarrow \pi^0 \gamma$	71 ± 9	83 ± 9
$\rho^0 \rightarrow \pi^0 \gamma$	$44,7 \pm 3,2$	$44,7 \pm 6,4$
$\phi \rightarrow \pi^0 \gamma$	$5,5 \pm 0,2$	$5,5 \pm 0,7$
$\phi \rightarrow \eta \gamma$	$55,3 \pm 1,2$	$55,7 \pm 8,7$
$\phi \rightarrow \eta' \gamma$	$0,26 \pm 0,01$	$0,26 \pm 0,10$
$\omega \rightarrow \pi^0 \gamma$	713 ± 25	702 ± 21
$\omega \rightarrow \eta \gamma$	$3,8 \pm 0,3$	$6,8 \pm 2,5$
$\eta' \rightarrow \rho^0 \gamma$	$56,7 \pm 3,6$	$56,7 \pm 7,4$
$\eta' \rightarrow \omega \gamma$	$5,1 \pm 0,5$	$5,1 \pm 2,2$

Из сравнения экспериментальных данных и модельных расчетов, можно сделать вывод о том, что предлагаемая релятивистская кварковая модель, основанная на точечной форме ПиКМ, удовлетворительно описывает наблюдаемые величины лептонных и радиационных распадов псевдоскалярных и векторных мезонов. Также отметим, что для извлечения экспериментальных значений констант $g_{VP\gamma}$ использовались выражения ширин радиационных распадов, которые определялись следующими выражениями:

$$\Gamma(V \rightarrow P\gamma) = \alpha \frac{g_{VP\gamma}^2}{3} \left(\frac{M_V^2 - M_P^2}{2M_V} \right)^3, \quad \Gamma(P \rightarrow V\gamma) = \alpha g_{VP\gamma}^2 \left(\frac{M_P^2 - M_V^2}{2M_P} \right)^3. \quad (24)$$

Сопоставление экспериментальных данных по радиационным распадам нейтральных мезонов со значениями, полученными в представленной модели, проведем с использованием величины

$$\chi_{d.o.f.}^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{\left(\Gamma_{V,P}^{(экс)} - \Gamma_{V,P}^{(ПиКМ)} \right)^2}{\left(\Delta \Gamma^{(экс)} \right)^2 + \left(\Delta \Gamma^{(ПиКМ)} \right)^2}, \quad (25)$$

где Γ – соответствующая ширина радиационного распада псевдоскалярного или векторного мезона, $\Delta \Gamma$ – экспериментальная или теоретическая ошибка. Используя данные табл. 6, получаем, что $\chi_{d.o.f.}^2 \approx 0,27$. Поскольку $\chi_{d.o.f.}^2 < 1$, то можно утверждать, что представленная модель

электромагнитных распадов нейтральных мезонов, содержащих легкие u -, d - и s -кварки, хорошо описывает экспериментальные данные.

6. Распады нейтральных мезонов $V(P) \rightarrow P(V)\gamma^*$. Возобновление в последнее время интереса к изучению поведения форм-факторов распада канала $V(P) \rightarrow P(V)\gamma^*$ связано с получением экспериментальных данных высокой точности коллаборациями KLOE и A2 (см. [1–4]). Изучение электромагнитных форм-факторов таких распадов позволяет не только исследовать механизм взаимодействия конститuentных кварков, но и продолжить поиск эффектов вне стандартной модели.

В настоящее время поведение форм-факторов ω - и ϕ -мезонов в рамках динамики на световом фронте хорошо изучены в области $q < 0,5$ ГэВ (timelike-регион) [31], где резонансные эффекты незначительны. Изучение форм-факторов в указанной области не требует привлечения соотношений из дисперсионного анализа [32], что делает расчеты в рамках кварковых моделей наиболее достоверными. Следует отметить, что в ряде работ исследование поведения форм-факторов мезонов выполнялось с учетом структуры u -, d - и s -кварков, в том числе с одинаковыми среднеквадратичными радиусами кварков [33]. Однако исследование форм-факторов легких векторных мезонов с учетом структуры кварков в рамках точечной формы ПикМ впервые проводится в данной статье.

Методика получения форм-фактора распада $V(P) \rightarrow P(V)\gamma^*$ изложена в [27]; итоговое выражение в случае распада нейтрального векторного мезона $V \rightarrow P\gamma^*$ принимает вид

$$\begin{aligned}
 g_{VP\gamma^*}(q^2 = t) = & \frac{1}{4\pi} \sum_{v_1, v_1'} \int dk \sqrt{\frac{3 + 4v_1(\lambda_V - v_1)}{4}} \frac{v_1'}{\omega_{m_q}(k)\sqrt{M_0(k)}} \Phi(k, \beta_{q\bar{q}}^V) (\bar{u}_{v'}(\vec{k}_2, m_q) B(\vec{v}_{\bar{Q}}) \times \\
 & \times (K^*(\lambda_V) \cdot \Gamma_q) u_{v_1}(\vec{k}, m_q) \frac{1}{\sqrt{\varpi^2(k, t) - 1}} \frac{\Phi^*(k_2, \beta_{q\bar{q}}^V)}{\sqrt{M_0(k_2)}} D_{-v_1, \lambda_V - v_1}(\vec{n}_{W_2}(\vec{k}, \vec{v}_{\bar{Q}})) + \bar{v}_{\lambda_V - v_1}(\vec{k}, m_{\bar{q}}) B(\vec{v}_{\bar{Q}}) \times \\
 & \times (K^*(\lambda_V) \cdot \Gamma_{\bar{q}}) v_{-v'}(\vec{k}_1, m_{\bar{q}}) \frac{1}{\sqrt{\varpi^2(k, t) - 1}} \frac{\Phi^*(k_2, \beta_{q\bar{q}}^V)}{\sqrt{M_0(k_1)}} D_{-v_1, \lambda_V - v_1}(\vec{n}_{W_1}(\vec{k}, \vec{v}_{\bar{Q}})). \quad (26)
 \end{aligned}$$

Соотношение (26) получено в обобщенной системе Брейта $\vec{V}_{\bar{Q}} + \vec{V}'_{\bar{Q}} = 0$, для которой

$$K(\lambda_V) = \sqrt{\frac{\varpi^2(k, t) - 1}{2}} \{0, \lambda_V, i, 0\}, \quad \varpi^2(k, t) = 1 - \frac{t}{4(\omega_{m_q}^2(k) - k^2 \cos^2 \theta_k)}, \quad (27)$$

а вспомогательные величины определены уравнениями

$$\begin{aligned}
 \vec{v}_{\bar{Q}} = & \frac{\vec{V}_{\bar{Q}}}{V_0}, \quad \vec{n}_{W_{2,1}}(\vec{k}, \vec{v}_{\bar{Q}}) = -\frac{[\vec{k} \times \vec{V}_{\bar{Q}}]}{\omega_{m_{q,\bar{q}}}(k) + m_{q,\bar{q}} - (\vec{k} \cdot \vec{V}_{\bar{Q}})}, \quad (28) \\
 \vec{k}_{1,2} = & \vec{k} \pm \vec{v}_{\bar{Q}} \left((\varpi(k, t) + 1) \omega_{m_{q,\bar{Q}}}(k) - k \sqrt{\varpi^2(k, t) - 1} \cos \theta_k \right).
 \end{aligned}$$

Вершина взаимодействия фермионов спина 1/2 (кварков) определяется стандартным образом:

$$\Gamma_q = F_1(t) \gamma^\mu + \frac{1}{2m_q} F_2(t) \sigma^{\mu\nu} q_\nu, \quad (29)$$

где [28]

$$F_1(t = q^2) = \frac{e_q}{1 - \frac{a}{6 m_q^2} t}, \quad F_2(t = q^2) = \frac{e_q \kappa_q}{\left(1 - \frac{a}{12 m_q^2} t\right)^2}, \quad a = 0, 3. \quad (30)$$

В результате с использованием соотношений (26)–(30) становится возможным исследование поведения форм-фактора $F_{VP\gamma}^*(t) = g_{VP\gamma}^*(t) / g_{VP\gamma}$ векторных мезонов.

Для распада $\omega \rightarrow \pi^0 \ell^+ \ell^-$ с учетом полученных параметров (см. выше) определяем зависимость форм-фактора $F_{\omega\pi^0\gamma}^*(t) = g_{\omega\pi^0\gamma}^*(t) / g_{\omega\pi^0\gamma}$ от величины переданного лептонной паре $\ell^+ \ell^-$ импульса q . Поведение форм-фактора в зависимости от переданного импульса q представлено на рис. 1.

Аналогичные вычисления форм-фактора для распада $\phi \rightarrow \pi^0 \ell^+ \ell^-$ приводят к зависимости, отображенной на рис. 2.

Анализ данных рис. 1 и 2 приводит к заключению, что предложенная модель с параметрами, полученными из лептонных распадов псевдоскалярных и векторных мезонов (см. разделы 1–3),

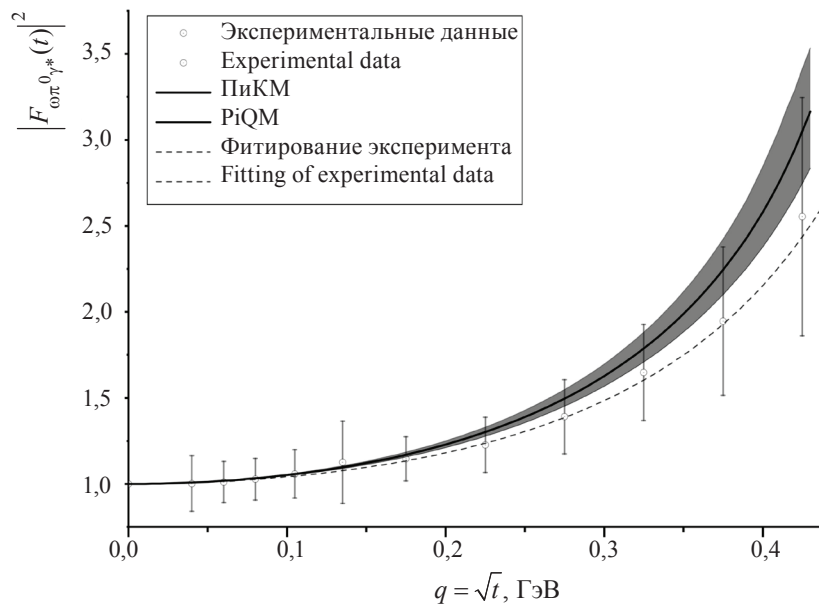


Рис. 1. Поведение форм-фактора распада $\omega \rightarrow \pi^0 \ell^+ \ell^-$ при различных q ; экспериментальные данные взяты из [2]

Fig. 1. Behavior of the $\omega \rightarrow \pi^0 \ell^+ \ell^-$ form-factors for different q ; the experimental data are taken from [2]

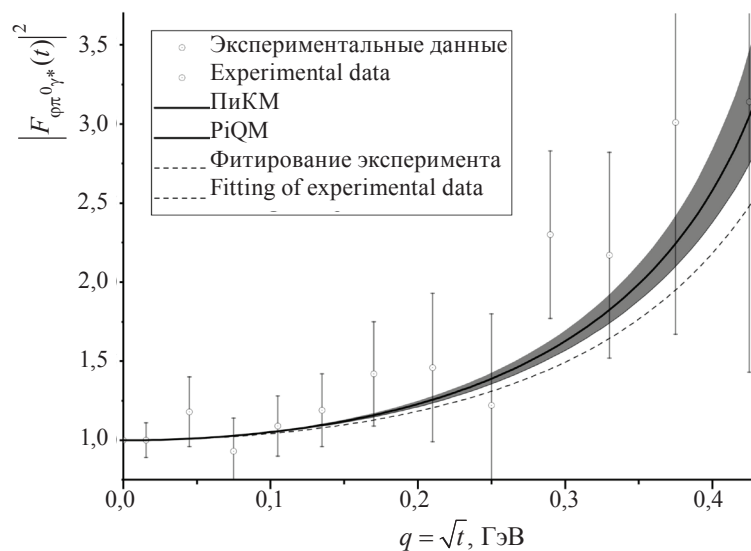


Рис. 2. Поведение форм-фактора распада $\phi \rightarrow \pi^0 \ell^+ \ell^-$ при различных q ; экспериментальные данные взяты из [3]

Fig. 2. Behavior of the $\phi \rightarrow \pi^0 \ell^+ \ell^-$ form-factors for different q ; the experimental data are taken from [3]

удовлетворительно описывает не только константы распада $V(P) \rightarrow P(V)\gamma$, но и поведение форм-факторов векторных мезонов в реакции $V \rightarrow P\ell^+\ell^-$.

Заключение. С использованием интегральных представлений лептонных и радиационных распадов псевдоскалярных и векторных мезонов проведена процедура вычисления параметров релятивистской кварковой модели. На основе данных параметров вычислены константы лептонных и радиационных распадов, экспериментальные данные для которых не применялись в процедуре фиксирования базовых параметров. Сравнение экспериментальных значений и модельных вычислений говорит о том, что предложенная модель хорошо описывает вышеупомянутые распады.

Проведено исследование поведения форм-фактора канала $V \rightarrow P\ell^+\ell^-$ для $\phi \rightarrow \pi^0\ell^+\ell^-$ и $\omega \rightarrow \pi^0\ell^+\ell^-$ при различных переданных импульсах. Сравнительный анализ показал удовлетворительное согласование экспериментальных данных и модельных расчетов в диапазоне $q < 0,5$ ГэВ. На основе полученных результатов можно говорить о самосогласованном описании лептонных, радиационных распадов, а также процессов $V \rightarrow P\ell^+\ell^-$ для легких мезонов в рамках релятивистской кварковой модели, основанной на точечной форме пуанкаре-инвариантной квантовой механики.

Список использованных источников

1. Study of the Dalitz decay $\phi \rightarrow \eta e^+ e^-$ with the KLOE detector / D. Babusci [et al.] // Phys. Lett. B. – 2015. – Vol. 742. – P. 1–6. <https://doi.org/10.1016/j.physletb.2015.01.011>
2. Adlarson, P. Measurement of the $\omega \rightarrow \pi^0 e^+ e^-$ and $\eta \rightarrow e^+ e^-$ Dalitz decays with the A2 setup at MAMI / P. Adlarson (A2 collaboration), F. Afzal, A. Bartolome // Phys. Rev. C. – 2017. – Vol. 95. – P. 035208. <https://doi.org/10.1103/PhysRevC.95.035208>
3. Study of the Dalitz decay $\phi \rightarrow \eta e^+ e^-$ with the KLOE detector / A. Anastasi (KLOE collaboration) [et al.] // Phys. Lett. B. – 2016. – Vol. 757. – P. 362–367. <https://doi.org/10.1016/j.physletb.2016.04.015>
4. Amelino-Camelia, G. (KLOE collaboration). Physics with the KLOE-2 experiment at the upgraded DAFNE / G. Amelino-Camelia // Eur. Phys. J. – 2010. – Vol. C65. – P. 619–681. <https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-010-1351-1>
5. Dirac, P. A. M. Forms of Relativistic Dynamics / P. A. M. Dirac // Rev. Mod. Phys. – 1949. – Vol. 21. – P. 392–399. <https://doi.org/10.1103/RevModPhys.21.392>
6. Keister, B. D. Relativistic Hamiltonian dynamics in nuclear and particle physics / B. D. Keister, W. N. Polyzou // Adv. Nucl. Phys. – 1991. – Vol. 20. – P. 225–479.
7. Jaus, W. Relativistic constituent quark model of electroweak properties of light mesons / W. Jaus // Phys. Rev. D. – 1991. – Vol. 44. – P. 2851–2859. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.44.2851>
8. Jaus, W. Consistent treatment of spin 1 mesons in the light front quark model / W. Jaus // Phys. Rev. D. – 2003. – Vol. 67. – P. 094010. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.67.094010>
9. Choi, H. M. Decay constants and radiative decays of heavy mesons in light-front quark model / H. M. Choi // Phys. Rev. D. – 2007. – Vol. 75. – P. 073016. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.75.073016>
10. Zhang, W. M. Light front dynamics and light front QCD / W. M. Zhang // Chin. J. Phys. – 1994. – Vol. 32. – P. 717–808.
11. Krutov, A. F. Relativistic instant form approach to the structure of two-body composite systems / A. F. Krutov, V. E. Troitsky // Phys. Rev. C. – 2002. – Vol. 65. – P. 045501. <https://doi.org/10.1103/PhysRevC.65.045501>
12. Krutov, A. F. Magnetic moment of the ρ -meson in instant-form relativistic quantum mechanics / A. F. Krutov, R. G. Polezhaev, V. E. Troitsky // Phys. Rev. D. – 2018. – Vol. 97. – P. 033007. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.97.033007>
13. Krutov, A. F. Electroweak properties of ρ -meson in the instant form of relativistic quantum mechanics / A. F. Krutov, R. G. Polezhaev, V. E. Troitsky // EPJ Web Conf. – 2017. – Vol. 138. – P. 02007. <https://doi.org/10.1051/epjconf/201713802007>
14. Klink, W. H. Point form relativistic quantum mechanics and electromagnetic form factors / W. H. Klink // Phys. Rev. C. – 1998. – Vol. 58. – P. 3587–3604. <https://doi.org/10.1103/PhysRevC.58.3587>
15. Desplanques, B. Dirac's inspired point form and hadron form-factors / B. Desplanques // Nucl. Phys. A. – 2005. – Vol. 755. – P. 303–306. <https://doi.org/10.1016/j.nuclphysa.2005.03.032>
16. Biernat, E. P. Point-form quantum field theory / E. P. Biernat, W. H. Klink, W. Schweiger // Ann. Phys. – 2008. – Vol. 323. – P. 1361–1383. <https://doi.org/10.1016/j.aop.2007.09.004>
17. Gomez-Rocha, M. Semileptonic meson decays in point-form relativistic quantum mechanics: unambiguous extraction of weak form factors / M. Gomes-Rocha // Phys. Rev. D. – 1998. – Vol. 90. – P. 076003. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.90.076003>
18. Allen, T. W. Point-form analysis of elastic deuteron form factors / T. W. Allen, W. H. Klink, W. N. Polyzou // Phys. Rev. C. – 2001. – Vol. 63. – P. 034002. <https://doi.org/10.1103/PhysRevC.63.034002>
19. Andreev, V. V. QCD coupling constant below 1 GeV in the Poincaré-covariant model / V. V. Andreev // Physics of Particles and Nuclei Let. – 2011. – Vol. 8. – P. 347–355. <https://doi.org/10.1134/S1547477111040030>
20. Andreev, V. V. Constituent quark masses in Poincaré-invariant quantum mechanics / V. V. Andreev, V. Yu. Haurysh // J. Phys. Conf. Ser. – 2017. – Vol. 938. – P. 012030. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/938/1/012030>

21. Andreev, V. V. Radiative decays of light vector mesons in Poincare-invariant quantum mechanics / V. V. Andreev, V. Yu. Haurysh // *J. Phys. Conf. Ser.* – 2016. – Vol. 678. – P. 012041. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/678/1/012041>
22. Андреев, В. В. Методика вычисления электрослабых характеристик мезонов в пуанкаре-инвариантной квантовой механике / В. В. Андреев, В. Ю. Гавриш, А. Ф. Крутов // *Проблемы физики, математики и техники.* – 2018. – Т. 1. – С. 7–19.
23. Review of Particle Physics / M. Tanabashi (PDG Group) [et al.] // *Phys. Rev. D.* – 2019. – Vol. 98. – P. 030001. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.98.030001>
24. Physics at KLOE / F. Ambrosino [et al.] // *PoS.* – 2009. – Vol. CD09. – P. 045. <https://doi.org/10.22323/1.086.0045>
25. Feldmann, T. Mixing and decay constants of pseudoscalar mesons: The Sequel / T. Feldmann, P. Kroll, B. Stech // *Phys. Lett. B.* – 1999. – Vol. 449. – P. 339–346. [https://doi.org/10.1016/S0370-2693\(99\)00085-4](https://doi.org/10.1016/S0370-2693(99)00085-4)
26. Kokkedee, J. The quark model / J. Kokkedee. – New York; Amsterdam: W. A. Benjamin Inc., 1969. – 239 p.
27. Haurysh, V. Electroweak decays of unflavored mesons in Poincare covariant quark model / V. Haurysh, V. V. Andreev // *Turk. J. Phys.* – 2019. – Vol. 43. – P. 167–177. <https://doi.org/10.3906/fiz-1810-24>
28. Petronzio, R. Possible evidence of extended objects inside the proton / R. Petronzio, S. Simula, G. Ricco // *Phys. Rev. D.* – 2003. – Vol. 67. – P. 094994. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.67.094004>
29. Ito, H. Flavor SU(3) symmetry in the anomalous magnetic moments of constituent quarks / H. Ito // *Phys. Lett. B.* – 1995. – Vol. 353. – P. 13–19. [https://doi.org/10.1016/0370-2693\(95\)00443-0](https://doi.org/10.1016/0370-2693(95)00443-0)
30. Fayazbakhsh, Sh. Anomalous magnetic moment of hot quarks, inverse magnetic catalysis, and reentrance of the chiral symmetry broken phase / Sh. Fayazbakhsh, N. Sadooghi // *Phys. Rev. D.* – 2014. – Vol. 90. – P. 105030. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.90.105030>
31. Qian, W. Vector meson ω – ϕ mixing and their form factors in the light–cone quark model / W. Qian, B.-Q. Ma // *Phys. Rev. D.* – 2008. – Vol. 78. – P. 074002. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.78.074002>
32. Schneider, S. P. $\omega \rightarrow \pi^0 \gamma^* \rightarrow \pi^0 \gamma^* \gamma^*$ Transition form factors in dispersion theory / S. P. Schneider, B. Kibus, N. Frans // *Phys. Rev. D.* – 2012. – Vol. 86. – P. 054013. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.86.054013>
33. Charge form–factor of π^+ and K^+ mesons / F. Cardarelli [et al.] // *Phys. Rev. D.* – 1996. – Vol. 53. – P. 6682–6685. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.53.6682>

References

1. Babusci D., Balwierz-Pytko I., Bencivenni G., Bloise C., Bossi F., Branchini P. [et al.]. Study of the Dalitz decay $\phi \rightarrow \eta e^+ e^-$ with the KLOE detector. *Physical Review Letters B*, 2015, vol. 742, pp. 1–6. <https://doi.org/10.1016/j.physletb.2015.01.011>
2. Adlarson P., Afzal F., Aguilar-Bartolomé P., Ahmed Z., Annand J. R. M., Arends H. J. [et al.]. Measurement of the $\omega \rightarrow \pi^0 e^+ e^-$ and $\eta \rightarrow e^+ e^-$ Dalitz decays with the A2 setup at MAMI. *Physical Review C*, 2017, vol. 95, pp. 035208. <https://doi.org/10.1103/PhysRevC.95.035208>
3. Anastasi A., Babusci D., Bencivenni G., Berlowski M., Bloise C., Bossi F. [et al.]. Measurement of the $\phi \rightarrow \eta e^+ e^-$ transition form factor with the KLOE detector. *Physical Review Letter B*, 2016, vol. 752, pp. 362–367. <https://doi.org/10.1016/j.physletb.2016.04.015>
4. Amelino-Camelia G., Archilli F., Babusci D., Badoni D., Bencivenni G., Bernabeu J. [et al.]. Physics with the KLOE-2 experiment at the upgraded DAFNE. *European Physics Journal*, 2010, vol. 68, pp. 619–681. <https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-010-1351-1>
5. Dirac P. A. M. Forms of Relativistic Dynamics. *Review Modern Physics*, 1949, vol. 21, pp. 392–399. <https://doi.org/10.1103/RevModPhys.21.392>
6. Keister B. D., Polyzou W. N. Relativistic Hamiltonian dynamics in nuclear and particle physics. *Advanced Nuclear Physics*, 1991, vol. 20, pp. 225–479.
7. Jaus W. Relativistic constituent quark model of electroweak properties of light mesons. *Physical Review D*, 1991, vol. 44, pp. 2851–2859. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.44.2851>
8. Jaus W. Consistent treatment of spin 1 mesons in the light front quark model. *Physical Review D*, 2003, vol. 67, pp. 094010. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.67.094010>
9. Choi Ho-Meoyng. Decay constants and radiative decays of heavy mesons in light-front quark model. *Physical Review D*, 2007, vol. 75, pp. 094010. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.75.073016>
10. Zhang W. M. Light front dynamics and light front QCD. *Chinese Journal of Physics*, 1994, vol. 32, pp. 717–808.
11. Krutov A. F., Troitsky V. E. Relativistic instant form approach to the structure of two-body composite systems. *Physical Review C*, 2002, vol. 65, pp. 045501. <https://doi.org/10.1103/PhysRevC.65.045501>
12. Krutov A. F., Polezhaev R. G., Troitsky, V. E. Magnetic moment of the ρ -meson in instant-form relativistic quantum mechanics. *Physical Review D*, 2018, vol. 97, pp. 033007. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.97.033007>
13. Krutov A. F., Polezhaev R. G., Troitsky V. E. Electroweak properties of ρ -meson in the instant form of relativistic quantum mechanics. *EPJ Web Conference*, 2017, vol. 138, pp. 02007. <https://doi.org/10.1051/epjconf/201713802007>
14. Klink W. H. Point form relativistic quantum mechanics and electromagnetic form factors. *Physical Review C*, 1998, vol. 58, pp. 3587–3604. <https://doi.org/10.1103/PhysRevC.58.3587>
15. Desplanques B. Dirac’s inspired point form and hadron form-factors. *Nuclear Physics A*, 2005, vol. 755, pp. 303–306. <https://doi.org/10.1016/j.nuclphysa.2005.03.032>
16. Biernat E. P., Klink W. H., Schweiger W., Zelzer S. Point-form quantum field theory. *Annals of Physics*, 2008, vol. 323, pp. 1361–1383. <https://doi.org/10.1016/j.aop.2007.09.004>

17. Gomez-Rocha M. Semileptonic meson decays in point– form relativistic quantum mechanics: unambiguous extraction of weak form factors. *Physical Review D*, 2014, vol. 7, pp. 076003. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.90.076003>
18. Allen T. W., Klink W. H., Polyzou W. N. Point-form analysis of elastic deuteron form factors. *Physical Review C*, 2001, vol. 63, pp. 034002. <https://doi.org/10.1103/PhysRevC.63.034002>
19. Andreev V. V. QCD coupling constant below 1 GeV in the Poincare-covariant model. *Physics of Particles and Nuclei Letters*, 2011, vol. 8, pp. 347–355. <https://doi.org/10.1134/S1547477111040030>
20. Andreev V. V., Haurysh V. Yu. Constituent quark masses in Poincaré-invariant quantum mechanics. *Journal of Physics: Conference Series*, 2017, vol. 938, pp. 1–5. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/938/1/012030>
21. Andreev V. V., Haurysh V. Yu. Radiative decays of light vector mesons in Poincaré– invariant quantum mechanics. *Journal of Physics: Conference Series*, 2016, vol. 678, pp. 1–5. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/678/1/012041>
22. Andreev V. V., Haurush V. Yu., Krutov A. F. Method of calculation of electroweak characteristics of mesons in the Poincaré-invariant quantum mechanics. *Problemy Fiziki, Matematiki i Tekhniki = Problems of Physics, Mathematics and Technics*, 2018, vol. 1 (34), pp. 7–19. <https://doi.org/mathnet.ru/pfimt545>
23. Tanabashi M., Hagiwara K., Hikasa K., Nakamura K., Sumino Y., Takahashi F. [et al.]. Review of Particle Physics. *Physical Review D*, 2018, vol. 98, pp. 030001. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.98.030001>
24. Ambrosino F., Antonelli A., Anton M., Archilli F., Beltrame P., Bencivenni G. [et al.]. Physics at KLOE. *Proceedings of Science*, 2009, vol. CD09, pp. 45. <https://doi.org/10.22323/1.086.0045>
25. Feldmann T., Kroll P., Stech B. Mixing and decay constants of pseudoscalar mesons: The Sequel. *Physics Letters B*, 1999, vol. 448, pp. 339–346. [https://doi.org/10.1016/S0370-2693\(99\)00085-4](https://doi.org/10.1016/S0370-2693(99)00085-4)
26. Kokkedee J. *The Quark Model*. New York, Amsterdam, W. A. Benjamin Inc., 1969. 239 p.
27. Andreev V. V., Haurysh V. Yu. Electroweak decays of unflavored mesons in Poincaré covariant quark model. *Turkish Journal of Physics*, 2019, vol. 43, pp. 167–177. <https://doi.org/10.3906/fiz-1810-24>
28. Petronzio R., Simula S., Ricco G. Possible evidence of extended objects inside the proton. *Physical Review D*, 2003, vol. 67, pp. 094994. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.67.094994>
29. Ito H. Flavor SU(3) symmetry in the anomalous magnetic moments of constituent quarks. *Physics Letters B*, 1995, vol. 353, pp. 13–19. [https://doi.org/10.1016/0370-2693\(95\)00443-0](https://doi.org/10.1016/0370-2693(95)00443-0)
30. Fayazbakhsh Sh., Sadooghi N. Anomalous magnetic moment of hot quarks, inverse magnetic catalysis, and re-entrance of the chiral symmetry broken phase. *Physical Review D*, 2014, vol. 90, pp. 105030. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.90.105030>
31. Qian W., Ma B.-Q. Vector meson ω – ϕ mixing and their form factors in the light-cone quark model. *Physical Review D*, 2008, vol. 78, pp. 074002. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.78.074002>
32. Schneider S. P., Kibus B., Frans N. $\omega \rightarrow \pi^0 \gamma^*$ Transition form factors in dispersion theory. *Physical Review D*, 2012, vol. 86, pp. 054013. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.91.094029>
33. Cardarelli F., Grach I. L., Narodetsky I. M., Pace E., Salme G., Simula S. Charge form-factor of π^\pm and K^\pm mesons. *Physical Review D*, 1996, vol. 53, pp. 6682–6685. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.53.6682>

Інфармацыя аб аўтарах

Гаврыш Вадим Юр'евич – аспірант, Гомельскі дзяржаўны тэхнічны ўніверсітэт ім. П. О. Сухога (пр. Октября, 48, 246746, г. Гомель, Рэспубліка Беларусь). E-mail: mez0n@inbox.ru. <https://orcid.org/0000-0003-0030-4971>

Андреев Виктор Васильевич – доктар фізіка-матэматычных навук, прафесар, Гомельскі дзяржаўны ўніверсітэт ім. Ф. Скорины (ул. Советская, 98, 246019, г. Гомель, Рэспубліка Беларусь). E-mail: vik.andreev@gsu.by. <https://orcid.org/0000-0003-3314-7175>

Information about the authorS

Vadzim Y. Haurysh – Postgraduate Student, Sukhoi State Technical University of Gomel (48, Oktyabrya Ave., 246746, Gomel, Republic of Belarus). E-mail: mez0n@inbox.ru. <https://orcid.org/0000-0003-0030-4971>

Viktor V. Andreev – Dr. Sc. (Physics and Mathematics), Professor, Francisk Skorina Gomel State University (98, Sovetskaya Str., 246019, Gomel, Republic of Belarus). E-mail: vik.andreev@gsu.by or eugenijus.gaubas@ff.vu.lt. <https://orcid.org/0000-0003-3314-7175>